

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии – 2022

Региональный этап

Решения заданий и критерии оценивания

9 класс

1. Условие. В некотором пункте на экваторе Земли далекая звезда 1 с прямым восхождением 02ч00м вошла над горизонтом в 01ч00м по местному времени. В какое местное время в этом пункте в этот день зайдет за горизонт далекая звезда 2 с прямым восхождением 08ч00м? Атмосферной рефракцией пренебречь.

1. Решение. На экваторе, если не учитывать рефракцию, восход любой звезды на 6 часов по звездному времени предшествует ее верхней кульминации, при которой звездное время равно прямому восхождению звезды. То есть, звезда 1 восходит в 20 часов по звездному времени. Заход звезды происходит через 6 звездных часов после кульминации, то есть для звезды 2 он произойдет в 14 часов по звездному времени.

Коль скоро восход звезды 1 произошел в начале суток, имеет смысл искать последующий заход звезды 2, который отделен от момента восхода звезды 1 на 18 звездных часов. Как известно, звездные сутки (24 звездных часа) соответствуют примерно 23ч56м по среднему солнечному (местному) времени. Интервал в 18 звездных часов или $\frac{3}{4}$ звездных суток есть 17ч57м в шкале местного (солнечного) времени. Следовательно, ближайший заход звезды 2 произойдет в 18 часов 57 минут по местному времени в этот день.

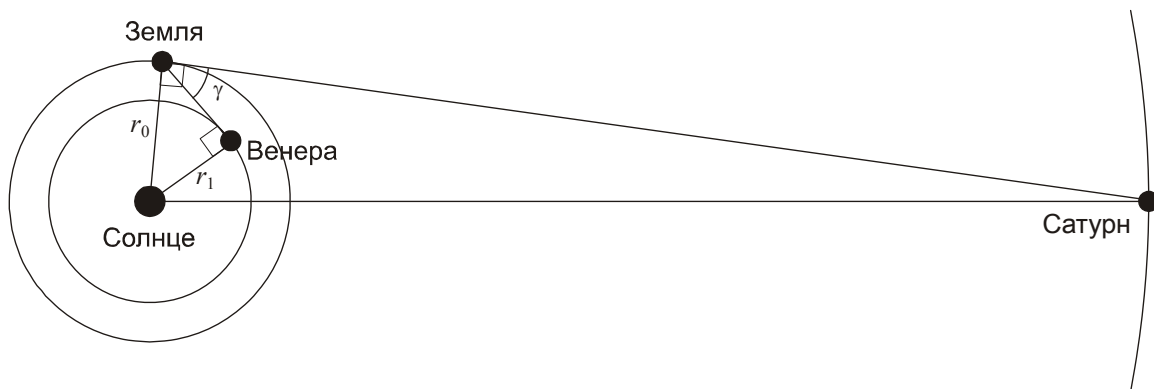
1. Система оценивания. Решение этой задачи разделяется на два основных этапа, при этом в решении участника они могут быть объединены, без указания промежуточных численных результатов.

1 этап (4 балла): определение интервала от восхода звезды 1 до захода звезды 2 по звездному времени. Если участник путает заход звезды с ее восходом и получает в итоге 6 часов вместо 18, то за весь этап выставляется 1 балл, при этом следующий этап, при условии его правильного выполнения (ответ 6ч59м) оценивается полностью.

2 этап (4 балла): переход от шкалы звездного времени к шкале местного времени и формулировка ответа. Если разница звездных и солнечных суток не учтена, и получен ответ 19 часов, за второй этап выставляется 1 балл.

2. Условие. 30 октября 2021 года планета Венера оказалась в наибольшей восточной элонгации в небе Земли, а сама Земля – в наибольшей западной элонгации в небе Сатурна. Определите угловое расстояние между Венерой и Сатурном при наблюдении с Земли в этот день. Орбиты всех планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

2. Решение. Изобразим положение всех трех планет на своих орбитах в указанный день:



Коль скоро Земля оказалась в наибольшей западной элонгации при наблюдении с Сатурна, угол «Солнце – Земля – Сатурн» составляет 90° , то есть Сатурн при наблюдении с Земли находится в квадратуре, причем в восточной. Венера при наблюдении с Земли также располагается к востоку от Солнца. Угол «Солнце – Венера – Земля» также равен 90° , и угловое расстояние Венеры от Солнца в небе Земли есть $\arcsin(r_1/r_0) = 46^\circ$. Здесь r_0 и r_1 – радиусы орбит Земли и Венеры. Таким образом, угловое расстояние между Сатурном и Венерой в этот день:

$$\gamma = 90^\circ - \arcsin(r_1/r_0) = \arccos(r_1/r_0) = 44^\circ.$$

Система оценивания.

