НЕРАВЕНСТВА задание 15 профиль

Задание **1**. Решить неравенство: log_2 (4+3x-x^2)+7 log_{0,5} (4+3x-x^2)+10>0″ title=”log_2 (4+3x-x^2)+7 log_{0,5} (4+3x-x^2)+10>0″/> <img src=

Обозначаем: log_2 (4+3x-x^2) за a:

a^2-7a+10>0″ title=”a^2-7a+10>0″/><img src=

Корни по Виету: a_1=2; a_2=5



Получили два новых неравенства:

log_2 (4+3x-x^2)<2https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png и log_2 (4+3x-x^2)>5″ title=”log_2 (4+3x-x^2)>5″/><img src=

Решаем первое:

log_2 (4+3x-x^2)<log_2 4https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

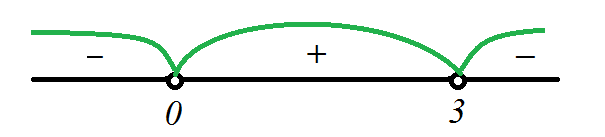
Основание логарифма больше 1 – знак неравенства сохраняем:

4+3x-x^2<4https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

3x-x^2<0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

x(3-x)<0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Решение x in ({-}infty; 0) union (3; infty)



Решаем второе:

log_2 (4+3x-x^2)>log_2 32″ title=”log_2 (4+3x-x^2)>log_2 32″/><img src=

Основание логарифма больше 1 – знак неравенства сохраняем:

4+3x-x^2>32″ title=”4+3x-x^2>32″/><img src=

3x-x^2-28>0″ title=”3x-x^2-28>0″/><img src=

x^2-3x+28<0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

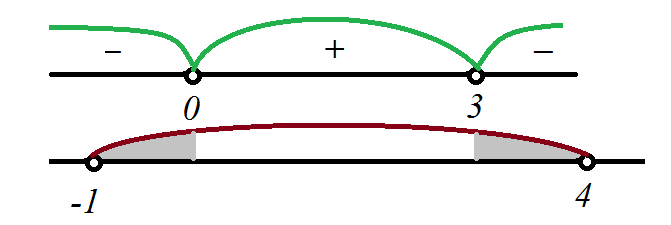
Этот трехчлен всегда больше 0, так как дискриминант его отрицателен, а старший коэффициент – положителен. Неравенство не имеет решений.

Решение первого неравенства накладываем на ОДЗ:

4+3x-x^2>0″ title=”4+3x-x^2>0″/><img src=

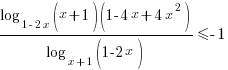
x^2-3x -4<0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Так как сумма первого и третьего коэффициентов равна второму, то первый корень – (-1),  а второй – 4.



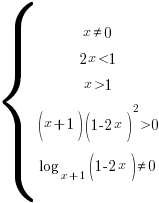
Тогда ОДЗ: x in ({-}1; 4)

Общее решение: x in ({-}1; 0) union (3; 4)

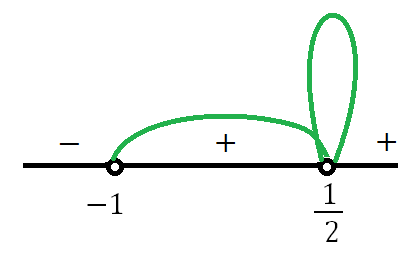
Задание **2**. Решить неравенство:  https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Составляем систему уравнений ОДЗ:





Решение предпоследнего неравенства изображено на рисунке:



x in ({-}1; {1/2}) union ({1/2}; +infty)

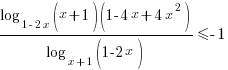
Решение последнего: log_{x+1} (1-2x)<>0″ title=”log_{x+1} (1-2x)<>0″/><img src=

1-2x<> 1″ title=”1-2x<> 1″/><img src=

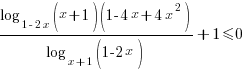
x<> 0″ title=”x<> 0″/><img src=

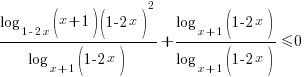
ОДЗ полностью: x in ({-}1; 0) union (0;{1/2})

