

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ВЕРТИКАЛЬ !!!**

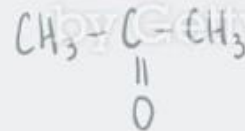
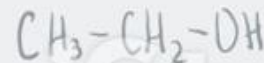
$$\omega(C) = \frac{z \cdot Ar(C)}{Mr(AxByCz)} \Rightarrow z = \frac{\omega(C) \cdot Mr(AxByCz)}{Ar(C)}$$



$$S = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$S = 2\pi RH$$



$$\omega(A) = \frac{x \cdot Ar(A)}{Mr(AxByCz)} \Rightarrow x = \frac{\omega(A) \cdot Mr(AxByCz)}{Ar(A)}$$

$$\omega(B) = \frac{y \cdot Ar(B)}{Mr(AxByCz)} \Rightarrow y = \frac{\omega(B) \cdot Mr(AxByCz)}{Ar(B)}$$

$$\omega(C) = \frac{z \cdot Ar(C)}{Mr(AxByCz)} \Rightarrow z = \frac{\omega(C) \cdot Mr(AxByCz)}{Ar(C)}$$

**Мало известные
теоремы геометрии!**



g, ctg



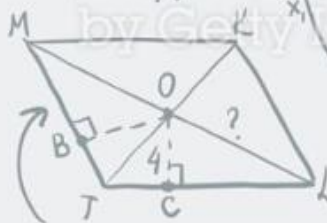
$$S = x - x_0 = vt$$

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$$

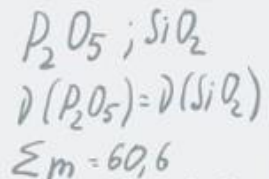
$$x = x_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$v^2 - v_0^2 = \pm 2a \cdot S$$

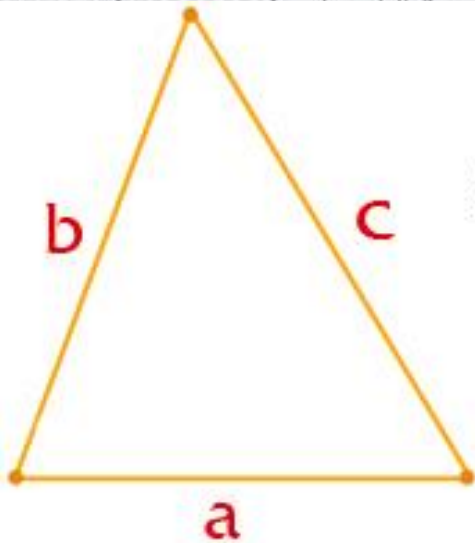
$$S_{OAB} = \pi R^2 \cdot \varphi / 360^\circ$$



$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow V = \frac{S}{t}$$



Формула Герона

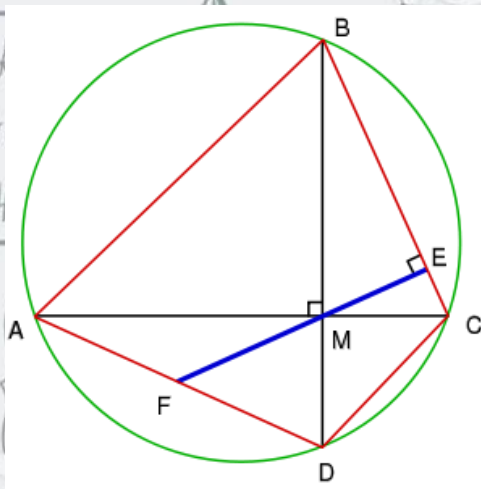


$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

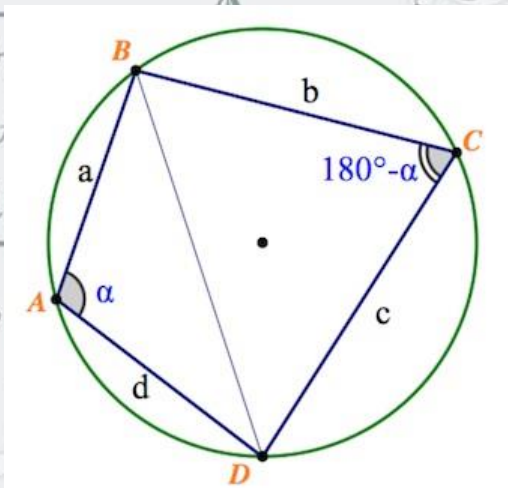


Формула Брахмагупты



Если вписанный четырёхугольник имеет перпендикулярные диагонали, пересекающиеся в точке M, то прямая, проходящая через точку M и перпендикулярная одной из его сторон, делит противоположную ей сторону пополам.