1 этап (2 балла): определение углового расстояния между Солнцем и Сатурном на небе (либо вывод о том, что Сатурн находится в квадратуре). Вывод может быть сделан в явном текстовом или численном виде либо отражен на рисунке. Значение 90° в рамках оговоренной в задаче модели является точным, при любых других значениях углового расстояния Сатурна от Солнца, указанных в явном виде или следующих из хода решения, этап не засчитывается. Следующие этапы, кроме последнего, оцениваются в полной мере, если после сделанной здесь ошибки они могут быть выполнены.

2 этап (2 балла): правильное указание, что Сатурн находится в 90° к востоку от Солнца в небе Земли, то есть квадратура восточная. Вывод может быть записан в текстовом виде или отражен на рисунке. Если делается ошибочный вывод, что квадратура западная, и Сатурн в небе Земли располагается с другой стороны от Солнца, нежели Венера, данный этап, как и последний, не засчитываются, общая оценка не может превышать 5 баллов.

3 этап (3 балла): вычисление углового расстояния между Солнцем и Венерой. Допускается отклонение в результате на 1° . В частности, участники могут по памяти записать, что наибольшая восточная элонгация Венеры осенью 2021 года составляла 47° (в реальности это связано с вытянутостью орбиты Земли), подобный вывод засчитывается в полной мере. Численное значение элонгации Венеры может не записываться, ее выражение может переходить в виде формулы в следующий этап.

Вероятная ошибка при выполнении этапа: участник записывает выражение с \arctg вместо \arcsin , фактически предполагая, что Венера удалена на 90° от Земли по гелиоцентрической долготе, угол элонгации составляет при этом 36° . В этом случае за этап выставляется максимум 1 балл, при этом не засчитывается следующий этап (максимальный итог – 5 баллов).

4 этап (1 балл): формулировка окончательного ответа. Засчитывается только в случае верного значения с возможной погрешностью в 1° , перешедшей из предыдущего этапа решения.

Вероятная ошибка при выполнении задания: выводы делаются на основе рисунка, на котором Венера и/или Сатурн располагаются с другой стороны от Солнца. Если ошибка делается для одной из планет с итоговым ответом $136^\circ \pm 1^\circ$, то общая оценка не превышает 5 баллов, данный случай описан выше. Если ошибочно указаны оба направления, и ответ при этом правильный, то решение засчитывается полностью *только* в том случае, если участник в явном виде указал, что рисунок построен для наблюдателя, располагающегося со стороны южного полушария Земли. Во всех иных случаях этап 2 не засчитывается, максимальная оценка за решения составляет 6 баллов, апелляции о неявном представлении южной проекции не принимаются.

Вероятная ошибка при выполнении задания: участник путает угловое расстояние между Венерой и Сатурном ($43-44^\circ$) и между Венерой и Солнцем ($46-47^\circ$), что эквивалентно перестановке \arccos и \arcsin в последней формуле решения. Если при этом выполнены первые три этапа (вычислены угловые расстояния Сатурна и Венеры от Солнца), и ошибка сделана случайно на финальной стадии решения, то не засчитывается только эта финальная стадия с общей оценкой до 7 баллов. Если же ошибка делается на этапе вычисления элонгации Венеры (\arccos вместо \arcsin), то за 3 этап выставляется не более 1 балла с максимумом до 5 баллов.

