

СКОРОСТЬ, ВРЕМЯ, РАССТОЯНИЕ

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

Чтобы найти среднюю скорость, необходимо всё расстояние разделить на всё время.

$$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{всё}}}{t_{\text{всё}}}$$

СКОРОСТЬ

Чтобы найти скорость, необходимо расстояние разделить на время.

$$V = \frac{S}{t}$$

ВРЕМЯ

Чтобы найти время, необходимо расстояние разделить на скорость.

$$t = \frac{S}{V}$$

РАССТОЯНИЕ

Чтобы найти расстояние, необходимо скорость умножить на время.

$$S = V \cdot t$$

ЗАДАЧИ ПРО ПОЕЗД

ЗАДАЧА ПРО ПОЕЗД, КОТОРЫЙ ЕДЕТ МИМО СТОЛБА

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 50 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 72 секунды. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

1

Сначала переведём км/ч в м/с, потому что необходимо найти количество метров и даны секунды:

$$50 \text{ км/ч} = \frac{50 \cdot 1000}{3600} \text{ м/с} = \frac{125}{9} \text{ м/с}$$

2

За 72 секунды поезд пройдёт мимо столба расстояние, равное своей длине, поэтому:

$$S = V \cdot t \\ S = \frac{125}{9} \cdot 72 = 1000 \text{ м}$$

Ответ: 1000

ЗАДАЧА ПРО ПОЕЗД, КОТОРЫЙ ЕДЕТ МИМО ЛЕСОПОЛОСЫ

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 1000 метров, за 1 минуту 48 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

1

Сначала переведём км/ч в м/с:

$$70 \text{ км/ч} = \frac{70 \cdot 1000}{3600} \text{ м/с} = \frac{175}{9} \text{ м/с}$$

2

За 1 минуту 48 секунд, т.е. за 108 секунд поезд пройдёт расстояние, равное сумме длин лесополосы и самого поезда:

$$S = V \cdot t \\ S = \frac{175}{9} \cdot 108 = 2100 \text{ м}$$

3

Чтобы найти длину поезда, необходимо вычесть из пройденного расстояния длину лесополосы:

$$2100 - 1000 = 1100 \text{ м}$$

Ответ: 1100

ЗАДАЧА ПРО ПОЕЗДА, КОТОРЫЕ ЕДУТ В ОДНОМ НАПРАВЛЕНИИ

По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 50 км/ч. Длина товарного поезда равна 800 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 2 минутам. Ответ дайте в метрах.

Решение:

1

Найдём скорость отдаления:

$$80 - 50 = 30 \text{ км/ч}$$

2

Переведём км/ч в м/мин:

$$30 \text{ км/ч} = \frac{30 \cdot 1000}{60} \text{ м/мин} = 500 \text{ м/мин}$$

3

За каждую минуту пассажирский поезд уходит в отрыв на 500 метров, т.е. за 2 минуты он уйдёт на 1000 метров, при этом он преодолеет путь, равный сумме длин поездов, поэтому:

$$1000 - 800 = 200 \text{ м}$$

Ответ: 200

ЗАДАЧА ПРО ПОЕЗДА, КОТОРЫЕ ЕДУТ НАВСТРЕЧУ ДРУГ ДРУГУ

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 50 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 800 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 33 секундам. Ответ дайте в метрах.

Решение:

1

Найдём скорость сближения:

$$70 + 50 = 120 \text{ км/ч}$$

2

Переведём км/ч в м/сек:

$$120 \text{ км/ч} = \frac{120 \cdot 1000}{3600} \text{ м/сек} = \frac{100}{3} \text{ м/сек}$$

3

За 33 секунды скорый поезд пройдёт расстояние, равное сумме длин двух поездов:

$$S = V \cdot t \\ S = \frac{100}{3} \cdot 33 = 1100 \text{ м}$$

Длина скорого поезда равна:

$$1100 - 800 = 300 \text{ м}$$

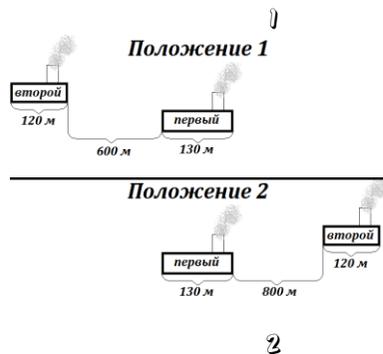
Ответ: 300

СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

ЗАДАЧА ПРО СУХОГРУЗЫ

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 130 метров, второй – длиной 120 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 600 метров. Через 11 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 800 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение:



Пока сухогрузы перейдут из «Положения 1» в «Положение 2» второй сухогруз переместится на:

$$S = 120 + 600 + 130 + 800 = 1650 \text{ м}$$

Мы ищем скорость отдаления:

$$V = \frac{S}{t} = \frac{1650 \text{ м}}{11 \text{ мин}} = 150 \text{ м/мин}$$

Переведём м/мин в км/ч:

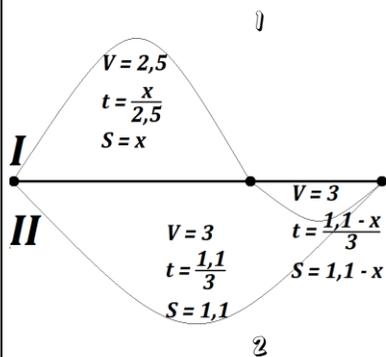
$$150 \text{ м/мин} = \frac{150 \cdot 60}{1000} \text{ км/ч} = 9 \text{ км/ч}$$