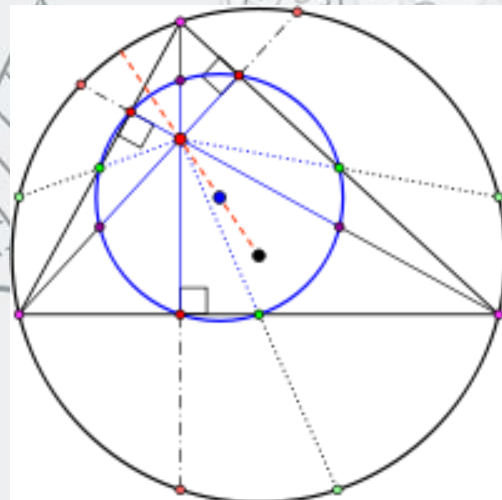
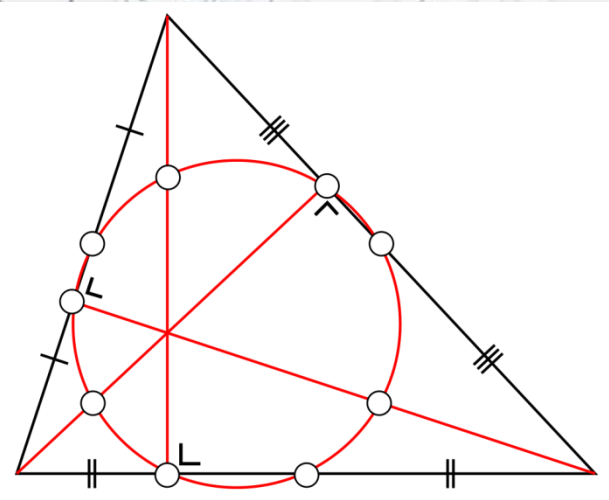
Формула Брахмагупты



$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

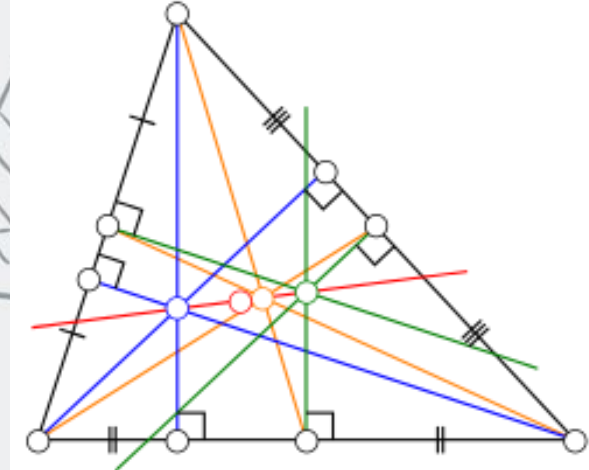
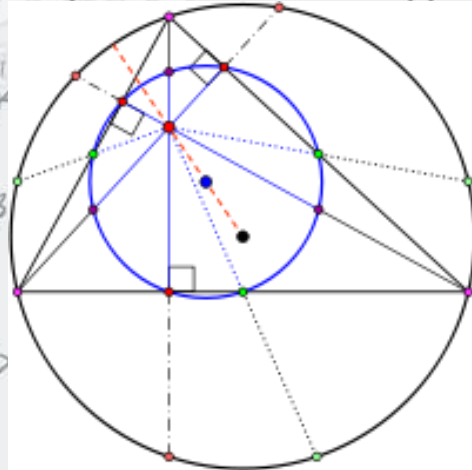
где p – полупериметр.