3. Условие. В романе Жюль Верна «Таинственный остров» герои оказываются на неизвестном острове и называют его островом Линкольна. В ходе действий книги они узнают, что координаты острова Линкольна – $34^\circ 57'$ ю. ш., $150^\circ 30'$ з. д. Позже они нашли карты и узнали, что такого острова на них нет, но поблизости есть риф Марии-Терезы (он же остров Табор, координаты $37^\circ 11'$ ю. ш., $151^\circ 15'$ з. д.). Герои произведения путешествовали к нему и обратно на самодельном небольшом корабле. Какое расстояние они прошли (туда и обратно вместе), если считать, что двигались они по самому короткому пути?

3. Решение. Острова находятся недалеко друг от друга, поэтому можно рассматривать картину как евклидову на плоскости, но помня при этом, что длина дуги в 1° вдоль меридиана и параллели отличается, так как дело происходит вдали от экватора. Определим разницу широт и долгот островов Линкольна и Табор:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= 2^\circ 14' = 2.23^\circ; \\ \Delta\lambda &= 45' = 0.75^\circ.\end{aligned}$$

Длина дуги большого круга на поверхности Земли, проходящего через эти два острова, составит:

$$\gamma = \sqrt{\Delta\varphi^2 + (\Delta\lambda \cos\varphi)^2} = 2.31^\circ.$$

В качестве широты φ правильной всего взять среднее значение из широт двух островов (-36°). Мы видим, что полное смещение мало отличается от смещения вдоль меридиана. Учитывая, что длина дуги меридиана в 1° составляет $L=2\pi R/360^\circ = 111.2$ км (здесь R – радиус Земли), получаем, что полное расстояние, которое преодолели путешественники туда и обратно, есть $2L\gamma = 515$ км.

3. Система оценивания.

1 этап (2 балла). Определение разности долгот и широт двух островов. Может выполняться в численном или общем виде. Разность долгот может быть сразу умножена участником на фактор $\cos\varphi$ (получается 0.6° или $36'$). Выставляется по 1 баллу за каждый правильный ответ. При ошибке соответствующий балл не ставится, но последующие этапы оцениваются в полной мере.

2 этап (4 балла). Вычисление расстояния между островами в километрах или градусах дуги большого круга. Если участник опускает фактор $\cos\varphi$ и получает чуть завышенную итоговую длину (524 км) – оценка уменьшается на 1 балл. Также 3 баллами оценивается приближенное решение, в котором считается, что путешественники двигались вдоль меридиана (итоговая длина 497 км). В обоих случаях последующий этап оценивается в полной мере.

3 этап (2 балла). Формулировка окончательного ответа. Максимальная погрешность без учета допущений и неточностей на предыдущих этапах – 5 км. При ошибке в 2 раза, вызванной невнимательным чтением условия и определения длины пути в одну сторону, оценка уменьшается на 1 балл.

4. Условие. Астрономическая обсерватория будущего построена на одном из карликовых тел Солнечной системы, обращающемся вокруг Солнца по круговой орбите. Астрометрические измерения одной звезды показали, что в своем движении относительно более далеких звезд в этой области неба она описывает окружность радиусом $0.5''$ с периодом 200 лет. Определите расстояние до этой звезды. Известно, что звезда не входит в состав какой-либо двойной или кратной системы.

4. Решение. Положение звезды измеряется относительно более далеких звезд и при этом описывает окружность. Известно также, что звезда не входит в двойную систему. Следовательно, это есть параллактическое смещение звезды за счет движения обсерватории вокруг Солнца.

Таким образом, $T = 200$ лет – это период обращения карликовой планеты вокруг Солнца. Пользуясь простой формулировкой III закона Кеплера, мы можем получить величину радиуса ее орбиты в астрономических единицах: $a = T^{2/3} = 34.2$, обсерватория построена на транснептуновом теле. Параллактическое смещение звезды при наблюдении с этой обсерватории будет в 34.2 раза больше, чем на Земле. Смещение в $1''$ испытывала бы звезда на расстоянии 34.2 пк, а смещение в $0.5''$ – звезда на расстоянии 68.4 пк.

4. Система оценивания.

1 этап (4 балла): определение расстояние карликовой планеты от Солнца в соответствии с III законом Кеплера. Допустимая погрешность – 1 а.е. При ошибке в интерпретации периода (умножение/деление на 2 и т.д.) этап не засчитывается, последующий оценивается исходя из правильности его выполнения.

