

# Анализ ЕГЭ 2024

| 2023              |               | 2024              |                  |
|-------------------|---------------|-------------------|------------------|
| Верных<br>ответов | Итоговый балл | Верных<br>ответов | Итоговый<br>балл |
| 0                 | 0             | 0                 | 0                |
| 1                 | 6             | 1                 | 6                |
| 2                 | 11            | 2                 | 11               |
| 3                 | 17            | 3                 | 17               |
| 4                 | 22            | 4                 | 22               |
| 5                 | 27            | 5                 | 27               |
| 6                 | 34            | 6                 | 34               |
| 7                 | 40            | 7                 | 40               |
| 8                 | 46            | 8                 | 46               |
| 9                 | 52            | 9                 | 52               |
| 10                | 58            | 10                | 58               |
| 11                | 64            | 11                | 64               |
| 12                | 66            | 12                | 70               |
| 13                | 68            | 13                | 72               |
| 14                | 70            | 14                | 74               |
| 15                | 72            | 15                | 76               |
| 16                | 74            | 16                | 78               |
| 17                | 76            | 17                | 80               |
| 18                | 78            | 18                | 82               |
| 19                | 80            | 19                | 84               |
| 20                | 82            | 20                | 86               |
| 21                | 84            | 21                | 88               |
| 22                | 86            | 22                | 90               |
| 23                | 88            | 23                | 92               |
| 24                | 90            | 24                | 94               |
| 25                | 92            | 25                | 95               |
| 26                | 94            | 26                | 96               |
| 27                | 96            | 27                | 97               |
| 28                | 98            | 28                | 98               |
| 29                | 100           | 29                | 99               |
| 30                | 100           | 30                | 100              |
| 31                | 100           | 31                | 100              |
|                   |               | 32                | 100              |