Теперь решим само неравенство:

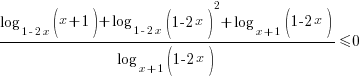
 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

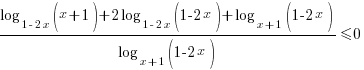
Перетащим единицу влево и заменим ее дробью, значение которой равно 1, приводим, таким образом, к общему знаменателю:

 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Произведение подлогарифмических выражений заменим суммой логарифмов:

 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Вводим замену:

log_ {1-2x} (x+1)=t

Получаем:

 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

t^2+2t+1<=0 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

(t+1)^2<=0 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png – это неравенство выполняется лишь при одном условии: t+1=0, t=-1

Наше неравенство выродилось в уравнение, делаем обратную замену:

log_ {1-2x} (x+1)=-1

x+1=1/{1-2x}

(x+1)(1-2x)=1

2x^2+x=0

x(2x+1)=0

Корень, равный нулю, посторонний – не входит в ОДЗ, остается один: x=-{1/2}

Ответ: x=-{1/2}

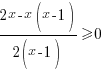
Задание **3**. Решить неравенство: log_ {x/{x-1}} 5<= log_{x/2} 5 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

1/{log_5 {x/{x-1}}} <=1/{log_5 {x/2}}https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

log_5 {x/{x-1}} >=log_5 {x/2}” title=”log_5 {x/{x-1}} >=log_5 {x/2}”/><img src=

x/{x-1} >=x/2″ title=”x/{x-1} >=x/2″/><img src=

x/{x-1} - x/2>=0″ title=”x/{x-1} – x/2>=0″/><img src=



{3x - x^2}/{2(x-1)} >=0″ title=”{3x – x^2}/{2(x-1)} >=0″/><img src=

https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Решение неравенства: x in [0; 3]

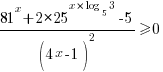
ОДЗ данного неравенства:

delim{lbrace}{matrix{5}{1}{{x/{x-1}>0} {x(x-1)<>1} {x/2>0} { x/2<>1}{x<>1}}}{ }” title=”delim{lbrace}{matrix{5}{1}{{x/{x-1}>0} {x(x-1)<>1} {x/2>0} { x/2<>1}{x<>1}}}{ }”/></p>
<p><img src=

Второе неравенство ОДЗ выполняется всегда.

Тогда ОДЗ: x in(1; 2)union (2; +infty)

Окончательное решение неравенства с учетом ОДЗ: x in(1; 2) union (2; 3]

Задание **4**. Решить неравенство: 

ОДЗ данного неравенства – не равенство нулю знаменателя: (4x-1)^2<>0″ title=”(4x-1)^2<>0″/> <img src=

4x-1<>0″ title=”4x-1<>0″/> <img src=

x<>{1/4}” title=”x<>{1/4}”/> <img src=

Так как в знаменателе – квадрат, то неравенство может быть преобразовано к виду:

81^x+2*25^{x*log_5 3}-5>=0″ title=”81^x+2*25^{x*log_5 3}-5>=0″/> <img src=

81^x+2*5^{2x*log_5 3}-5>=0″ title=”81^x+2*5^{2x*log_5 3}-5>=0″/> <img src=

81^x+2*5^{log_5 {3^{2x}}}-5>=0″ title=”81^x+2*5^{log_5 {3^{2x}}}-5>=0″/> <img src=

81^x+2*3^{2x}-5>=0″ title=”81^x+2*3^{2x}-5>=0″/> <img src=

3^{4x}+2*3^{2x}-5>=0″ title=”3^{4x}+2*3^{2x}-5>=0″/> <img src=

Замена: 3^{2x}=a

a^2+2a-5>=0″ title=”a^2+2a-5>=0″/> <img src=

D=4-4(-5)=24 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

a_1={-2-2sqrt{6}}/2; a_2={-2+2sqrt{6}}/2 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

a_1={-1-sqrt{6}}; a_2={-1+sqrt{6}} https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

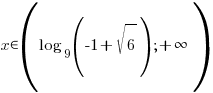
Решение неравенства: x in ({-}infty; {-1-sqrt{6}}) union ({-1+sqrt{6}}; +infty)