Ответ: 9

ЗАДАЧА ПРО ОПУШКУ

Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,1 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,5 км/ч, а другой – со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

Решение:



Фундаментальное уравнение будет следующим:

$$t_{\text{до места встречи первого}} = t_{\text{до места встречи второго}}$$

Подставляем и решаем:

$$\frac{x}{2,5} = \frac{1,1}{3} + \frac{1,1 - x}{3}$$

$$\frac{x}{2,5} = \frac{1,1 + 1,1 - x}{3}$$

$$\frac{x}{2,5} = \frac{2,2 - x}{3}$$

$$3x = 5,5 - 2,5x$$

$$5,5x = 5,5$$

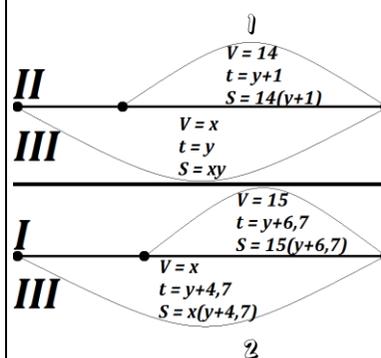
$$x = 1 \text{ км}$$

Ответ: 1

ЗАДАЧА ПРО ТРЁХ ВЕЛОСИПЕДИСТОВ

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 14 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 4 часа 42 минуты после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Решение:



Фундаментальных уравнений будет два, получается система:

$$\begin{cases} S_{\text{второго до встречи}} = S_{\text{третьего до встречи}} \\ S_{\text{первого до встречи}} = S_{\text{третьего до встречи}} \end{cases}$$

Подставляем и решаем:

$$\begin{cases} 14(y + 1) = xy \\ 15(y + 6,7) = x(y + 4,7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{14(y + 1)}{y} \\ 15(y + 6,7) = \frac{14(y + 1)}{y}(y + 4,7) \end{cases}$$

$$y = 2,8 \text{ ч}$$

$$x = \frac{14(y + 1)}{y} = \frac{14(2,8 + 1)}{2,8} = 19 \text{ км/ч}$$

Ответ: 19

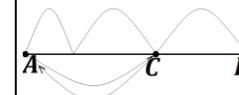
ЗАДАЧА ПРО ПОВОРОТ ОБРАТНО

Расстояние между городами А и В равно 630 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 2 часа следом за ним со скоростью 60 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

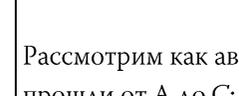
Решение:

Сделаем общий рисунок:

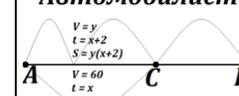
Автомобилист



Мотоциклист



Автомобилист

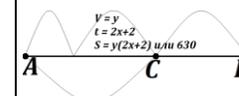


Мотоциклист

Расстояние одинаковое, значит $y(x + 2) = 60x$

Рассмотрим как автомобилист прошёл весь путь от А до В:

Автомобилист



Расстояние от А до В с одной стороны равно $y(2x + 2)$, с другой стороны равно 630 км, значит $y(2x + 2) = 630$

Осталось решить систему:

$$\begin{cases} y(x + 2) = 60x \\ y(2x + 2) = 630 \end{cases}$$

Ответ: 360

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

ОБЩАЯ СХЕМА

Рисуем табличку:

| | A <small>пр-ть</small> | t <small>время</small> | V <small>кол-во</small> |
|------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| I | A_1 | t_1 | V_1 |
| II | A_2 | t_2 | V_2 |

Что неизвестно – берём за x

Рядом с x ставим y

Дозаполняем таблицу и решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} A_1 \cdot t_1 = V_1 \\ A_2 \cdot t_2 = V_2 \end{cases}$$

ЗАДАЧИ ПРО РАБОЧИХ

Заказ на 180 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Решение:

| | A <small>пр-ть</small> | t <small>время</small> | V <small>кол-во</small> |
|------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| I | $x+3$ | $y-3$ | 180 |
| II | x | y | 180 |

$$\begin{cases} (x+3) \cdot (y-3) = 180 \\ xy = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - 3x + 3y - 9 = 180 \\ xy = 180 \end{cases}$$

$$180 - 3x + 3y - 9 = 180 \Leftrightarrow -3x + 3y - 9 = 0 \Leftrightarrow 3y = 3x + 9 \Leftrightarrow y = x + 3$$

$$xy = 180 \Leftrightarrow x(x+3) = 180 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = -15 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 12

ЗАДАЧИ ПРО ТРУБЫ

Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 192 литра она заполняет на 4 минуты дольше, чем вторая труба?

Решение:

| | A <small>пр-ть</small> | t <small>время</small> | V <small>кол-во</small> |
|------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| I | x | y | 192 |
| II | $x+4$ | $y-4$ | 192 |

$$\begin{cases} xy = 192 \\ (x+4) \cdot (y-4) = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 192 \\ xy - 4x + 4y - 16 = 192 \end{cases}$$

$$192 - 4x + 4y - 16 = 192 \Leftrightarrow -4x + 4y - 16 = 0 \Leftrightarrow 4y = 4x + 16 \Leftrightarrow y = x + 4$$

$$xy = 192 \Leftrightarrow x(x+4) = 192 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = -16 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 12

ДРУГИЕ ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

ЗАДАЧА ПРО САДОВЫЙ НАСОС

В помощь садовому насосу, перекачивающему 8 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Решение:

Первый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты:
 $8:2 = 4$ (л/мин) – производительность первого насоса.
 Второй насос перекачивает 8 литров воды за 7 минут:
 $8:7 = \frac{8}{7}$ (л/мин) – производительность второго насоса.
 $\frac{8}{7} + 4 = \frac{36}{7}$ (л/мин) – производительность двух насосов.