Окружность девяти точек



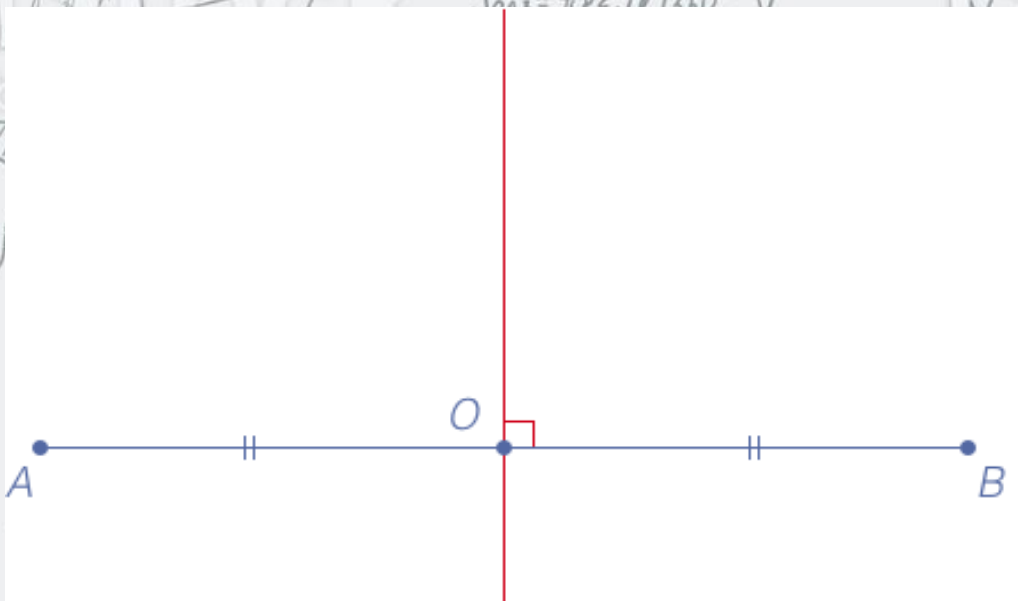
Основания трёх высот произвольного треугольника, середины трёх его сторон и середины трёх отрезков, соединяющих его вершины с ортоцентром, лежат все на одной окружности.

Прямая Эйлера



Прямая Эйлера (красная) проходит через центр описанной окружности треугольника, его ортоцентр, центр тяжести и центр окружности девяти точек

Серединный перпендикуляр

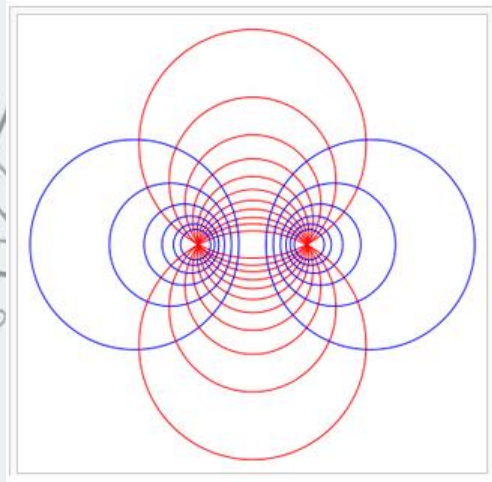
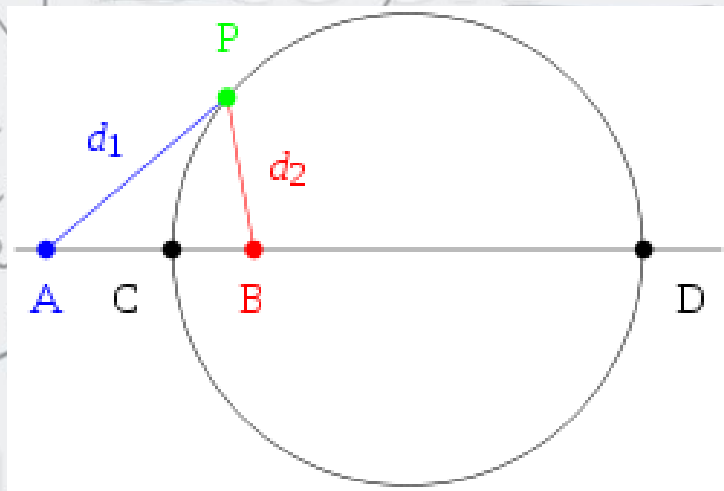


Геометрическое место точек, расстояния от каждой из которых до двух заданных точек (А и В) относятся как 1:1

А что, если?

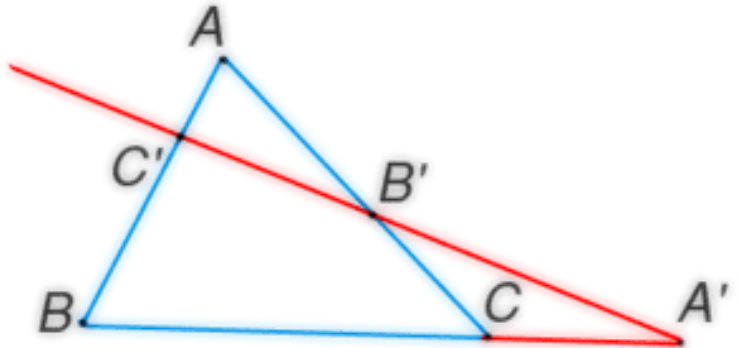
... требуется найти геометрическое место точек, расстояния от каждой из которых до двух заданных точек (А и В) относятся как $d_1:d_2=k$?