Так как мы ввели замену 3^{2x}=a, то первый корень – отрицательный – посторонний. Вводим обратную замену:

3^{2x}={-1+sqrt{6}}

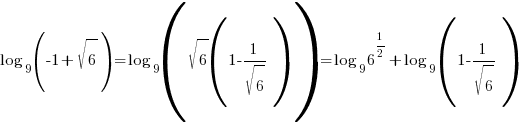
9^x={-1+sqrt{6}}

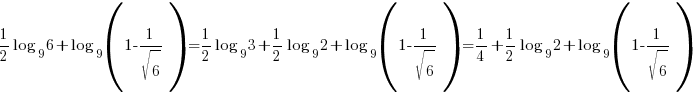
x=log_9 (-1+sqrt{6})

Тогда решение: 

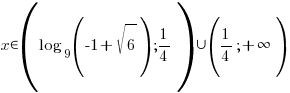
Теперь, чтобы записать ответ, нужно наложить на это решение ОДЗ, а для этого нужно сравнить числа log_9 (-1+sqrt{6}) и {1/4} – это выколотая точка ОДЗ.

Преобразуем число log_9 (-1+sqrt{6}):



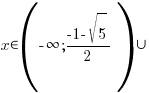
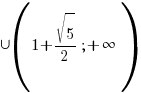


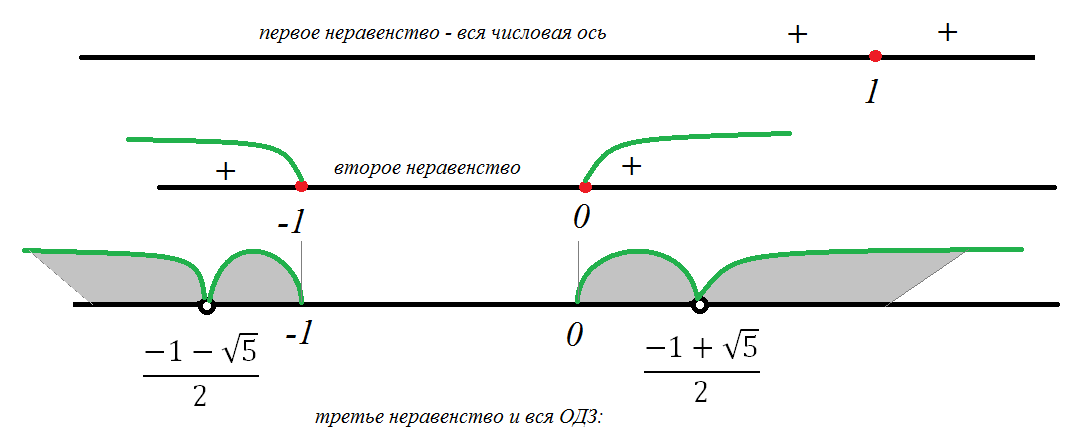
Так как в этой сумме два последних слагаемых, очевидно, отрицательные, то log_9 (-1+sqrt{6})<{1/4}https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Таким образом, решение неравенства: 

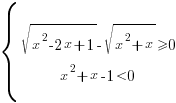
Задание **5**. Решить неравенство: {sqrt{x^2-2x+1}-sqrt{x^2+x}}/{x^2+x-1}<= 0 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

ОДЗ: delim{lbrace}{matrix{3}{1}{{x^2-2x+1>=0} {x^2+x>=0}{x^2+x-1<>0}}}{ }” title=”delim{lbrace}{matrix{3}{1}{{x^2-2x+1>=0} {x^2+x>=0}{x^2+x-1<>0}}}{ }”/></p>
<p><img src=

На рисунке показаны решения всех неравенств и выполнено наложение решений друг на друга, записываем ОДЗ:  ({-1-sqrt{5}}/2;-1 ] union[0; {-1+sqrt{5}}/2) 



Решаем само неравенство:



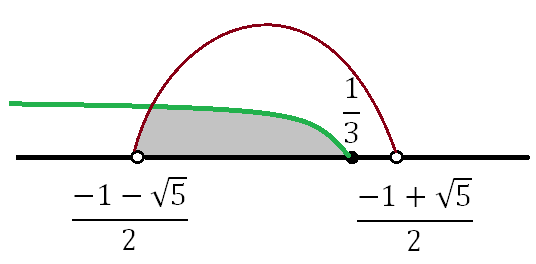
или

delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{sqrt{x^2-2x+1}-sqrt{x^2+x}<=0} {x^2+x-1> 0}}}{ }” title=”delim{lbrace}{matrix{2}{1}{{sqrt{x^2-2x+1}-sqrt{x^2+x}<=0} {x^2+x-1> 0}}}{ }”/></p>
<p>Решаем первое неравенство первой системы:</p>
<p><img src=

Возведем в квадрат: delim{|}{x^2-2x+1}{|}>=delim{|}{x^2+x}{|}” title=”delim{|}{x^2-2x+1}{|}>=delim{|}{x^2+x}{|}”/> <img src=

Так как выражение под левым модулем всегда неотрицательно, то модули можно просто снять:

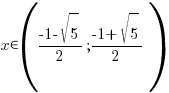
x^2-2x+1>=x^2+x” title=”x^2-2x+1>=x^2+x”/><img src=



-3x>=-1″ title=”-3x>=-1″/><img src=

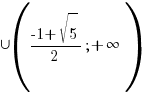
x<=1/3https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

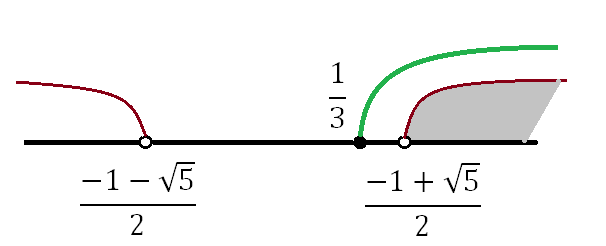
Корни для решения второго неравенства уже найдены: x_1= {-1+sqrt{5}}/2,  x_2= {-1-sqrt{5}}/2

Решение неравенства: 

Решение системы: x in({-1-sqrt{5}}/2; 1/3]

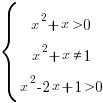
Решение второй системы данной совокупности совершенно аналогично, только, согласно знаку неравенства, выбираем другие области:

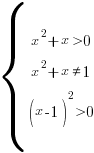
Решение системы: x in ({-1-sqrt{5}}/2;-1] union [0; {1/3}]



Задание **6**. Решить неравенство: log_ {x^2+x} (x^2-2x+1)<= 1 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Определим ОДЗ:





Решение первого неравенства системы ОДЗ найдем по методу интервалов:

x in ({-}infty;-1) union(0;+infty)

Второе неравенство системы:

x^2+x<>1″ title=”x^2+x<>1″/><img src=

x^2+x-1<>0″ title=”x^2+x-1<>0″/><img src=

D=5

x_1={-1+sqrt{5}}/2, x_2={-1-sqrt{5}}/2https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

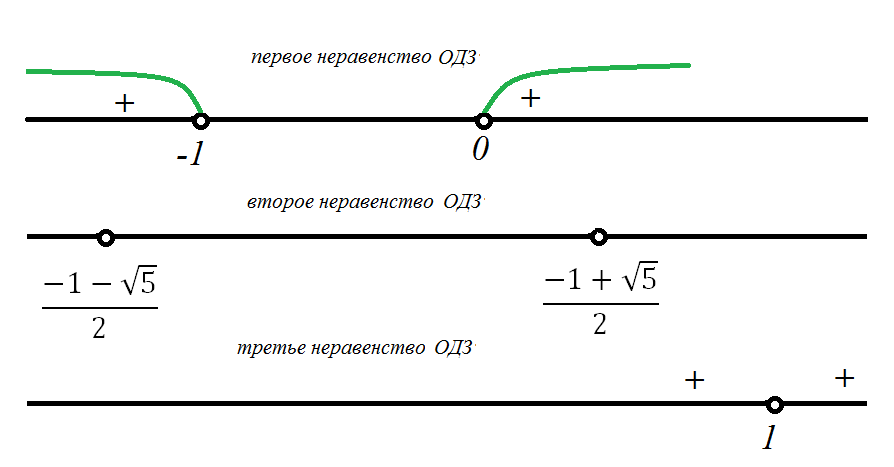
Полученные значения – запрещенные, и будут нами выколоты из области допустимых значений.