Подставим в формулу $A \cdot t = V$:

$$\frac{36}{7} \cdot t = 36 \Leftrightarrow t = 7$$

Ответ: 7

ЗАДАЧА ПРО ВЫПОЛНЕНИЕ ТЕСТА

Петя и Митя выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 10 вопросов теста, а Митя – на 16. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Мити на 117 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение:

| | A <small>пр-ть</small> | t <small>время</small> | V <small>кол-во</small> |
|------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| I | 10 | $\frac{x}{10}$ | x |
| II | 16 | $\frac{x}{16}$ | x |

Фундаментальное уравнение будет следующим:

$$t_{\text{Петя}} - t_{\text{Митя}} = \frac{117}{60} \text{ ч}$$

$$\frac{x}{10} - \frac{x}{16} = \frac{117}{60}$$

$$x = 52$$

Ответ: 52

ЗАДАЧА ПРО РАБОЧИХ ОДИНАКОВОЙ КВАЛИФИКАЦИИ

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 16 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение:

Первый рабочий выполняет весь заказ за 16 часов.
 Первый рабочий за 1 час выполняет $\frac{1}{16}$ заказа.
 Первый рабочий за 2 часа сделает $\frac{2}{16}$ заказа.
 Осталось $1 - \frac{2}{16} = \frac{14}{16}$ заказа.
 Производительность двух рабочих сразу равна $2 \cdot \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$

Подставим в формулу $A \cdot t = V$:

$$\frac{2}{16} \cdot t = \frac{14}{16} \Leftrightarrow t = 7$$

Ответ: 7

ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

ЗАДАЧА ПРО ДВУХ МАСТЕРОВ

Один мастер может выполнить заказ за 15 часов, а другой – за 10 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Решение:

Мастер 1 за 15 часов выполняет весь заказ.

Мастер 1 за 1 час выполняет $\frac{1}{15}$ всего заказа.

Мастер 2 за 10 часов выполняет весь заказ.

Мастер 2 за 1 час выполняет $\frac{1}{10}$ всего заказа.

Вместе за 1 час они выполнят:

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \text{ заказа.}$$

Значит весь заказ они выполнят за 6 часов.

Ответ: 6

ЗАДАЧА ПРО ТРИ НАСОСА

Первый насос наполняет бак за 1 час, второй – за 1 час 30 минут, а третий – за 1 час 48 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Решение:

Насос 1 за 60 минут наполняет бак.

Насос 1 за 1 минуту наполняет $\frac{1}{60}$ бака.

Насос 2 за 90 минут наполняет бак.

Насос 2 за 1 минуту наполняет $\frac{1}{90}$ бака.

Насос 3 за 108 минут наполняет бак.

Насос 3 за 1 минуту наполняет $\frac{1}{108}$ бака.

Втроем за 1 минуту они наполнят:

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{90} + \frac{1}{108} = \frac{20}{540} = \frac{1}{27} \text{ бака}$$

Значит весь бак втроем они наполнят за 27 минут.

Ответ: 27

ЗАДАЧА ПРО ГРЯДКУ

Валя и Галя пропалывают грядку за 35 минут, а одна Галя – за 60 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Валя?

Решение:

Валя и Галя за 35 минут пропалывают всю грядку.

Валя и Галя за 1 минуту пропалывают $\frac{1}{35}$ грядки.

Одна Галя за 60 минут пропалывает всю грядку.

Одна Галя за 1 минуту пропалывает $\frac{1}{60}$ грядки.

Чтобы найти производительность Вали необходимо вычесть из их общей производительности производительность Гали:

$$\frac{1}{35} - \frac{1}{60} = \frac{1}{84} \text{ грядки}$$

Значит всю грядку Валя сможет прополоть за 84 минуты.

Ответ: 84

ЗАДАЧА ПРО НАПОЛНЕНИЕ БАССЕЙНА

Две трубы наполняют бассейн за 1 час 55 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 46 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение:

Две трубы за $1\frac{55}{60}$ ч = $\frac{23}{12}$ ч наполняют весь бассейн.

Две трубы за 1 час наполняют $\frac{1}{23} = \frac{12}{23}$ бассейна.

Одна первая труба за 46 часов наполняет весь бассейн.

Одна первая труба за 1 час наполняет $\frac{1}{46}$ бассейна.

Чтобы найти производительность второй трубы необходимо вычесть из их общей производительности производительность первой трубы:

$$\frac{12}{23} - \frac{1}{46} = \frac{1}{2} \text{ бассейна}$$

Значит весь бассейн вторая труба сможет наполнить за 2 часа.

Ответ: 2

ЗАДАЧА ПРО НАПОЛНЕНИЕ РЕЗЕРВУАРА

Первая труба наполняет резервуар на 90 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 24 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Решение:

Две трубы за 24 минуты наполняют весь резервуар. Две трубы за 1 минуту наполняют $\frac{1}{24}$ всего резервуара.

Одна вторая труба за x минут наполняет весь резервуар.

Одна вторая труба за 1 минуту наполняет $\frac{1}{x}$ всего резервуара.

