

ОГЭ повышенной и высокого уровня сложностей.

Ветюгова Светлана Ахметовна учитель
математики МБОУ СОШ №34 МО Динской район, тьютор
ЕГЭ-11 по математике, региональный эксперт по
проверке экзаменационных работ ГИА-9 по математике

октябрь 2022 г.

Работа состоит из двух частей:

- ▶ Часть 1 (базовый уровень) содержит 19 заданий:
по алгебре - 14 заданий,
по геометрии - 5 заданий.
- ▶ Часть 2 (повышенный уровень) содержит 6 заданий:
по алгебре - 3 задания,
по геометрии - 3 задания.

Тематическая принадлежность заданий осталась в основном неизменной.

в 2022 году задание:

- ▶ №20 - упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений,
- ▶ №21 - решение текстовой задачи,
- ▶ №22 - построение графика функции,
- ▶ №23 - задача на вычисление по геометрии,
- ▶ №24 - задача по геометрии на доказательство,
- ▶ №25 - геометрическая задача по геометрии высокого уровня сложности.

Каждое задание второй части КИМ
ОГЭ по математике оценивается в
два балла.

| | Нумерация заданий | | | | | | Общ. балл |
|---------------------|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|--------------|
| 2023 (6 заданий) | №20 | №21 | №22 | №23 | №24 | №25 | |
| Максим. балл | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 12 |

Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем:

- 1) решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося.
- 2) Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным.
- 3) Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов).
- 4) Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, рассматривается как решение без недочетов.

- Если решение заданий 20-25 удовлетворяет этим требованиям, то выставляется полный балл - 2 балла за каждое задание.
- Если в решении допущена ОДНА ошибка (вычислительная, погрешность в терминологии или символике и др.), не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе) и позволяющая, несмотря на ее наличие, сделать вывод о владении материалом, то учащемуся засчитывается балл, на 1 меньший указанного, что и отражено в критериях оценивания заданий с развернутым ответом.

Критерии оценки выполнения задания 20

К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ |
| 1 | Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Пример. Решите уравнение .

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x-1}{3} - \frac{(x-1)^2}{10} = 0 \quad \sqrt{D} = 21$$

$$\frac{1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2}{(x-1)^2} = 0$$

$$1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\underline{1} + \underline{3x} - \underline{3} - 10x^2 + \underline{20x} - \underline{10} = 0$$

$$-10x^2 + 23x - 12 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac, \quad D = 529 - 480 = 49 = \pm 7^2$$

$$x_1 = \frac{-23 + 7}{-20} = \cancel{1,5} \quad x_2 = \frac{-23 - 7}{-20} = \frac{-30}{-20} = \frac{3}{2} = \cancel{1,5} \quad 0,8$$

Ответ: ~~1,5; 0,8~~ 1,5; 0,8

0.0 3.

$$(x-1)^2 \neq 0$$

$$x-1 \neq 0$$

$$\underline{x \neq 1;}$$

Комментарий.

Записан верный ответ. Но присутствуют в последних строках:

- а) ошибка в вычислении корня квадратного уравнения;
- б) ошибка при сложении чисел с разными знаками;
- в) ошибка в формуле корней квадратного уравнения;
- г) ошибка при делении чисел с разными знаками.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример:

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$$

Решение: Пусть $\frac{1}{x-1} = t$,

$$t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49$$

$$\sqrt{D} = 7$$

$$t_1 = -5, \quad t_2 = 2$$

$$1) \frac{1}{x-1} = -5$$

$$-5(x-1) = 1$$

$$x = 0,8$$

$$2) \frac{1}{x-1} = 2$$

$$2x - 2 = 1$$

$$x = 1,5$$

Ответ: 0,8; 1,5

$$\textcircled{21} \quad \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{(x-1)} - 10 = 0$$

1) Пусть $(x-1) = t$, тогда.

$$\frac{1}{t^2} + \frac{3}{t} - 10 = 0$$

$$\frac{1 + 3t - 10t^2}{t^2} = 0 \quad t^2 \neq 0$$

$$\Rightarrow -10t^2 + 3t + 1 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$10t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 1 \cdot 10 = 49$$

$$\sqrt{D} = 7$$

$$t_1 = \frac{3+7}{20} = 0,5$$

$$t_2 = \frac{3-7}{20} = -\frac{4}{20} = -0,2$$

Ответ: $-0,2$ и $0,5$.

2) $(x-1) = t$, следовательно:

$$\bullet x-1 = 0,5$$

$$x = 1,5$$

$$\bullet x-1 = -0,2$$

$$x = 1 - 0,2 = 0,8$$

○ Комментарий.

○ Все этапы решения присутствуют, корни в правом столбце найдены верно. Неверную запись ответа можно рассмотреть как опisku.