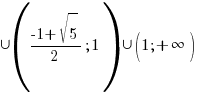
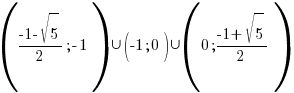
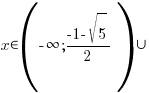
Третье неравенство системы, кажется, выполняется всегда, однако здесь можно допустить ошибку: неравенство строгое, то есть можно записать его так:

(x-1)^2<>0″ title=”(x-1)^2<>0″/><img src=

x<>1″ title=”x<>1″/><img src=

Окончательно ОДЗ:



Решение системы: 

Теперь решаем само неравенство:

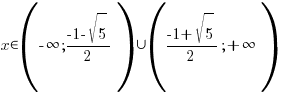
log_ {x^2+x} (x^2-2x+1)<= 1 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

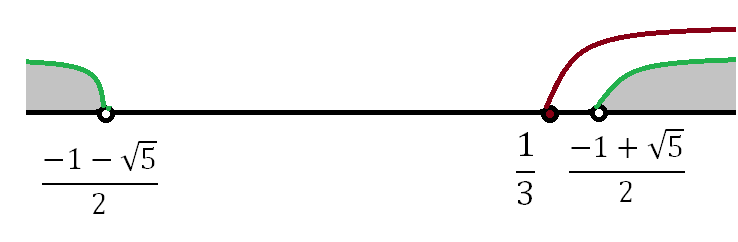
log_ {x^2+x} (x^2-2x+1)<= log_ {x^2+x} (x^2+x) https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Если основание больше 1, то переходим к сравнению подлогарифмических выражений с сохранением знака неравенства:

x^2-2x+1<= x^2+xhttps://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

3x>= 1″ title=”3x>= 1″/><img src=

x>= {1/3}” title=”x>= {1/3}”/><img src= – решение актуально при условии x^2+x>1″ title=”x^2+x>1″/><img src=, то есть при 



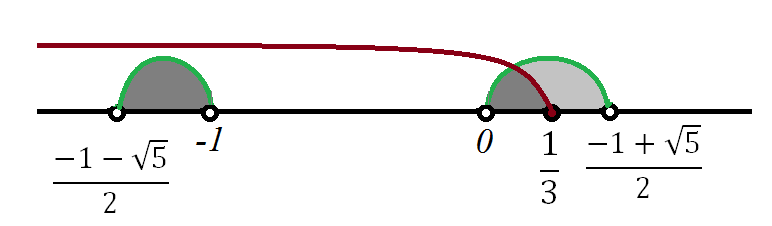
Если основание больше нуля, но меньше 1, то переходим к сравнению подлогарифмических выражений с изменением знака неравенства:

x^2-2x+1>= x^2+x” title=”x^2-2x+1>= x^2+x”/><img src=

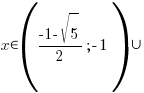
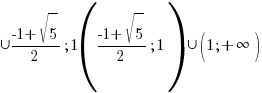
3x<= 1https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

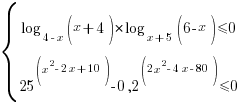
x<= {1/3}https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png – решение актуально при условии x^2+x<1https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png, x^2+x>0″ title=”x^2+x>0″/><img src=то есть при x in ({-1-sqrt{5}}/2; -1) union (0;{-1+sqrt{5}}/2) [/pmath]

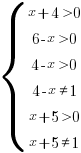
Изобразим это на рисунке:

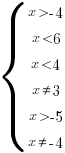


Осталось на два этих решения наложить ОДЗ, и дело в шляпе! Решение:

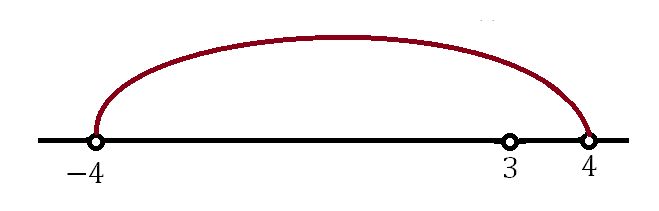
 (0;{1/3}] 