Одна первая труба за $x + 90$ минут наполняет весь резервуар.

Одна первая труба за 1 минуту наполняет $\frac{1}{x + 90}$ всего резервуара.

Вместе за 1 минуту они наполнят:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 90} = \frac{1}{24} \text{ всего резервуара}$$

$$\frac{x^2 + 90x}{2x + 90} = \frac{1}{24}$$

$$48x + 2160 = x^2 + 90x$$

$$x^2 + 42x - 2160 = 0$$

$x = 30$

Ответ: 30

СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

ЗАДАЧА ПРО ПОКРАСКУ ЗАБОРА

Игорь и Паша могут покрасить забор за 24 часа. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 30 часов, а Володя и Игорь – за

ЗАДАЧА ПРО НАПОЛНЕНИЕ БАССЕЙНА

Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 14 минут, а первый и третий – за 15 минут. За сколько

ЗАДАЧА ПРО ДВУХ РАБОЧИХ

двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу

ЗАДАЧА ПРО ДВЕ БРИГАДЫ

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В

40 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение:

1)

Игорь за x часов красит весь забор.

Игорь за 1 час красит $\frac{1}{x}$ всего забора.

Паша за y часов красит весь забор.

Паша за 1 час красит $\frac{1}{y}$ всего забора.

Володя за z часов красит весь забор.

Володя за 1 час красит $\frac{1}{z}$ всего забора.

2)

Игорь и Паша за 24 часа красят весь забор.

Игорь и Паша за 1 час красят $\frac{1}{24}$ всего

забора или $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Паша и Володя за 30 часов красят весь забор.

Паша и Володя за 1 час красят $\frac{1}{30}$ всего

забора или $\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

Володя и Игорь за 40 часов красят весь забор.

Володя и Игорь за 1 час красят $\frac{1}{40}$ всего

забора или $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$.

3)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{40}$$

Решим методом алгебраического сложения:

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10} \quad (:2)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20}$$

4)

Значит весь забор они покрасят за 20 часов.

Ответ: 20

минут эти три насоса заполняют бассейн, работая вместе?

Решение:

1)

Насос 1 и Насос 2 за 10 минут наполняют бассейн.

Насос 1 и Насос 2 за 1 минуту наполняют $\frac{1}{10}$ бассейна.

Насос 2 и Насос 3 за 14 минут наполняют бассейн.

Насос 2 и Насос 3 за 1 минуту наполняют $\frac{1}{14}$ бассейна.

Насос 1 и Насос 3 за 15 минут наполняют бассейн.

Насос 1 и Насос 3 за 1 минуту наполняют $\frac{1}{15}$ бассейна.

2)

Вместе за 1 минуту они наполнят:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} = \frac{50}{210} = \frac{5}{21} \text{ бассейна}$$

3)

Но мы учитывали двойную производительность каждого насоса, поэтому надо поделить получившуюся общую производительность на 2:

$$\frac{5}{21} : 2 = \frac{5}{42} \text{ бассейна}$$

4)

Значит весь бассейн будет заполнен за $\frac{42}{5}$

минут, т. е. за 8,4 минут.

Ответ: 8,4

первый рабочий, если он за 4 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 3 дня?

Решение:

1)

Рабочий 1 и Рабочий 2 за 12 дней выполняют всю работу.

Рабочий 1 и Рабочий 2 за 1 день

выполняют $\frac{1}{12}$ всей работы.

Рабочий 1 за x дней выполняет всю работу.

Рабочий 1 за 1 день выполняет $\frac{1}{x}$ всей работы.

Рабочий 1 за 4 дня выполняет $\frac{4}{x}$ всей работы.

Рабочий 2 за y дней выполняет всю работу.

Рабочий 2 за 1 день выполняет $\frac{1}{y}$ всей работы.

Рабочий 2 за 3 дня выполняет $\frac{3}{y}$ всей работы.

2)

Решаем получившуюся систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{4}{x} = \frac{3}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y+x}{xy} = \frac{1}{12} \\ 4y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y+x}{xy} = \frac{1}{12} \\ y = 0,75x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,75x+x}{0,75x^2} = \frac{1}{12} \\ y = 0,75x \end{cases}$$

$$\frac{1,75x}{0,75x^2} = \frac{1}{12}$$

$$21x = 0,75x^2$$

$$x(0,75x - 21) = 0$$

$$x = 28 \text{ дней}$$

Ответ: 28

первой бригаде было 18 рабочих, а во второй – 22 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Решение:

1)

Один рабочий за x дней выполнит заказ.

Один рабочий за 1 день выполнит $\frac{1}{x}$ всего заказа.

18 рабочих за 1 день выполняют $\frac{18}{x}$ всего заказа.

18 рабочих за 9 дней выполняют

$$\frac{18}{x} \cdot 9 = \frac{162}{x} \text{ всего заказа.}$$

22 рабочих за 1 день выполняют $\frac{22}{x}$ всего заказа.

22 рабочих за 9 дней выполняют

$$\frac{22}{x} \cdot 9 = \frac{198}{x} \text{ всего заказа.}$$

21 рабочий за 1 день выполнит $\frac{21}{x}$ всего заказа.

21 рабочий за y дней выполнит

$$\frac{21}{x} \cdot y = \frac{21y}{x} \text{ всего заказа.}$$

19 рабочих за 1 день выполняют $\frac{19}{x}$ всего заказа.