2 этап (4 балла): определение расстояния до звезды. Допустимая погрешность – 5 пк. Возможные ошибки: опускание фактора большого расстояния до планеты (ответ – 2 пк, 1 балл за этап), путаница диаметра и радиуса параллактического круга (ошибка в 2 раза, 2 балла за этап).

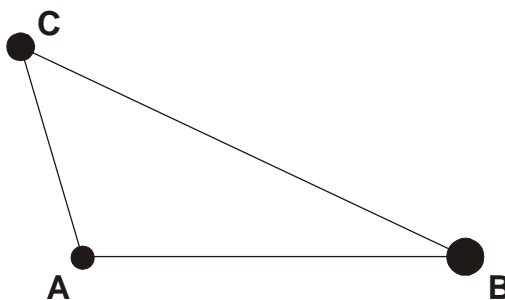
Вероятная ошибка участника: попытка учета абберации света, которая не отражена в программе регионального этапа в 9 классе и никак не влияет на картину, описанную в задании, так как речь идет о движении относительно других звезд. Эта ошибка не влияет на

выполнение первого этапа, так как период планеты остается тем же. Соответственно, первый этап засчитывается полностью при условии правильного выполнения. Если смещение связывать только с абберацией, то второй этап решения не может быть выполнен, любое конкретное решение будет неверным, второй этап не засчитывается.

Даже при попытке интерпретации смещения как комбинации абберации и параллакса мы приходим к противоречию, так как абберационное смещение на круговой орбите с радиусом 34 а.е. равно около $3.5''$, и итоговый эффект не может быть меньшим. За второй этап в этом случае выставляется не более 1 балла.

5. Условие. При наблюдении из окрестностей звезды А звезды В и С имеют одинаковую звездную величину 1^m . При наблюдении из окрестностей звезды В звезды А и С имеют одинаковую звездную величину 2^m . Какая из звезд – А или В – выглядит ярче из окрестностей звезды С и на сколько звездных величин? Межзвездным поглощением пренебречь.

5. Решение. Из условия задания мы видим, что звезда В при наблюдении со звезды А имеет блеск 1^m , а звезда А при наблюдении со звезды В, с того же расстояния, на одну звездную величину слабее. Следовательно, звезда В физически ярче звезды А на одну звездную величину.



Одна и та же звезда С выглядит со звезды А ярче на одну звездную величину, нежели со звезды В. Следовательно, звезда С ближе к звезде А, чем к звезде В, в $2.512^{1/2} = 1.6$ раз (хотя численное значение для решения не нужно). Будь звезды А и В одинаковы, звезда А светила в небе звезды С на 1^m ярче звезды В. Но мы знаем, что звезда А физически на 1^m слабее. В итоге, в небе звезды С звезды А и В имеют одинаковую звездную величину.

Интересно, что тот же ответ в принципе сохранился бы и при наличии межзвездного поглощения. Заметное отклонение может быть только в том случае, если звезды сильно отличаются по температуре, а межзвездное поглощение существенно зависит от длины волны излучения.

5. Система оценивания.

Задание можно выполнить качественным описанием, как сделано выше, а также с применением формул связи видимой и абсолютной звездной величины с расстоянием. Оба подхода в равной степени обоснованы.

Этап 1 (2 балла). Вывод о том, что светимость звезды В на одну звездную величину (или в 2.512 раз) больше, чем у звезды А. Вывод может быть сделан через соотношение абсолютных звездных величин: $M_B = M_A - 1$.

