

НАХОЖДЕНИЕ ТОЧЕК
МАКСИМУМА И
МИНИМУМА
ФУНКЦИИ.
ЕГЭ (ПРОФИЛЬ)
2023

Калмазова Ирина Алексеевна

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ЭКСТРЕМУМА (ТЕОРЕМА ФЕРМА) НОВАЯ ТЕМА

- Если точка x_0 является точкой экстремума функции $f(x)$, и в этой точке существует $f'(x)$, то $f'(x)=0$.

ПРИЗНАКИ МАКСИМУМА/МИНИМУМА

- ▶ Если $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , а производная в этой точке меняет знак с «+» на «-», то такая точка является точкой максимума.
- ▶ Если $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , а производная в этой точке меняет знак с «-» на «+», то такая точка является точкой минимума.

ПРОТОТИПЫ ЗАДАНИЙ В11

Введение:

Все прототипы заданий типа В11 можно подразделить на три типа:

- ⊙ задания на поиск точек экстремума
- ⊙ задания на поиск максимума/минимума функции
- ⊙ задания на поиск максимума/минимума функции на указанном отрезке

СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАНИИ НА ПОИСК ТОЧЕК ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ

1. Находим область определения функции $D(f)$.
2. Дифференцируем функцию, соблюдая правила дифференцирования.
3. Приравниваем производную $f'(x)$ к нулю.
4. Решаем полученное уравнение относительно x .
5. Проверяем, какие из полученных корней уравнения принадлежат $D(f)$.
6. Применяя метод интервалов, определяем знак производной на промежутках, на которые разбили полученные нами точки область определения.
7. Руководствуясь теоремой Ферма выбираем точки, в которых знак производной меняется (с «-» на «+» - точка минимума, с «+» на «-» - точка максимума).
8. Записываем ответ в виде целого числа или десятичной дроби.

ПРОТОТИПЫ С РЕШЕНИЕМ

Прототип 15 (№26710)

Найдите точку минимума функции

$$f(x) = (x+16)e^{x-16}$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = (x+16)' \cdot e^{x-16} + (x+16) \cdot (e^{x-16})' = e^{x-16} \cdot (x+17)$$

$$e^{x-16}(x+17) = 0$$

$$e^{x-16} \neq 0$$



Ответ: -17

ПРОТОТИП 32 (№26722)

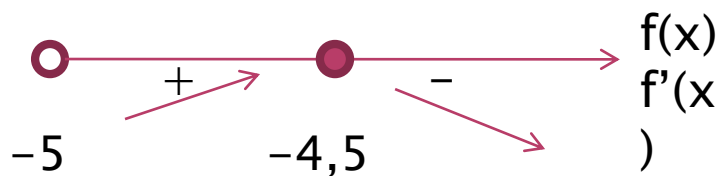
$$f(x) = \ln(x+5) - 2x + 9$$

$$D(f) = (-5; +\infty)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x+5} - 2 = \frac{-2x-9}{x+5}$$

$$-2x - 9 = 0$$

$$x = -4,5$$



Ответ: -4,5.

ПОИСК

МАКСИМАЛЬНОГО/МИНИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

1. Находим область определения функции $D(f)$.
2. Дифференцируем функцию, соблюдая правила дифференцирования.
3. Приравняем производную $f'(x)$ к нулю.
4. Решаем полученное уравнение относительно x .
5. Проверяем, какие из полученных корней уравнения принадлежат $D(f)$.
6. Применяя метод интервалов, определяем знак производной на промежутках, на которые разбили полученные нами точки область определения.
7. Руководствуясь теоремой Ферма выбираем точки, в которых знак производной меняется (с «-» на «+» - точка минимума, с «+» на «-» - точка максимума), и подсчитываем значение функции в данных точках.
8. Если требуется найти максимальное/минимальное значение функции на заданном отрезке, то для крайних точек этого отрезка так же следует подсчитать значение функции. И не забудьте проверить принадлежность найденных точек экстремума отрезку!
9. Из полученных значений выбираем наибольшее/наименьшее и записываем ответ в виде целого числа или десятичной дроби.

ПРОТОТИП 7 (№26697)

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 7 \sin x - 8x + 9$

на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

$$f'(x) = 7 \cos x - 8$$

$$7 \cos x - 8 = 0$$

$$\cos x = \frac{8}{7} \quad - \text{ не имеет решений, т.к. } |\cos x| \leq 1$$

$$f(0) = 9$$

$$f\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 7 + 12\pi + 9 = 12\pi + 16$$

Ответ: 9.