19 рабочих за y дней выполняют

$$\frac{19}{x} \cdot y = \frac{19y}{x} \text{ всего заказа.}$$

2)

Решаем получившуюся систему:

$$\begin{cases} \frac{162}{x} + \frac{21y}{x} = 1 \\ \frac{198}{x} + \frac{19y}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow y = 18$$

3)

Т. е. работа шла 9 дней до смены составов и 18 дней после смены составов.

Ответ: 27

ЗАДАЧИ НА СПЛАВЫ И СМЕСИ

ЗАДАЧА #1

В сосуд, содержащий 7 литров 14 – процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

1

Общая схема решения задач на смеси:

$$\text{Доля}_1 \cdot V_1 + \text{Доля}_2 \cdot V_2 = \text{Доля}_3 \cdot V_3$$

2

$$0,14 \cdot 7 + 0 \cdot 7 = x \cdot 14$$

$$0,98 = 14x$$

$$x = 0,07 = 7\%$$

Ответ: 7

ЗАДАЧА #2

Смешали некоторое количество 13 – процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17 – процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

1

Общая схема решения задач на смеси:

$$\text{Доля}_1 \cdot V_1 + \text{Доля}_2 \cdot V_2 = \text{Доля}_3 \cdot V_3$$

2

$$0,13 \cdot V + 0,17 \cdot V = x \cdot 2V$$

$$0,3V = 2xV$$

$$0,3 = 2x$$

$$x = 0,15 = 15\%$$

Ответ: 15

ЗАДАЧА #3

Смешали 3 литра 25 – процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 15 – процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

1

Общая схема решения задач на смеси:

$$\text{Доля}_1 \cdot V_1 + \text{Доля}_2 \cdot V_2 = \text{Доля}_3 \cdot V_3$$

2

$$0,25 \cdot 3 + 0,15 \cdot 12 = x \cdot 15$$

$$0,75 + 1,8 = 15x$$

$$2,55 = 15x$$

$$x = 0,17 = 17\%$$

Ответ: 17

ЗАДАЧА #4

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Решение:

1

Общая схема решения задач на сплавы:

$$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_3 \cdot m_3$$

2

$$0,05 \cdot m_1 + 0,14 \cdot (m_1 + 9) = 0,11 \cdot (2m_1 + 9)$$

$$0,05m_1 + 0,14m_1 + 1,26 = 0,22m_1 + 0,99$$

$$0,27 = 0,03m_1$$

$$m_1 = 9$$

$$m_3 = 2m_1 + 9 = 2 \cdot 9 + 9 = 27$$

Ответ: 27

ЗАДАЧИ НА СПЛАВЫ И СМЕСИ, РЕШАЮЩИЕСЯ СИСТЕМОЙ

ЗАДАЧА #5

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Решение:

1

Общая схема решения задач на сплавы:

$$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_3 \cdot m_3$$

2

$$\begin{cases} 0,1 \cdot m_1 + 0,35 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 150 \\ m_1 + m_2 = 150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,1 \cdot m_1 + 0,35 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 150 \\ m_1 + m_2 = 150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,1 \cdot m_1 + 0,35 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 150 \\ m_1 = 150 - m_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,1 \cdot (150 - m_2) + 0,35 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 150 \\ m_2 = 120 \end{cases}$$

$$m_2 = 120$$

$$m_1 = 150 - m_2 = 150 - 120 = 30$$

$$m_2 - m_1 = 120 - 30 = 90$$

Ответ: 90

ЗАДАЧА #6

Смешав 6 – процентный и 74 – процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 19 – процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50 – процентного раствора той же кислоты, то получили бы 24 – процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6 – процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение:

1

Общая схема решения задач на сплавы:

$$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_3 \cdot m_3$$

2

$$\begin{cases} 0,06 \cdot m_1 + 0,74 \cdot m_2 + 0 \cdot 10 = 0,19 \cdot (m_1 + m_2) \\ 0,06 \cdot m_1 + 0,74 \cdot m_2 + 0,5 \cdot 10 = 0,24 \cdot (m_1 + m_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,06 \cdot m_1 + 0,74 \cdot m_2 + 0 \cdot 10 = 0,19 \cdot (m_1 + m_2) \\ m_2 = 90 - m_1 \end{cases}$$

$$m_2 = 90 - m_1$$

$$0,06m_1 + 0,74(90 - m_1) + 0 \cdot 10 = 0,19(m_1 + (90 - m_1))$$

$$m_1 = 70$$

Ответ: 70

ЗАДАЧА #7

Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй – 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти два раствора смешать, то получится раствор, содержащий 41% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение:

1

Общая схема решения задач на сплавы:

$$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_3 \cdot m_3$$

2

$$\begin{cases} x \cdot 100 + y \cdot 60 = 0,41 \cdot 160 \\ x \cdot m + y \cdot m = 0,5 \cdot 2m \end{cases} : m$$

$$\begin{cases} 100x + 60y = 65,6 \\ x + y = 1 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 100x + 60 \cdot (1 - x) = 65,6 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$100x + 60 - 60x = 65,6$$

$$x + y = 1$$

$$x = 0,14$$

$$x \cdot 100 = 0,14 \cdot 100 = 14$$

Ответ: 14

ЛЁГКИЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

ЗАДАЧА ПРО РУБАШКИ И КУРТКУ

Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов десять таких же рубашек дороже куртки?