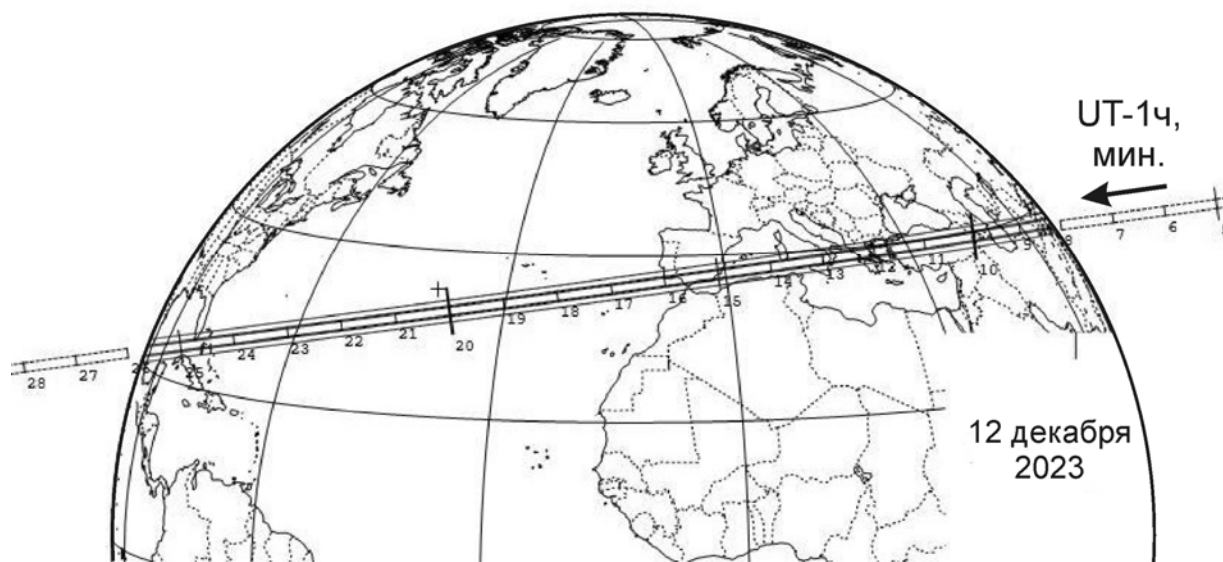
Этап 2 (3 балла). Вывод о том, что звезда С удалена от звезды В в 1.6 раз больше, чем от звезды А. Его можно сформулировать как разница модулей расстояний ВС и АС на 1

звездную величину или еще проще: «звезда С дальше от звезды В, чем от звезды А. Соотношение расстояний соответствует разнице видимой звездной величины на 1^m ».

Этап 3 (3 балла). Вывод о том, что звезды А и В будут выглядеть из окрестностей звезды С равными по звездной величине.

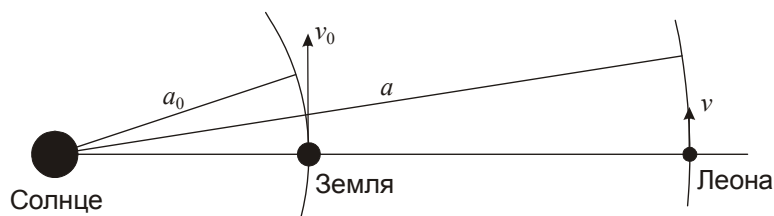
При наличии ошибок в решении участника этап, на котором делается ошибка, не засчитывается.

6. Условие. 12 декабря 2023 года произойдет редкое явление – покрытие яркой звезды Бетельгейзе (α Ориона, $\alpha = 05^h55.2^m$, $\delta = +7^\circ24'$) астероидом Леона. Перед Вами карта видимости этого явления, на которой указана полоса видимости (границы соответствуют внутренним жирным линиям) и моменты середины покрытия в разных пунктах Земли по Всемирному времени в минутах после 1ч. Считая орбиту Леона круговой, оцените ее видимую звездную величину в момент явления. Считать сферическое альbedo Леона равным 0.05, а Бетельгейзе – точечным источником на небе.



6. Решение. По координатам Бетельгейзе и дате явления мы видим, что в это время звезда и астероид будут располагаться практически в противостоянии с Солнцем, причем недалеко от эклиптики. Это значительно упрощает все оценки.

Так как Бетельгейзе располагается несравнимо дальше Леона, скорость области покрытия относительно Земли есть просто скорость Леона относительно Земли. Сравнив перемещение тени Леона за какое-то время с диаметром Земли, мы определяем эту скорость: $u = 10.8$ км/с. Обратим внимание, что эта скорость значительно больше скорости поверхности Земли за счет ее осевого вращения, поэтому последнюю мы можем не принимать в расчет. Также мы пренебрежем наклоном скорости Леона к эклиптике, что также можно делать, судя по карте.