Окружности Аполлония



Это окружность с центром в точке $(a/(1-k^2), 0)$, лежащей на оси OX , радиуса $R=ak/|1-k^2|$.

Теорема Менелая



Если точки A', B', C' лежат соответственно на BC, CA и AB треугольника ABC или на их продолжениях, то они коллинеарны тогда и только тогда, когда

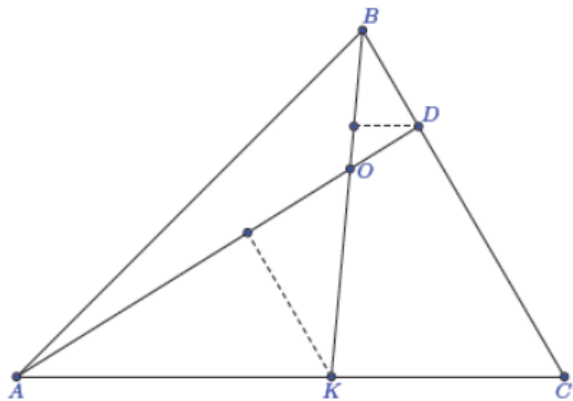
$$(AB'/B'C)(CA'/A'B)(BC'/C'A) = -1,$$

где $(AB'/B'C)$, $(CA'/A'B)$ и $(BC'/C'A)$ обозначают отношения направленных отрезков.

Теорема Менелая

Задача №1 Точки D и K лежат на сторонах $AC, BC, \triangle ABC$, при этом $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{5}, \frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$. В каком отношении прямая BK делит AD ?

Решение:



Пусть $AD \cap BK = O$, тогда по теореме Менелая получим:

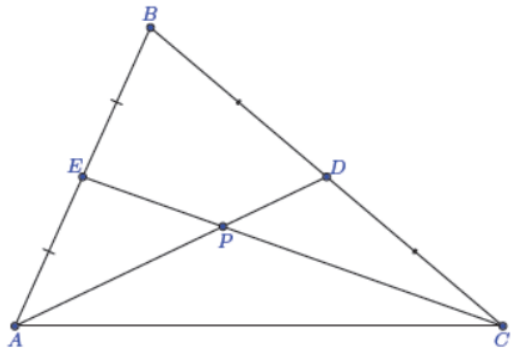
$$\frac{CD}{DB} \cdot \frac{BO}{OK} \cdot \frac{KC}{CA} = 1 \text{ и } \frac{CK}{KA} \cdot \frac{AO}{OD} \cdot \frac{DB}{BC} = 1.$$

Имеем: $\frac{CK}{KA} = \frac{2}{3}$. Так как $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow BD = \frac{2}{5}DC$, $BD + DC = BC$, то есть $BC = \frac{7}{5}DC \Rightarrow DC = \frac{5}{7}BC$, получим, что $\frac{2}{3} \cdot \frac{AO}{OD} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{DC}{BC} = 1$ (где $DC = \frac{5}{7}BC$). Имеем: $\frac{2}{3} \cdot \frac{AO}{OD} \cdot \frac{2}{7} = 1 \Rightarrow \frac{AO}{OD} = \frac{21}{4}$.

Теорема Менелая

Задача №2 Медиана AD и высота CE равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ ($AB = BC$) пересекаются в точке P . Найти $S_{\triangle ABC}$, если $CP = 5$, $PE = 2$.

Решение:



Известно $CE = 2 + 5 = 7$, найдём $\frac{EA}{AB}$. По теореме Менелая получим:

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CP}{PE} \cdot \frac{EA}{AB} = 1 \text{ и } \frac{BE}{EA} \cdot \frac{AP}{PD} \cdot \frac{DC}{CB} = 1.$$