Решение:

1

Куртку принимаем за 100%
7 рубашек принимаем за 98%

2

Узнаем сколько процентов составляет одна рубашка:

$$98 : 7 = 14\%$$

3

Узнаем сколько процентов составляют десять рубашек: $14 \cdot 10 = 140\%$

4

Десять рубашек дороже куртки на:

$$140 - 100 = 40\%$$

Ответ: 40

ЗАДАЧА ПРО УСТАВНОЙ КАПИТАЛ

Митя, Артем, Паша и Женя учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 18% уставного капитала, Артем – 60000 рублей, Паша – 0,18 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Женя. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1100000 рублей причитается Жене? Ответ дайте в рублях.

Решение:

1

Сначала узнаем какая доля кому принадлежит:

Митя: 18% или 0,18

Артем:

$$200\,000 - 100\% \leftrightarrow x = \frac{60\,000 \cdot 100}{200\,000} = 30$$

Артем: 30% или 0,3

Паша: 18% или 0,18

Женя:

$$1 - 0,18 - 0,3 - 0,18 = 0,34$$

Женя: 34% или 0,34

2

От прибыли 1 100 000 рублей Женя получит 0,34 всех этих денег, т.е.:

$$0,34 \cdot 1\,100\,000 = 374\,000$$

Ответ: 374000

ЗАДАЧА ПРО ИЗЮМ И ВИНОГРАД

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 82 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

Решение:

1

Виноград содержит: 90% воды и 10% сухого вещества.

Изюм содержит: 5% воды и 95% сухого вещества.

2

Узнаем сколько сухого вещества содержится в 82 кг изюма:

$$\begin{matrix} 82 - 100\% \\ x - 95\% \end{matrix} \leftrightarrow x = \frac{82 \cdot 95}{100} = 77,9$$

3

Узнаем сколько винограда потребуется, чтобы получить из него 77,9 кг сухого вещества:

$$\begin{matrix} x - 100\% \\ 77,9 - 10\% \end{matrix} \leftrightarrow x = \frac{77,9 \cdot 100}{10} = 779$$

Ответ: 779

ЗАДАЧА ПРО СЕМЬЮ

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличивалась втрое, общий доход семьи вырос бы на 112%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 3%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение:

1

Пусть муж приносит в бюджет $x\%$.

Пусть жена приносит в бюджет $y\%$.

Пусть дочь приносит в бюджет $z\%$.

2

$$\begin{cases} x + y + z = 100\% \\ 3x + y + z = 212\% \\ x + y + 0,5z = 97\% \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 2x = 112\% \\ 0,5z = 3\% \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 56\% \\ z = 6\% \end{cases}$$

3

Осталось найти процент вклада жены в

общий доход семьи:

$$100 - 56 - 6 = 38\%$$

Ответ: 38

СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

ЗАДАЧА ПРО ХОЛОДИЛЬНИК

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20900 рублей, через два года был продан за 16929 рублей.

Решение:

$$\text{1)} \quad \begin{array}{l} \text{Пусть цена уменьшается на } x\%, \text{ тогда цена через год:} \\ 20900 - 100\% \quad \leftrightarrow \quad ? = \frac{2090000 - 20900x}{100} \\ ? - 100 - x\% \end{array}$$

$$\text{Цена через год} = 20900 - 209x$$

2)
Цена продолжает уменьшаться на $x\%$, тогда цена через 2 года:

$$\begin{array}{l} 20900 - 209x - 100\% \\ ? - 100 - x\% \\ ? = \frac{2090000 - 20900x - 20900x + 209x^2}{100} \end{array}$$

$$\text{Цена через 2 года} = 20900 - 418x + 2,09x^2$$

3)
Цена через 2 года по условию равна 16929, получается уравнение:

$$\begin{array}{l} 20900 - 418x + 2,09x^2 = 16929 \\ 2,09x^2 - 418x + 3971 = 0 \quad (: 209) \\ 0,01x^2 - 2x + 19 = 0 \quad (\cdot 100) \\ x^2 - 200x + 1900 = 0 \end{array}$$

$$D = 32400$$

$$x_1 = \frac{200 - 180}{2} = 10\%$$

$$x_2 = \frac{200 + 180}{2} = 190\% \text{ (не может быть ответом)}$$

Ответ: 10

ЗАДАЧА ПРО АКЦИИ

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 1% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение:

$$\text{1)} \quad \begin{array}{l} \text{Пусть } x \text{ — искомое число процентов.} \\ \text{Пусть } y \text{ — первоначальная цена.} \end{array}$$

Тогда цена акций по окончании понедельника:

$$\begin{array}{l} y - 100\% \quad \leftrightarrow \quad ? = \frac{100y + xy}{100} \\ ? - 100 + x\% \end{array}$$

$$\text{Цена по окончании понедельника} = y + \frac{xy}{100}$$

2)
Дальше цена уменьшается на $x\%$, тогда цена по окончании вторника:

$$\begin{array}{l} y + \frac{xy}{100} - 100\% \\ ? - 100 - x\% \\ ? = \frac{100y + xy - xy - \frac{x^2y}{100}}{100} \end{array}$$

$$\text{Цена по окончании вторника} = y - \frac{x^2y}{10000}$$

3)
Цена по окончании вторника равна $100 - 99 = 1\%$, получается система:

$$\begin{array}{l} y - \frac{x^2y}{10000} - 99\% \\ y - 100\% \\ 100y - \frac{x^2y}{100} = 99y \quad (: y) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 = \frac{x^2}{100} \\ x_1 = 10\% \\ x_2 = -10\% \text{ (не может быть ответом)} \\ \text{Ответ: 10} \end{array}$$

