

Вычисления и преобразования. Преобразование алгебраических выражений.

Решение заданий № 8

Для успешного выполнения задания необходимо:

уметь выполнять вычисления и преобразования выражений содержащих степени и знак корня,

уметь использовать формулы сокращенного умножения для преобразования алгебраических выражений

Формулы-помощники

Свойства степени

$$\underline{a, b > 0}$$

- (1) $a^0 = 1$; (2) $a^x a^y = a^{x+y}$
(3) $a^x : a^y = a^{x-y}$; (4) $(ab)^x = a^x b^x$
(5) $(a:b)^x = a^x : b^x$; (6) $(a^x)^y = a^{xy}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Формулы сокращенного умножения

$$(1) \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(2) \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Свойства корня

$$\underline{a, b \geq 0; c > 0}$$

- (7) $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
(8) $(\sqrt[n]{a})^k = a^{k/n} = \sqrt[n]{a^k}$
(9) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$
(10) $\sqrt[n]{a : c} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{c}$
(11) $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$
(12) $\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$

Найдите значение выражения

$$9^{-5} \cdot (9^3)^2 = 9^{-5} \cdot 9^{3 \cdot 2} = \\ = 9^{-5} \cdot 9^6 = 9$$

$$\frac{1}{5^{-11}} \cdot \frac{1}{5^{10}} = \frac{1}{5^{-1}} = 5$$

$$\frac{5^{-3} \cdot 5^{-9}}{5^{-11}} = \frac{5^{-12}}{5^{-11}} = 5^{-12 - (-11)} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

Формулы-помошники

$a, b > 0$

- (1) $a^0 = 1$; (2) $a^x a^y = a^{x+y}$
(3) $a^x : a^y = a^{x-y}$; (4) $(ab)^x = a^x b^x$
(5) $(a:b)^x = a^x : b^x$; (6) $(a^x)^y = a^{xy}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Формулы-помощники

Найдите значение выражения

$a, b > 0$

(1) $a^0 = 1$; (2) $a^x a^y = a^{x+y}$

(3) $a^x : a^y = a^{x-y}$; (4) $(ab)^x = a^x b^x$

(5) $(a:b)^x = a^x : b^x$; (6) $(a^x)^y = a^{xy}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{2^{10} \cdot 11^7}{22^7} = \frac{2^{10} \cdot 11^7}{2^7 \cdot 11^7} = 2^3 = 8$$

$$\frac{32^2}{16^3} = \frac{(2^5)^2}{(2^4)^3} = \frac{2^{10}}{2^{12}} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} (8 \cdot 10^2)^2 \cdot (3 \cdot 10^{-2}) &= (64 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^{-2}) = \\ &= (64 \cdot 3) \cdot (10^4 \cdot 10^{-2}) = 192 \cdot 10^2 = 19200 \end{aligned}$$

Найдите значение выражения

$$\frac{6}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{6}{2^2(\sqrt{3})^2} = \frac{6}{4 \cdot 3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{\cancel{15}^3 \cdot \cancel{12}^3}{\cancel{20}^3}} = \sqrt{3 \cdot 3} = 9$$

Формулы-помощники

$a, b \geq 0; c \geq 0$

(7) $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

(8) $(\sqrt[n]{a})^k = a^{k/n} = \sqrt[n]{a^k}$

(9) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$

(10) $\sqrt[n]{a} : c = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{c}$

(11) $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$

(12) $\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$

Формулы-помошники

$a, b \geq 0; c > 0$

$$(7) \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$(8) (\sqrt[n]{a})^k = a^{k/n} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$(9) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

$$(10) \sqrt[n]{a : c} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{c}$$

$$(11) \sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$$

$$(12) \sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$$

Найдите значение выражения

$$\sqrt{2^6 \cdot 9} = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12 \cdot 10} \cdot \sqrt{60} &= \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10} = \\ &= 2 \cdot 6 \cdot 10 = 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{13} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{26} &= 2 \cdot 5\sqrt{13 \cdot 2 \cdot 26} = \\ &= 10\sqrt{13 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13} = 10 \cdot 13 \cdot 2 = 260 \end{aligned}$$

Формулы-помощники

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Найдите значение выражения

$$(\sqrt{12} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} =$$

$$(\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}) =$$

$$= \sqrt{36} + 3 = 6 + 3 = 9$$

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{4}{4-3} = 4$$

Найдите значение
выражения

$$\begin{aligned} & (\sqrt{13} - 12) \cdot (\sqrt{13} + 12) = \\ & = (\sqrt{13})^2 - 12^2 = 13 - 144 = \\ & = -131 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{13} - 3)^2 + 6\sqrt{13} = \\ & = (\sqrt{13})^2 - 2 \cdot \sqrt{13} + 3^2 + 6\sqrt{13} = \\ & = (13 - \cancel{6\sqrt{13}} + 9 + \cancel{6\sqrt{13}}) = 22 \end{aligned}$$

Формулы-помощники

$$a, b \geq 0; c > 0$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = a^{k/n} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a} : c = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{c}$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Формулы-помощники

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Найдите значение
выражения

$$(x + 5)^2 - x(x - 10), \text{ при } x = -\frac{1}{20}$$

$$(x + 5)^2 - x(x - 10) =$$

$$= x^2 + \cancel{10x} + 25 - x^2 + \cancel{10x} = 20x + 25$$

$$20 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right) + 25 = -1 + 25 = 24$$

Найдите значение выражения

$$\frac{a-7x}{a} : \frac{ax-7x^2}{a^2}, \text{ при } a=3, x=-0,5$$

$$\frac{a-7x}{a} : \frac{ax-7x^2}{a^2} = \frac{\cancel{(a-7x)}^1}{\cancel{a}_1} \cdot \frac{\cancel{a^2}^a}{x\cancel{(a-7x)}_1} = \frac{a}{x}$$

$$\frac{a}{x} = \frac{3}{-0,5} = -6$$

Найдите значение выражения

$$2b + \frac{5a - 2b^2}{b}, \text{ при } a = 6, b = -60$$

$$2b + \frac{5a - 2b^2}{b} = \frac{2b^2 + 5a - 2b^2}{b} = \frac{5a}{b}$$

$$\frac{5 \cdot 6}{-60} = \frac{30}{-60} = -0,5$$

Решите самостоятельно :

$$\frac{4^{-2} \cdot 4^{-6}}{4^{-10}}$$

$$\sqrt{16^4}$$

$$(\sqrt{10} - 6)(\sqrt{10} + 6)$$

$$\frac{3^{17} \cdot 6^{16}}{18^{15}}$$

$$\sqrt{45 \cdot 27} \cdot \sqrt{60}$$

$$(\sqrt{62} + 3)^2 - 6\sqrt{62}$$

$$3\sqrt{19} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{38}$$

$$\frac{1}{3 + \sqrt{7}} \cdot \frac{1}{3 - \sqrt{7}}$$

$$3^{-11} \cdot (3^5)^3$$

$$\sqrt{11 \cdot 3^6} \cdot \sqrt{11 \cdot 2^2}$$

$$\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}}$$

$$\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$$

$$\frac{(3\sqrt{6})^2}{18}$$

$$(\sqrt{8} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$$

Удачи на экзамене!