○ Оценка эксперта: 1 балл.

Комментарий:

1. Неверно используется символ при записи корней квадратного уравнения

2. Неверно записан ответ

оценка эксперта: 0 баллов

521.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$$

$$\frac{1}{x} = t$$

$$t^2 + 4t - 12 = 0$$

$$D = 16 + 48 = 64$$

$$t = \frac{-4 + 8}{2} = 2$$

$$t = \frac{-4 - 8}{2} = -6$$

$$\frac{1}{x} = 2 \quad \text{или} \quad \frac{1}{x} = -6$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad x = -\frac{1}{6}$$

Ответ: $(-\frac{1}{6}; \frac{1}{2})$

Критерии оценки выполнения задания 21.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Правильно составлено уравнение, получен верный ответ |
| 1 | Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Важно при оформлении

задания 21 помнить:

- ▶ 1. Должна быть составлена математическая модель задачи, из которой должно быть понятно, что принимаем за x .
- ▶ 2. Помните, что при решении уравнения мы находим корни уравнения, а не задачи (не должно быть единиц измерения)
- ▶ 3. При решении дробно-рационального уравнения должна быть указана область определения уравнения.
- ▶ 4. После решения уравнения должно быть обоснован выбор значения.
- ▶ 5. В ответе правильно отвечаем на вопрос задачи.

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 9 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 60 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

n 21

| | $S, \text{ км}$ | | $v, \text{ км/ч}$ | | $t, \text{ ч}$ | |
|---|-----------------|---|-------------------|----|-----------------|----------------|
| | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 1 | 5 | 5 | x | x | $\frac{5}{x}$ | $\frac{5}{x}$ |
| 2 | 5 | 5 | x-9 | 60 | $\frac{5}{x-9}$ | $\frac{5}{60}$ |

Пусть $S = 10 \text{ км}$.

$$\frac{5}{x} + \frac{5}{x} = \frac{5}{x-9} + \frac{5}{60}, \quad x \neq 0, x \neq 9$$

$$\frac{12(x-9)}{10} - \frac{5}{x-9} = \frac{x(x-9)}{12}$$

$$120x - 1080 - 60x = x^2 - 9x$$

$$x^2 - 9x - 60x + 1080 = 0$$

$$x^2 - 69x + 1080 = 0$$

$$D = 4761 - 4320 = 441$$

$$\sqrt{D} = 21$$

$$x_1 = \frac{69-21}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$x_2 = \frac{69+21}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

По условию задана скорость первого автомобилиста больше 40 км/ч, поэтому она равна 45 км/ч.
 Ответ: 45 км/ч.

$$\frac{5}{x} + \frac{5}{x} = \frac{5}{x-9} + \frac{5}{60}, \quad x \neq 0, x \neq 9$$
$$\frac{12(x-9)}{x} - \frac{12x}{x-9} = \frac{x(x-9)}{12}$$

$$120x - 1080 - 60x = x^2 - 9x$$

$$x^2 - 9x - 60x + 1080 = 0$$

$$x^2 - 69x + 1080 = 0$$

$$D = 4761 - 4320 = 441$$

$$\sqrt{D} = 21$$

$$x_1 = \frac{69 - 21}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$x_2 = \frac{69 + 21}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

По условию задана скорость первого автомобиля больше 40 км/ч, поэтому она равна 45 км/ч

Ответ: 45 км/ч.

n 21

| | S км | | V км/ч | | t ч | |
|---|------|---|--------|----|-----------------|----------------|
| | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | x | x | $\frac{1}{x}$ | $\frac{1}{x}$ |
| 1 | 1 | 1 | x-9 | 60 | $\frac{1}{x-9}$ | $\frac{1}{60}$ |

$$\frac{60(x-9)}{1} + \frac{60(x-9)}{x} = \frac{60x}{x-9} + \frac{x(x-9)}{60}, \quad x \neq 0, x \neq 9$$

$$60x - 540 + 60x - 540 = 60x + x^2 - 9x$$

$$x^2 - 9x + 60x - 120x + 540 + 540 = 0$$

$$x^2 - 69x + 1080 = 0$$

$$D = 4761 - 4320 = 441$$

$$\sqrt{D} = 21$$

$$x_1 = \frac{69 - 21}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$x_2 = \frac{69 + 21}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

По условию задана скорость
первого автомобиля больше
40 км/ч, значит она равна 45 км/ч
Ответ: 45 км/ч.

Критерии оценки

выполнения задания 22.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком только одну общую точку |
| 1 | График построен правильно, указаны не все верные значения c |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

При оформлении задания

№22 помните:

Верное построение графика включает в себя:

масштаб,

содержательная таблица значений или объяснение построения,

выколота точка обозначена в

соответствии с ее координатами,

на координатных осях должны быть

указаны координаты основных точек

построения.