ЗАДАЧА ПРО ВКЛАД В БАНКЕ

Клиент А. сделал вклад в банке в размере 3800 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. Получил на 418 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

Решение:

$$\text{1)} \quad \begin{array}{l} \text{Пусть банк начисляет } x\%, \text{ тогда сумма на счету через год:} \\ 3800 - 100\% \quad \leftrightarrow \quad ? = \frac{380000 + 3800x}{100} \\ ? - 100 + x\% \end{array}$$

$$\text{Сумма на счету через год} = 3800 + 38x$$

2)
Дальше банк начисляет $x\%$ к сумме на счету через год, тогда сумма на счету через 2 года:

$$\begin{array}{l} 3800 + 38x - 100\% \\ ? - 100 + x\% \\ ? = \frac{380000 + 3800x + 3800x + 38x^2}{100} \end{array}$$

$$\text{Сумма на счету через 2 года} = 0,38x^2 + 76x + 3800$$

3)
Окончательная сумма на счету клиента А:
 $0,38x^2 + 76x + 3800$

Окончательная сумма на счету клиента В:

$$3800 + 38x$$

Клиент А. получил на 418 рублей больше, получается уравнение:

$$\begin{array}{l} 0,38x^2 + 76x + 3800 - (3800 + 38x) = 418 \\ 0,38x^2 + 38x - 418 = 0 \quad (: 38) \\ 0,01x^2 + x - 11 = 0 \quad (\cdot 100) \\ x^2 + 100x - 1100 = 0 \end{array}$$

$$D = 14400$$

$$x_1 = \frac{-100 + 120}{2} = 10\%$$

$$x_2 = \frac{-100 - 120}{2} = -110\% \text{ (не может быть ответом)}$$

Ответ: 10

ЗАДАЧИ НА ПРОГРЕССИИ

ЗАДАЧА ПРО МАЛЯРОВ

Бригада маляров красит забор длиной 810 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 180 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решение:

Ситуация, описанная в задаче – это арифметическая прогрессия:

$$\begin{aligned} a_1 + a_n &= 180 \\ S_n &= 810 \\ n &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой суммы первых n членов прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$810 = \frac{180 \cdot n}{2}$$

$$n = 9$$

Ответ: 9

ЗАДАЧА ПРО ТОННЕЛЬ

Рабочие прокладывают тоннель длиной 99 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 7 метров туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 9 дней.

Решение:

Ситуация, описанная в задаче – это арифметическая прогрессия:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ S_n &= 99 \\ n &= 9 \\ a_n &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой суммы первых n членов прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$99 = \frac{(7 + a_n) \cdot 9}{2}$$

$$a_n = 15$$

Ответ: 15

ЗАДАЧА ПРО РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Пете надо решить 333 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Петя решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Петя в последний день, если со всеми задачами он справился за 9 дней.

Решение:

Ситуация, описанная в задаче – это арифметическая прогрессия:

$$\begin{aligned} a_1 &= 5 \\ S_n &= 333 \\ n &= 9 \\ a_n &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой суммы первых n членов прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$333 = \frac{(5 + a_n) \cdot 9}{2}$$

$$a_n = 69$$

Ответ: 69

ЗАДАЧА ПРО УЛИТКУ

Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 11 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 33 метрам.

Решение:

Ситуация, описанная в задаче – это арифметическая прогрессия:

$$\begin{aligned} a_1 + a_n &= 11 \\ S_n &= 33 \\ n &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой суммы первых n членов прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$33 = \frac{11 \cdot n}{2}$$

$$n = 6$$

Ответ: 6

ЗАДАЧА ПРО ТУРИСТА

Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 8 километров. Определите, сколько километров прошел турист за четвертый день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 215 километров.

Решение:

$$\begin{aligned} a_1 &= 8 \\ S_n &= 215 \\ n &= 10 \\ a_4 &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$215 = \frac{(8 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$a_{10} = 35$$

3

Воспользуемся формулой n – го члена прогрессии для 10 – го и для 4 – го членов прогрессии:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + d(n - 1) \\ a_{10} &= a_1 + d(10 - 1) \\ 35 &= 8 + 9d \\ d &= 3 \\ a_n &= a_1 + d(n - 1) \\ a_4 &= a_1 + d(4 - 1) \\ a_4 &= 8 + 3 \cdot 3 \end{aligned}$$

Ответ: 17

ЗАДАЧА ПРО ГРУЗОВИК

Грузовик перевозит партию щебня массой 360 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Решение:

$$\begin{aligned} a_1 &= 3 \\ S_n &= 360 \\ n &= 18 \\ a_9 &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$360 = \frac{(3 + a_{18}) \cdot 18}{2}$$

$$a_{18} = 37$$

3

Воспользуемся формулой n – го члена прогрессии для 18 – го и для 9 – го членов прогрессии:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + d(n - 1) \\ a_{18} &= a_1 + d(18 - 1) \\ 37 &= 3 + 17d \\ d &= 2 \\ a_n &= a_1 + d(n - 1) \\ a_9 &= a_1 + d(9 - 1) \\ a_9 &= 3 + 2 \cdot 8 \end{aligned}$$