# Распределение участников ЕГЭ по итоговым баллам Математика, 31.05.24г.

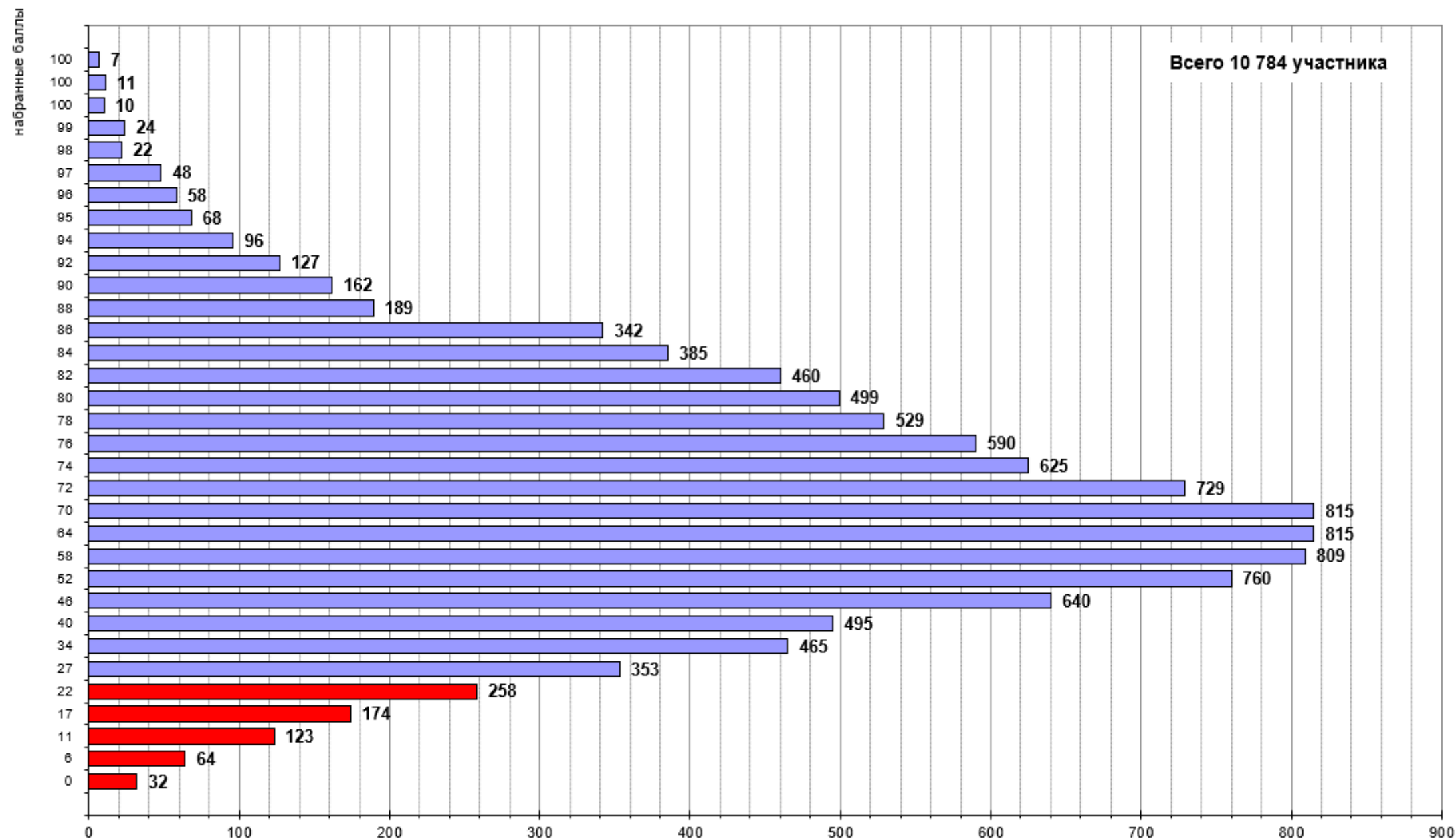