Пример оценивания решения задания 22.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.

Комментарий.

График построен неверно – отсутствует выколота точка. В соответствии с критериями – 0 баллов.

Оценка эксперта: 0 баллов.

23) $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$

1) $9x^2+x \neq 0$
 $x(9x+1) \neq 0$
 $x \neq 0$ $9x \neq -1$
 $x \neq -\frac{1}{9}$

2) $y = \frac{9x+1}{x(9x+1)}$
 $y = \frac{1}{x}$

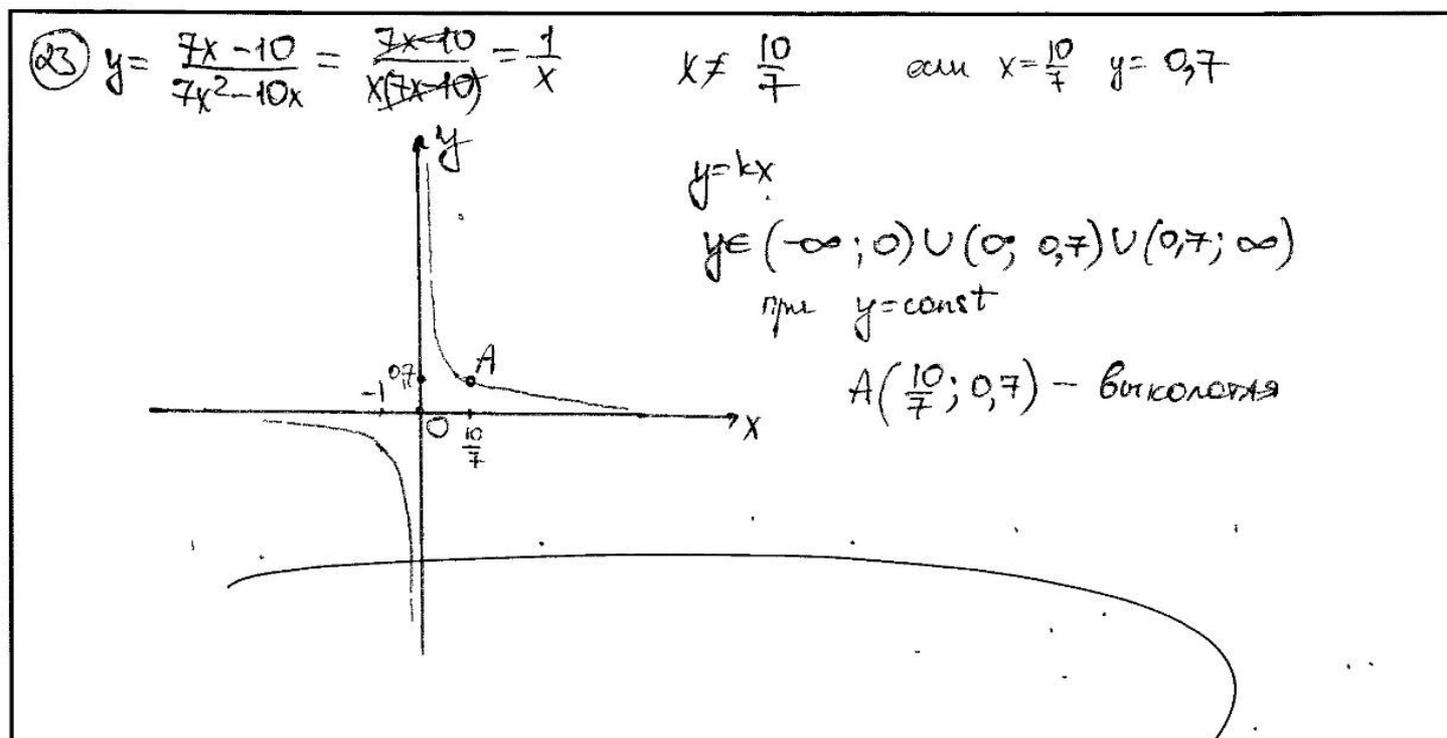
| | | | | | | |
|-----|---|-----|----|------|------|-------|
| x | 1 | 2 | -1 | -2 | 4 | -4 |
| y | 1 | 0,5 | -1 | -0,5 | 0,25 | -0,25 |

3) $\frac{kx}{1} = \frac{1}{x}$
 $kx^2 = 1$ Если $y=1$, а $x^2 = (-\frac{1}{9})^2$, то:
 $k \times (\frac{1}{9})^2 = 1$
 $k \times \frac{1}{81} = 1$
 $k \times 81 = 81$
 $k = 81$

Ответ: при $k = 81$

Постройте график функции
значениях k прямая
точку. Ответ: 0,49.