Обратим внимание, что скорость u направлена с востока на запад, то есть противоположно орбитальному движению Земли. Это связано с тем, что Леона располагается дальше от Солнца, и ее гелиоцентрическая скорость v меньше, чем у Земли (v_0). Мы можем найти эту скорость:

$$v = v_0 - u = 19.0 \text{ км/с.}$$

По условию задачи, мы считаем орбиту Леоны круговой. Тогда для скоростей Леоны и Земли справедливо соотношение: $(v/v_0)^2 = (a_0/a)$, где a и a_0 – радиусы орбит Леоны и Земли. Отсюда мы находим расстояние от Солнца до Леоны: $a = 2.5$ а.е. Учитывая, что явление на небе происходит недалеко от эклиптики, мы можем считать расстояние от Земли до Леоны равным $a - a_0 = 1.5$ а.е. Отметим, что реальное расстояние Леоны от Солнца в момент покрытия будет немного больше – 2.8 а.е., причина нашей неточности в том, что реальная орбита Леоны вытянута, и скорость движения в этот день будет больше круговой для данного расстояния от Солнца.

Чтобы определить видимую звездную величину Леоны, найдем ее диаметр. Он равен ширине полосы покрытия, которую мы можем приближенно оценить по карте как 100 км. Если радиус Леоны r равен 50 км, а сферическое альbedo A равно 0.05, то мы можем определить звездную величину Леоны, сравнив ее в небе Земли с Солнцем:

$$m = m_0 - 2.5 \lg \frac{\frac{J_0}{4\pi a^2} \cdot A\pi r^2 \cdot \frac{1}{4\pi (a - a_0)^2}}{\frac{J_0}{4\pi a_0^2}} = m_0 - 2.5 \lg \frac{a_0^2 \cdot A r^2}{4a^2 (a - a_0)^2} \approx +13.$$

Здесь J_0 – светимость Солнца. Здесь мы фактически предположили, что Леона отражает солнечный свет в равной степени во всех направлениях, что конечно не вполне соответствует действительности. Подобная оценка была бы более оправдана для фазы около 0.5, что неосуществимо для внешних астероидов. Мы можем уточнить оценку и считать, что Леона отражает свет только в одну полусферу (тогда мы получим звездную величину чуть слабее 12^m) или даже в четверть сферы, что является хорошим приближением для противостояния (результат около 11.5^m). Такой же ответ мы получим, если сравним Леону с Луной (радиус R , альbedo A_L , звездная величина m_L), расположенной на расстоянии a_0 от Солнца и l от Земли:

$$m = m_L - 2.5 \lg \frac{A}{A_L} \frac{a_0^2 \cdot r^2 \cdot l^2}{a^2 R^2 (a - a_0)^2} \approx +11.$$

Здесь мы считаем, что Леона, как и Луна, особенно хорошо отражает свет в обратном направлении, что справедливо для твердых тел без атмосферы с пористой поверхностью, это и является причиной большей итоговой яркости. Однако, в реальности блеск Леоны составит примерно $13-14^m$. Дело в том, что в реальности астероид будет дальше от Солнца и Земли (его орбита эллиптическая), а его размер несколько меньше: при расчете ширины видимости явления был также учтен видимый диаметр Бетельгейзе.

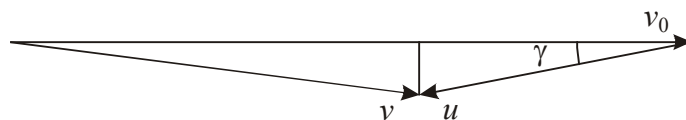
6. Система оценивания. Задание имеет практический характер, все параметры, определяемые из карты, могут иметь существенные погрешности. В отличие от других заданий, данная задача оценивается *по 10-балльной системе*.

Этап 1 (3 балла): определение геоцентрической скорости Леоны. Допустимая погрешность – 0.5 км/с. Участники могут учитывать осевое вращение Земли, направленное в противоположную сторону, что уменьшит итоговое значение скорости на 0.4 км/с.

Этап 2 (4 балла): определение расстояния до Леоны. С учетом погрешности в определении скорости, расстояние может отличаться от найденного выше на 0.2 а.е.