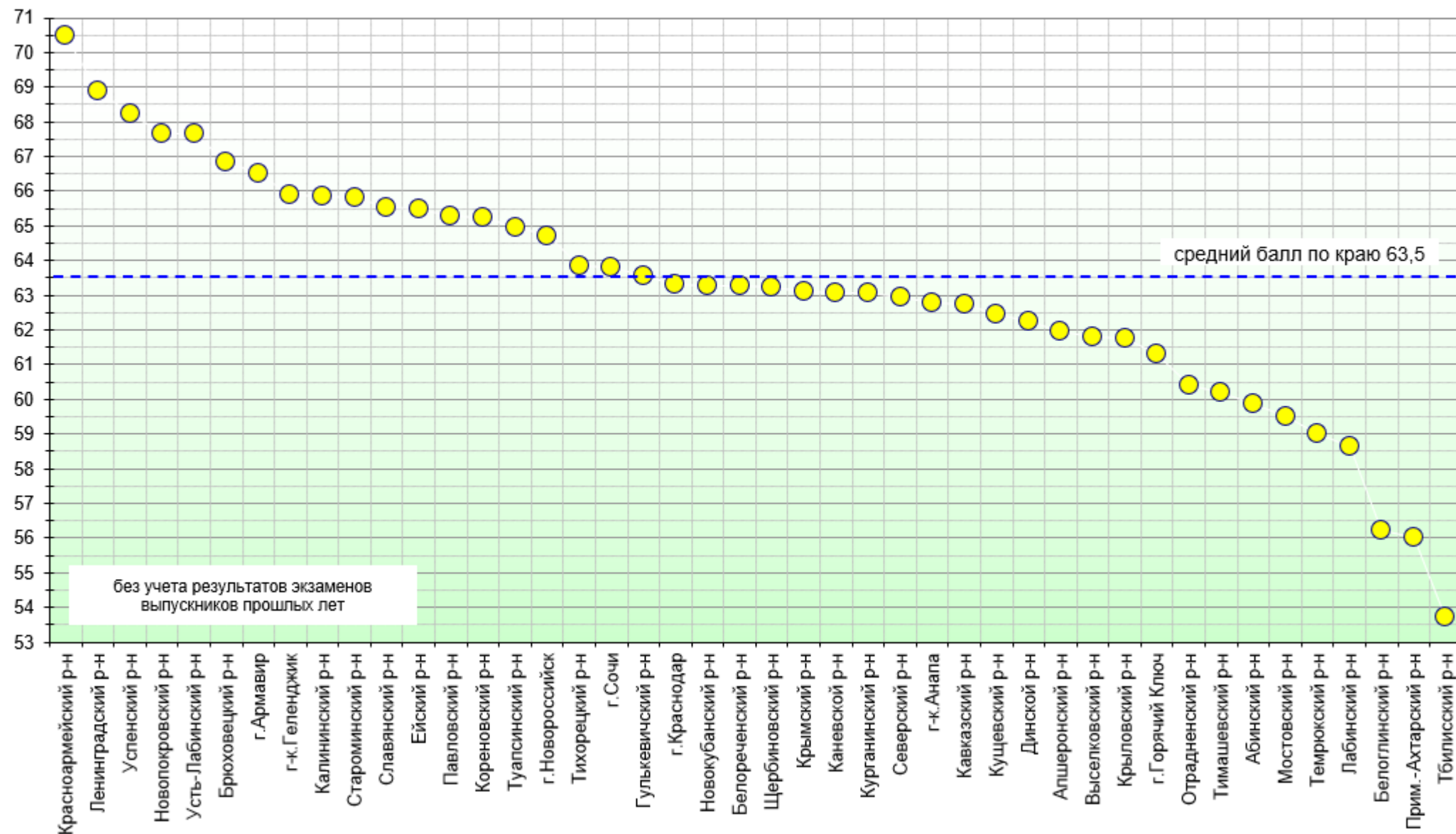
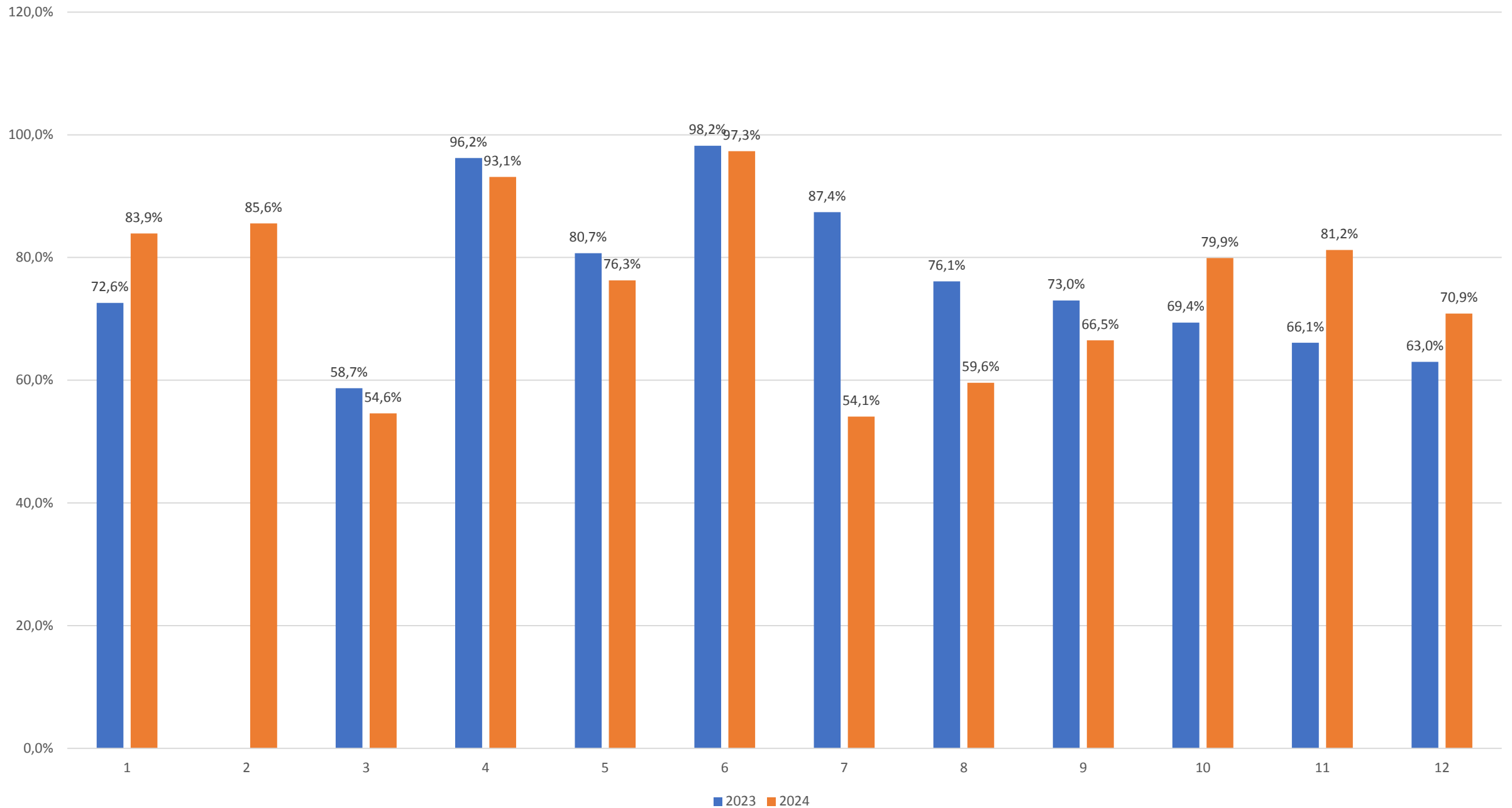