$y = \frac{7x-10}{7x^2-10x}$ и определите, при каких
имеет с графиком ровно одну общую
 $y = kx$



Комментарий.

Форма графика соблюдена, выколота точка обозначена верно. Вторая часть задания не выполнена.

Оценка эксперта: 1 балл.

Критерии оценки выполнения задания 23.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Получен верный обоснованный ответ |
| 1 | При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба. Ответ:10.

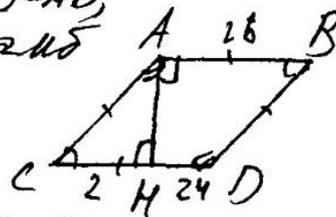
№ 2 ч.
Дано:
ABCD - ромб
AH - высота
DH = 24
CH = 2
Найти: AH = ?

Решение:

$$CD = CA = BD = AB,$$

т.к. ABCD - ромб

$$\downarrow$$
$$CH + HD = 26$$



$$CD = AB = AC = BD = 26, \text{ т.к.}$$

~~CD = 26~~ (по теор. Пифагора)

$$AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 =$$
$$= 672$$

$$AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$$

Ответ. $4\sqrt{42}$.

Комментарий.

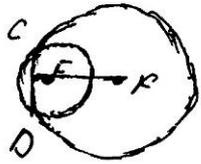
Учащийся решает свою задачу: не учтен порядок расположения отрезков.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Критерии оценки выполнения задания 24.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Доказательство верное, все шаги обоснованы |
| 1 | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Пример. Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .



№25

Дано: окружность с центром в точке E , окружность с центром в точке F , точки C, D - точки пересечения окружностей
Доказать: $EF \perp CD$

~~1) Рассмотрим треугольник CFD .~~

2) Пусть пересечение EF и CD - K , а пересечение с окружностью симбол на обороте \rightarrow

3) Так как центры окружностей находятся на одной прямой, CD их общая хорда, а $EF \perp FK$ - радиус одной из окружностей, то FK делит CD пополам.

4) Рассмотрим треугольник CFD , FK - медиана CD ,

5) $FD = FC$, т.к. они являются радиусами окружности

6) следовательно $\triangle CFD$ - равнобедренный, следовательно FK также является высотой, следовательно $EF \perp CD$

Комментарий.

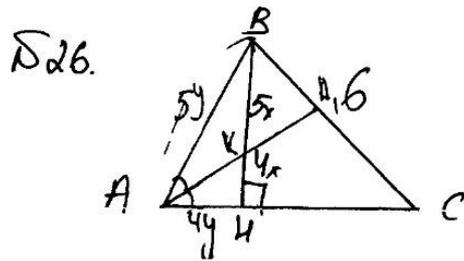
Не доказано, почему FK делит CD пополам.

Оценка эксперта:
0 баллов.

Критерии оценки выполнения задания 25.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Пример. Биссектриса угла A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $5:4$, считая от вершины. BC равно 6 . Найдите радиус описанной окружности. Ответ: 5 .



Дано: $\triangle ABC$, бис $\angle A$ делит BH ($5:4$), $BC=6$
 Найти: R .

Рис. 26. $AA_1 - \text{бис} \Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AK}{KH} = \frac{5}{4}$ $AB=5y$ $AK=4y \Rightarrow BH=3y$ и $BH=9x$
 $9x=3y$ $3x=y$ $2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{6}{\sin A}$ $\sin A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0,6$

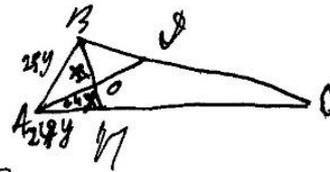
Комментарий.

Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

Оценка эксперта: 1 балл.

26.

Дано:
 $\triangle ABC$
 BO - высота
 AO - медиана
 $BC = 14$
 $BO : ON = 25x : 24x$
 $R = ?$



Решение:

1) $\frac{AB}{AN} = \frac{BO}{ON} = \frac{24y}{25y}$ - стороны
 пропорциональны
 в $\triangle ABM$

2) $\triangle ABM$ - прямоугольный \Rightarrow
 $25y^2 = AB^2 = AM^2 + BM^2$ (Пифагор) \Rightarrow
 $25y^2 = 24y^2 + (49x)^2 \Rightarrow 49y^2 = (49x)^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2$
 $\Rightarrow y = 7x$

3) $\sin \angle BAN$ в $\triangle BAN = \frac{BN}{AB} = \frac{49x}{25y} =$
 $= \frac{49x \cdot 7}{7x \cdot 25} = \frac{7}{25}$
 4) $2R = \frac{BC}{\sin A}$ (следствие из теоремы синусов) \Rightarrow
 $2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 25$ Ответ: $R = 25$

Комментарий.

Арифметическая ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.