Ответ: 19

ЗАДАЧА ПРО ОТКРЫТКИ

Лене надо подписать 972 открытки. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Лена подписала 20 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за седьмой день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Решение:

$$\begin{aligned} a_1 &= 20 \\ S_n &= 972 \\ n &= 18 \\ a_7 &=? \end{aligned}$$

2

Воспользуемся формулой:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$972 = \frac{(20 + a_{18}) \cdot 18}{2}$$

$$a_{18} = 88$$

3

Воспользуемся формулой n – го члена прогрессии для 18 – го и для 7 – го членов прогрессии:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + d(n - 1) \\ a_{18} &= a_1 + d(18 - 1) \\ 88 &= 20 + 17d \\ d &= 4 \\ a_n &= a_1 + d(n - 1) \\ a_7 &= a_1 + d(7 - 1) \\ a_7 &= 20 + 4 \cdot 6 \end{aligned}$$

Ответ: 44

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО КРУГУ

ЗАДАЧА ПРО МОТОЦИКЛИСТОВ

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

Решение:

1
Изначально между мотоциклистами расстояние в половину круга, т.е. 11 км.

2
Разница в скорости 20 км/ч означает, что за 60 минут между ними образуется 20 километров отставания, а догонит быстрый медленного когда дистанция отставания составит 11 км.

Получается пропорция:

$$\frac{60 \text{ мин} - 20 \text{ км}}{x \text{ мин} - 11 \text{ км}} = \frac{20 \text{ км}}{60 \cdot 11}$$

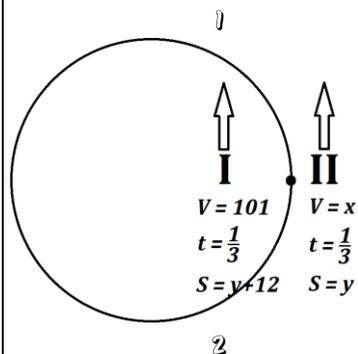
$$x = \frac{60 \cdot 11}{20} = 33 \text{ км}$$

Ответ: 33

ЗАДАЧА ПРО АВТОМОБИЛИ

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 12 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 101 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:



Фундаментальных уравнений будет два, получается система:

$$\begin{cases} V_{\text{первого}} \cdot t_{\text{первого}} = S_{\text{первого}} \\ V_{\text{второго}} \cdot t_{\text{второго}} = S_{\text{второго}} \end{cases}$$

Подставляем и решаем:

$$\begin{cases} 101 \cdot \frac{1}{3} = y + 12 \\ x \cdot \frac{1}{3} = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{65}{3} \\ \frac{x}{3} = \frac{65}{3} \end{cases}$$

$$x = 65$$

Ответ: 65

ЗАДАЧА ПРО ВЕЛОСИПЕДИСТА И МОТОЦИКЛИСТА

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он ещё не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а ещё через 44 минуты после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 33 км. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

1
Велосипедист за 40 минут проехал столько же, сколько мотоциклист проехал за 10 минут, значит мотоциклист в 4 раза быстрее. Пусть x — скорость велосипедиста. Тогда $4x$ — скорость мотоциклиста. Тогда $3x$ — скорость сближения.

2
За 44 минуты мотоциклист проехал на 33 км больше. Узнаем на сколько больше мотоциклист проедет за час:

$$\frac{44 \text{ мин} - 33 \text{ км}}{60 \text{ мин} - ? \text{ км}} = \frac{?}{60 \cdot 33}$$

$$? = \frac{44 \cdot 33}{44} = 45 \text{ км}$$

3
Получается, что за 1 час между ними будет 45 километров, значит скорость сближения 45 км/ч.

$$3x = 45 \quad \leftrightarrow \quad x = 15$$

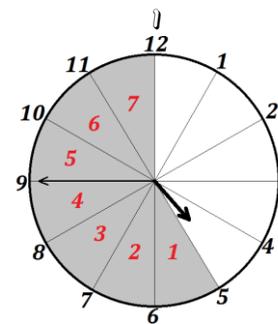
$$4x = 60$$

Ответ: 60

ЗАДАЧА ПРО СТРЕЛКИ ЧАСОВ

Часы со стрелками показывают 4 часа 45 минут. Через сколько минут минутная стрелка в седьмой раз поравняется с часовой?

Решение:



7-ой раз минутная стрелка поравняется с часовой в 12:00

2
Время старта 4:45
Время финиша 12:00
Осталось найти сколько времени пройдёт с 4:45 до 12:00:

$$7 \cdot 60 + 15 = 435$$

Ответ: 435

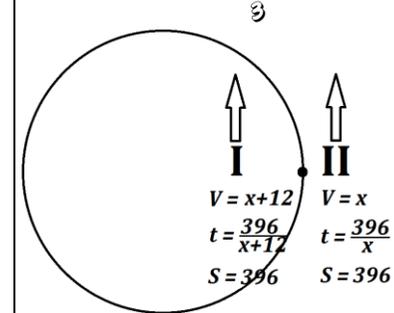
ЗАДАЧА ПРО ГОНЩИКОВ

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 99 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 22 минуты. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 20 минут? Ответ дайте в км/ч.

Решение:

1
Из условия понятно, что быстрый гонщик проезжает на 4 км больше за 20 минут, следовательно он проедет на 12 км больше за 1 час, т.е. разница в скорости 12 км/ч.

2
Весь путь составит $99 \cdot 4 = 396$ км



Фундаментальное уравнение будет следующим:

$$t_{\text{медленного}} - t_{\text{быстрого}} = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

Подставляем и решаем:

$$\frac{396}{x} - \frac{396}{x+12} = \frac{11}{30}$$

Ответ: 108