Таблица лучших результатов по математике ЕГЭ-2024

| № п/п | Территория         | Населенный пункт    | Образовательное учреждение        | Класс | Фамилия      | Имя       | Балл |
|-------|--------------------|---------------------|-----------------------------------|-------|--------------|-----------|------|
| 1     | Лабинский р-н      | ст. Вознесенская    | СОШ №28                           | 11    | Алимов       | Святослав | 100  |
| 2     | г. Сочи            | с. Веселое          | СОШ №38                           | 11В   | Ананьев      | Владислав | 100  |
| 3     | г. Краснодар       | г. Краснодар        | СОШ №101                          | 11А   | Батаев       | Максим    | 100  |
| 4     | г. Краснодар       | г. Краснодар        | Лицей №4                          | 11Б   | Белкин       | Святослав | 100  |
| 5     | г. Сочи            | г. Сочи             | Гимназия №8                       | 11И   | Бурсайлов    | Михаил    | 100  |
| 6     | г. Краснодар       | ст. Старокорсунская | СОШ №86                           | 11А   | Волынка      | Максим    | 100  |
| 7     | г. Краснодар       | г. Краснодар        | "ФГКОУ ""Краснодарское ПКУ"""     | 11Ж   | Востриков    | Фёдор     | 100  |
| 8     | г. Новороссийск    | г. Новороссийск     | СОШ №33                           | 11А   | Жилинскас    | Роман     | 100  |
| 9     | Апшеронский р-н    | г. Апшеронск        | СОШ №18                           | 11А   | Кожевников   | Владимир  | 100  |
| 10    | г. Сочи            | г. Сочи             | Гимназия №8                       | 11И   | Комиссаров   | Роман     | 100  |
| 11    | г. Сочи            | г. Сириус           | ОАНО Лицей Сириус                 | 11Т   | Коринец      | Михаил    | 100  |
| 12    | г. Новороссийск    | г. Новороссийск     | СОШ №40                           | 11Б   | Красильников | Илья      | 100  |
| 13    | Туапсинский р-н    | с. Ольгинка         | СОШ №19                           | 11    | Леонов       | Михаил    | 100  |
| 14    | Усть-Лабинский р-н | г. Усть-Лабинск     | ОАНО Первый университетский лицей | 11БХ  | Лесковский   | Федор     | 100  |
| 15    | г. Краснодар       | г. Краснодар        | СОШ №101                          | 11А   | Мещиряков    | Святослав | 100  |
| 16    | г. Краснодар       | г. Краснодар        | СОШ №98                           | 11В   | Михайленко   | Анна      | 100  |
| 17    | Успенский р-н      | с. Успенское        | СОШ №2                            | 11А   | Павлюк       | Антон     | 100  |
| 18    | Усть-Лабинский р-н | г. Усть-Лабинск     | ОАНО Первый университетский лицей | 11ФМ  | Петров       | Григорий  | 100  |
| 19    | г. Краснодар       | г. Краснодар        | "ФГКОУ ""Краснодарское ПКУ"""     | 11Ж   | Романов      | Иван      | 100  |
| 20    | г. Сочи            | г. Сочи             | Гимназия №8                       | 11И   | Савельев     | Александр | 100  |
| 21    | г. Новороссийск    | г. Новороссийск     | Лицей «МТ»                        | 11Б   | Скрыль       | Матвей    | 100  |
| 22    | г. Сочи            | г. Сириус           | ОАНО Лицей Сириус                 | 11Т   | Солошенко    | Корнилий  | 100  |
| 23    | Усть-Лабинский р-н | г. Усть-Лабинск     | ОАНО Первый университетский лицей | 11ФМ  | Суслов       | Егор      | 100  |
| 24    | Ейский р-н         | г. Ейск             | Гимназия №14                      | 11Б   | Толстиков    | Данил     | 100  |
| 25    | г. Краснодар       | г. Краснодар        | Лицей №4                          | 11В   | Хомутов      | Игорь     | 100  |
| 26    | Ленинградский р-н  | ст. Ленинградская   | СОШ №1                            | 11А   | Чернявский   | Владислав | 100  |
| 27    | г. Краснодар       | г. Краснодар        | СОШ №52                           | 11Б   | Шенец        | Софья     | 100  |
| 28    | г. Новороссийск    | г. Новороссийск     | Лицей «МТ»                        | 11А   | Щаднева      | Ульяна    | 100  |

