

МЕЖШКОЛЬНЫЙ ФАКУЛЬТАТИВ

Задание 4

ЕГЭ – 2023(база)

**Преобразование выражений.
Действия с формулами.**

МАОУ СОШ №15
МО ДИНСКОЙ Р-Н
П. ЮЖНЫЙ
УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
Шинкарь К.В.

Необходимо знать

- * свойства степеней
- * свойства корней
- * правило переноса слагаемых через знак равно
- * свойство пропорции(тождественные преобразования)

Задача № 1 (Экономического содержания)

- * В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле где t — длительность поездки, выраженная в минутах

$$C = 150 + 11 \cdot (t - 5), \quad (t > 5).$$

- * Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 8-минутной поездки.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной t :

$$C = 150 + 11 \cdot (t - 5) = 150 + 11 \cdot (8 - 5) = 183 \text{ руб.}$$

Ответ: 183.

Задача № 2

- В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле ,

$$C=6000+4100*n$$

где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.

Решение:

Подставим в формулу значение переменной n :

$$C = 6000 + 4100 \cdot 5 = 26\ 500.$$

Ответ: 26 500

Задача №3 (математического содержания)

Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника,

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab},$$

γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$,

если $a = 5$, $b = 6$, $c = 7$.

Решение.

Подставим величины a , b , c в формулу, получаем:

$$\cos \gamma = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{25 + 36 - 49}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

Задача №4

- * Длина медианы проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле

$$m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}.$$

Найдите медиану если $a = 3$, $b = \sqrt{11}$, и $c = 6$.

Решение.

Найдём длину медианы, проведённой к стороне c :

$$m_c = \frac{\sqrt{2 \cdot 3^2 + 2 \cdot (\sqrt{11})^2 - 6^2}}{2} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9 + 2 \cdot 11 - 36}}{2} = \frac{\sqrt{18 + 22 - 36}}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

- * Ответ: 1.

Задача №5

- * Площадь треугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{abc}{4R},$$

где a , b и c — стороны треугольника, а R — радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , если $a = 3$, $b = 25$, $c = 26$ и

Решение.

Найдем S по формуле:

$$S = \frac{abc}{4R} = \frac{3 \cdot 25 \cdot 26}{4 \cdot \frac{325}{24}} = \frac{1950}{\frac{325}{6}} = \frac{1950 \cdot 6}{325} = 6 \cdot 6 = 36.$$

Ответ: 36.

Задача №6

- * Площадь трапеции S в м^2 можно вычислить по формуле где a — основания трапеции, h — высота (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a = 5$, $b = 3$ и $h = 6$.

Решение.

Вычислим площадь трапеции:

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{5+3}{2} \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24.$$

Ответ: 24.

Задача №7

- Площадь треугольника со сторонами a, b, c можно найти по формуле Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где

$$p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Найдите площадь треугольника со сторонами 11, 25, 30.

Решение.

Найдём полупериметр треугольника: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{11+25+30}{2} = \frac{66}{2} = 33.$

Найдём площадь треугольника:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{33(33-11)(33-25)(33-30)} = \sqrt{33 \cdot 22 \cdot 8 \cdot 3} = \\ &= \sqrt{11 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3} = 12 \cdot 11 = 132. \end{aligned}$$

Ответ: 132.

Задача №8

Известно, что $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
Найдите сумму $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 30^2$.

Решение.

Найдём сумму чисел:

$$\frac{30(30+1)(2 \cdot 30+1)}{6} = \frac{30 \cdot 31 \cdot 61}{6} = 5 \cdot 31 \cdot 61 = 9455.$$

Ответ: 9455.

Задача №9

- * Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{(a+b+c)r}{2}$, где a, b, c — длины сторон треугольника, r — радиус вписанной окружности. Вычислите длину стороны c , если $S = 24$, $a = 8$, $b = 6$, $r = 2$.

Решение.

Подставим в формулу известные значения величин:

$$\frac{(8+6+c) \cdot 2}{2} = 24 \Leftrightarrow 14+c = 24 \Leftrightarrow c = 10 \text{ м.}$$

Ответ: 10.

Задача №10

- * Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, где a — сторона треугольника, — противолежащий этой стороне угол, а R — радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите если $a = 0,6$, $R = 0,75$.

Решение.

Выразим из формулы : $\sin \alpha = \frac{a}{2R}$.

Подставляя, получаем:

$$\sin \alpha = \frac{0,6}{1,5} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

Задача №10

Среднее гармоническое трёх чисел $a, b,$ и c вычисляется по формуле

$$h = \left(\frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{3} \right)^{-1}.$$

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}.$$

Найдите среднее гармоническое чисел, если

Решение.