Задание **7**. Решить систему неравенств:  https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

ОДЗ:  


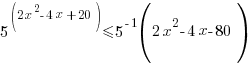


delim{lbrace}{matrix{3}{1}{{x>-4}{x<4}{x<>3}}}{ }” title=”delim{lbrace}{matrix{3}{1}{{x>-4}{x<4}{x<>3}}}{ }”/><img src=



Решим сначала второе неравенство:

25^(x^2-2x+10)-0,2^(2x^2-4x-80)<=0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Теперь основания одинаковые и можно перейти к сравнению показателей степеней с сохранением знака неравенства, так как основание больше 1:

2x^2-4x+20<=-2x^2+4x+80 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Получили квадратное неравенство:

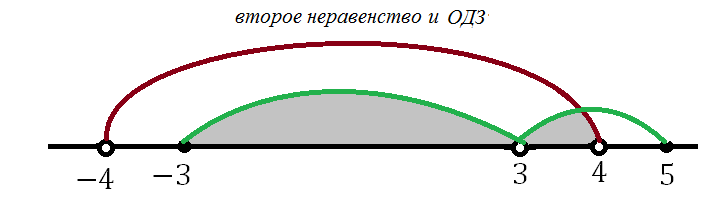
4x^2-8x-60<=0 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png, или x^2-2x-15<=0 https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

По Виету легко находим корни:

x_1= -3,  x_2=5

Решение неравенства уже с учетом ОДЗ:

x in[-3;3)union(3;4))



Решим теперь первое неравенство, используем метод рационализации:

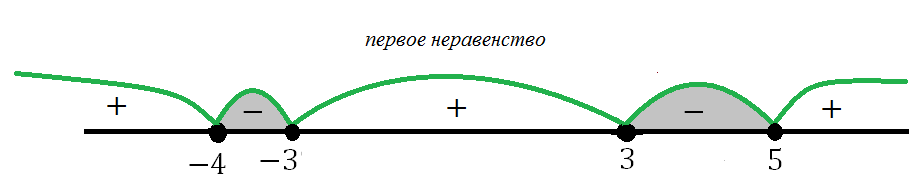
log_{4-x} (x+4)*log_{x+5} (6-x)<=0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Преобразуем неравенство:

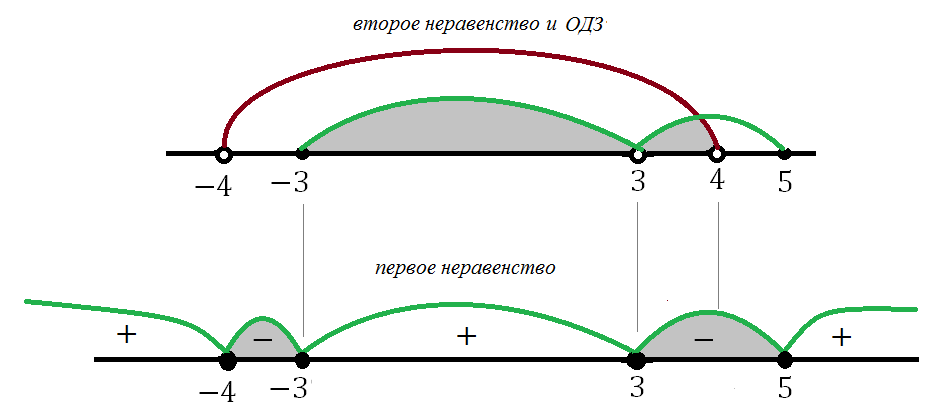
(4-x-1)(x+4-1)(x+5-1)(6-x-1)<=0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

(3-x)(x+3)(x+4)(5-x) <=0https://easy-physic.ru/wp-content/plugins/wpmathpub/phpmathpublisher/img/math_1002_c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710.png

Решение: x in [-4;-3] union[3;5]



Накладываем решение этого неравенства на решение предыдущего и ОДЗ:



Решение: 