Вариант излишне усложненного выполнения этапа: учет того, что Бетельгейзе и Леона в момент покрытия не будут точно в противостоянии с Солнцем. Бетельгейзе вступает в противостояние за день до зимнего солнцестояния, то есть 20 декабря. Покрытие происходит на 8 дней раньше, и Бетельгейзе с Леонкой отстоят от противосолнечной точки по долготе на $\lambda=8^\circ$. Учет этого эффекта достаточно сложен и при этом не требуется для решения данной задачи по оценке звездной величины Леоны, так как в реальности он увеличивает значение радиуса орбиты Леоны всего на 0.04 а.е., эффект значительно меньше допустимой погрешности. Подобное решение засчитывается при условии правильного выполнения – ответ не должен выходить за рамки допустимой погрешности.

Вариант излишне усложненного выполнения этапа: попытка учесть наклон скорости движения Леоны к плоскости эклиптики γ . По рисунку мы можем определить угол между геоцентрической скоростью Леоны и экватором Земли (8°). Если считать, что прямое восхождение Бетельгейзе близко к бч, то угол между геоцентрической скоростью Леоны и эклиптикой будет таким же – 8° , в реальности он мало отличается от этого значения: 7.5° . Гелиоцентрическая скорость Леоны в этом случае определяется из треугольника скоростей:



$$v^2 = (v_0 - u \cos \gamma)^2 + (u \sin \gamma)^2 = v_0^2 + u^2 - 2v_0 u \cos \gamma; \quad v = 19.2 \text{ км/с.}$$

Тот же результат можно получить из теоремы косинусов. Радиус орбиты Леоны a при этом получается равным 2.4 а.е. Таким образом, учет наклона орбиты не выводит ответ за рамки указанных выше погрешностей и, вообще говоря, для решения данной задачи также не нужен.

Аналогичная ситуация имеет место, если далее при вычислении расстояния от Земли до Леоны участник принимает во внимание удаление Бетельгейзе на небе от эклиптики на $\beta=16^\circ$. Записывая аналогичное соотношение, мы получаем расстояние от Земли до Леоны:

$$d^2 = a_0^2 + a^2 - 2a_0 a \cos \beta; \quad d = 1.5 \text{ а.е.}$$

Изменение расстояния составляет менее 0.1 а.е., более того – при учете трех описанных выше уточнений они частично компенсируют друг друга, и расстояние от Земли до Леоны вновь оказывается около 1.5 а.е. Решение с одним или несколькими уточнениями оценивается полностью, если выполняется верно, и ответы оказываются в рамках допустимых погрешностей.

Вероятная ошибка при выполнении этапа: участник путает геоцентрическую и гелиоцентрическую скорость Леоны, полагая последнюю равной около 11 км/с и расстояние Леоны от Солнца 7 ± 1 а.е. В этом случае за этап выставляется максимум 1 балл, если есть иные математические ошибки – 0 баллов. Последующий этап оценивается исходя из правильности его выполнения с учетом полученного расстояния до Леоны.

Вероятная ошибка при выполнении этапа: неверное направление геоцентрической скорости Леоны, в результате гелиоцентрическая скорость получается ее сложением, а не вычитанием из гелиоцентрической скорости Солнца. Итог составляет 40.6 км/с, что невозможно для тела на круговой орбите, превосходящей по радиусу орбиту Земли. За данный этап выставляется 1 балл, при этом не оценивается следующий этап, так как его выполнение становится абсурдным.

Этап 3 (3 балла). Вычисление видимой звездной величины Леоны. Участник может сравнивать Леону с Солнцем, Луной или любой внешней планетой Солнечной системы в противостоянии, каждый подход трактуется как верный. Это может вносить существенную разницу в итоговый ответ, так как фактически при этом предполагается разный характер неравномерности распределения отраженного света. Правильный ответ зависит от методики решения (сравнения с Луной, с Солнцем или иными источниками, предположение о характере отражения света), то есть один и тот же численный ответ участника может трактоваться как правильный или нет в зависимости от подхода, а также от величин, полученных на предыдущих этапах. Отклонение ответа участника относительно приведенных выше значений за счет погрешностей на первых этапах решения может достигать 2^m .