Найдём среднее гармоническое чисел:

$$h = \left(\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}}{3} \right)^{-1} = \left(\frac{3 + 4 + 8}{3} \right)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

Задача №11 (физического содержания)

Второй закон Ньютона можно записать в виде $F = ma$, где F — сила (в ньютонах), действующая на тело, m — его масса (в килограммах), a — ускорение, с которым движется тело (в м/с^2). Найдите m (в килограммах), если $F = 221 \text{ Н}$ и $a = 17 \text{ м/с}^2$.

Решение.

Выразим m и подставим значения в формулу:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{221}{17} = 13.$$

Ответ: 13.

Задача №12

* Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$,

где c — удельная теплоёмкость, m — масса тела (в кг), t_1 — начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 — конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q если

$t_2 = 608$ К, $m = 3$ кг и $t_1 = 603$ К.

Решение.

Согласно формуле, подставим данные:

$$Q = 600 \cdot 3 \cdot (608 - 603) = 600 \cdot 3 \cdot 5 = 9000$$

Ответ: 9000

Задача №13

- * Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = I^2 R t$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 5$ с, $I = 2$ А и $R = 13$ Ом.

Решение.

Подставим данные, согласно формуле:

$$A = 2^2 \cdot 13 \cdot 5 = 260 \text{ Дж.}$$

Ответ: 260.

Задача №14

Найдите v_0 из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 20$, $t = 2$ и $a = 7$.

Решение.

Подставляя значения v , t и a получаем:

$$20 = v_0 + 7 \cdot 2$$

откуда

$$v_0 = 20 - 14 = 6.$$

Ответ: 6.

Задача №15

Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W = \frac{q^2}{2C}$,

где C — ёмкость конденсатора (в Ф),

а q — заряд на одной обкладке конденсатора (в Кл).

Найдите W (в Дж),

если $C = 5 \cdot 10^{-4}$ Ф и $q = 0,1$ Кл.

*** Решение.**

Найдем энергию конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{0,1^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = \frac{(10^{-1})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = \frac{1}{10^{-1}} = 10.$$

Ответ: 10.

Задача №16

- * Скорость камня (в м/с), падающего с высоты h (в м), в момент удара о землю можно найти по формуле

$$v = \sqrt{2gh}.$$

- * Найдите скорость (в м/с), с которой ударится о землю камень, падающий с высоты 62,5 м. Считайте, что ускорение свободного падения g равно $9,8 \text{ м/с}^2$.

Решение.

Подставим значения в формулу:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 62,5} = 35 \quad \text{м/с.}$$

Ответ: 35.

Задачи для самостоятельного решения

1. Закон Гука можно записать в виде $F = kx$, где F — сила (в ньютонах), с которой сжимают пружину, x — абсолютное удлинение (сжатие) пружины (в метрах), а k — коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $F = 80$ Н и $k = 5$ Н/м.

2. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 5$, $b = 8$ и $c = 9$.

3. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности вычисляется по формуле $r = \frac{a + b - c}{2}$, где a и b — катеты, а c — гипотенуза. Пользуясь этой формулой, найдите r , если $a = 7$, $b = 24$ и $c = 25$.

4. Площадь треугольника со сторонами a , b , c можно найти по формуле Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$. Найдите площадь треугольника, если длины его сторон равны 7, 15, 20.

5. Среднее геометрическое трёх чисел a , b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 4, 18, 81.

6. Найдите m из равенства $E = \frac{mv^2}{2}$, если $v = 4$ и $E = 80$.

7. Площадь трапеции S в м^2 можно вычислить по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, где a , b — основания трапеции, h — высота (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a = 6$, $b = 4$ и $h = 6$.

8. Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$, где c — удельная теплоёмкость $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\right)$, m — масса тела (в кг), t_1 — начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 — конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q если $t_2 = 608$ К, $c = 600 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, $m = 3$ кг и $t_1 = 603$ К.

9. Ускорение тела (в $\text{м} / \text{с}^2$) при равномерном движении по окружности можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость вращения (в с^{-1}), а R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите a (в $\text{м} / \text{с}^2$), если $R = 0,5$ м и $\omega = 12 \text{ с}^{-1}$.

10. Второй закон Ньютона можно записать в виде $F = ma$, где F — сила (в ньютонах), действующая на тело, m — его масса (в килограммах), a — ускорение, с которым движется тело (в $\text{м} / \text{с}^2$). Найдите m (в килограммах), если $F = 221$ Н и $a = 17 \text{ м} / \text{с}^2$.

Ответы для самопроверки

- * 1-16
- * 2- 0,1
- * 3- 3
- * 4- 42
- * 5- 18
- * 6- 10
- * 7- 30
- * 8- 9000
- * 9- 72
- * 10- 13