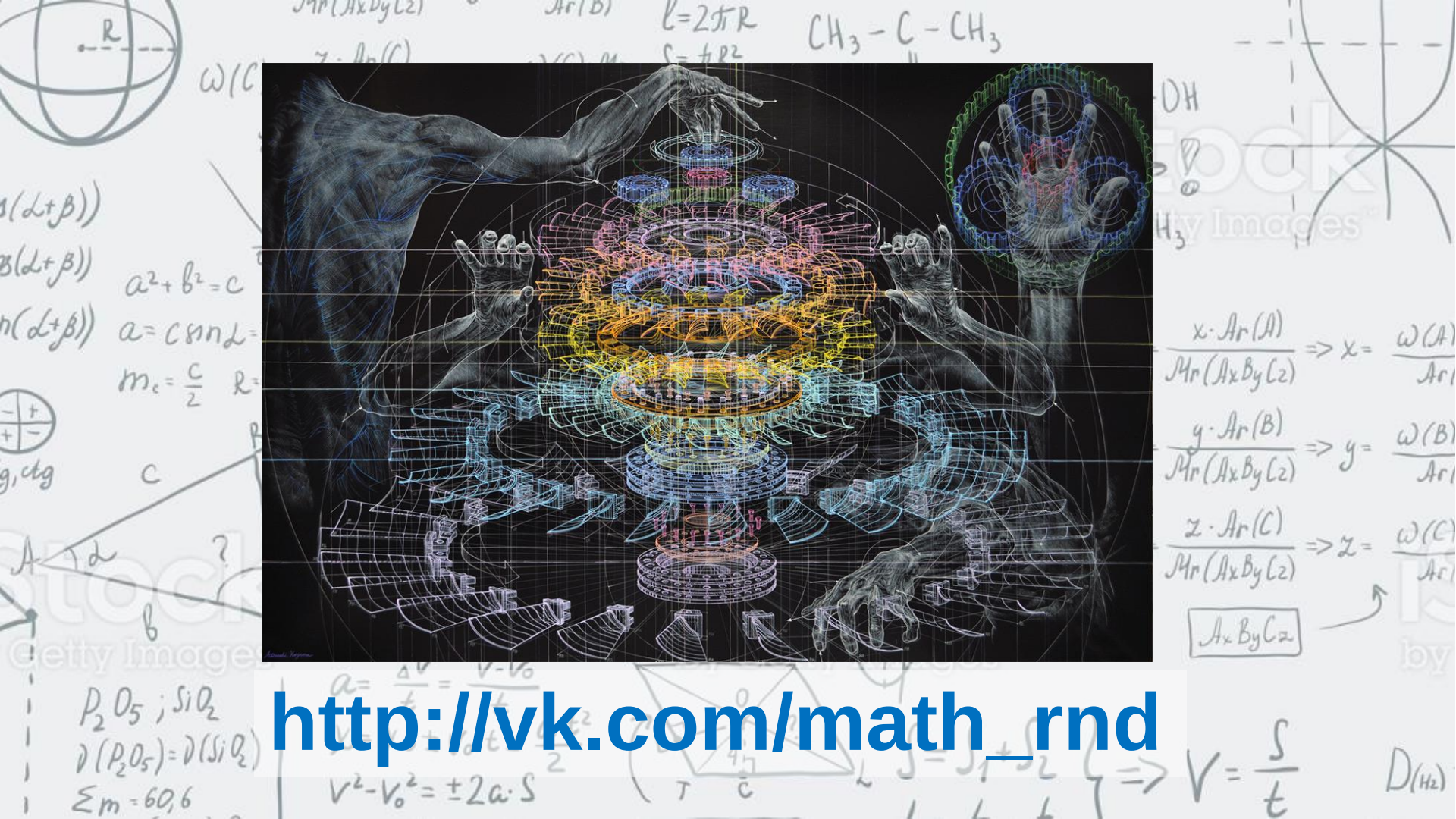
Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{BE}{EA} \cdot \frac{AP}{PD} \cdot \frac{DC}{CB} = 1 \\ \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CP}{PE} \cdot \frac{EA}{AB} = 1 \\ AB = BC, BD = DC \\ CP = 5, PE = 2 \end{cases}$$

Имеем: $\frac{BD}{DC} = 1$ и $\frac{CP}{PE} = \frac{5}{2}$, откуда $\frac{EA}{AB} = \frac{2}{5}$, то есть $EA = \frac{2}{5}AB$. $EB = AB - \frac{2}{5}AB = \frac{3}{5}AB$.

В $\triangle BEC$ ($EC \perp EB$) и $EC = 7$ по теореме Пифагора: $49 = -\frac{9}{25}AB^2 + AB^2$ (так как $BC = AB$) $\Rightarrow AB = \frac{35}{4}$. Получаем:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CE = \frac{245}{8}.$$



13.04.2019 в 13:00

Погружение в тригонометрию

школа «Источник Знаний», Симферопольская ул., 65/2

20.04.2019 в 13:00

Работа с логарифмами

школа «Источник Знаний», Симферопольская ул., 65/2

27.04.2019 в 13:00

Погружение в геометрию (метод координат)

школа «Источник Знаний», Симферопольская ул., 65/2

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

**Карасев Денис Николаевич,
декан факультета компьютерных технологий
и информационной безопасности РГЭУ (РИНХ)**

тел: 89185458547