Распределение набранных итоговых баллов по математике в 2024 году





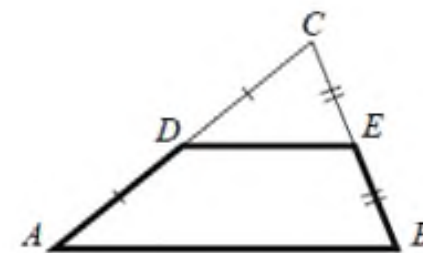
№1

2023

72,6

Площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

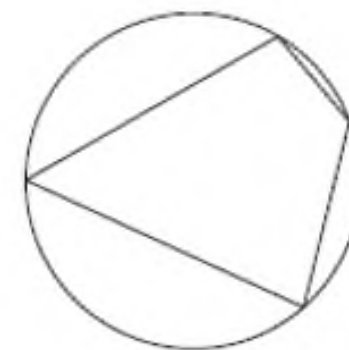


2024

83,9

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $59^\circ$  и  $102^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



№2

2024

83,9

Даны векторы  $\vec{a}(25; 0)$  и  $\vec{b}(1; -5)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - 4\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

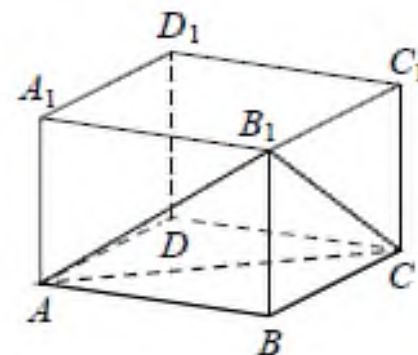


2023

58,7

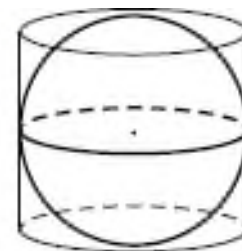
№3

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 9$ ,  $BC = 6$ ,  $AA_1 = 5$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $B_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2024

54,6

**№4**

**2023**

**96,2**

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Великобритании, 2 из Франции, 4 из Германии и 3 из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Великобритании.

**2024**

**93,1**

В группе туристов 50 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолётa.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## №5

2023

80,7

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ: \_\_\_\_\_.

2024

76,3

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**№6**

**2023**

**98,2**

Найдите корень уравнения  $6^{x-5} = 36$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2024**

**97,3**

Найдите корень уравнения  $\sqrt{99 - 7x} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**№7**

**2023**

**87,4**

Найдите значение выражения  $\log_2 6,4 + \log_2 10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2024**

**54,1**

Найдите значение выражения  $3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \sin^2 \frac{13\pi}{12}$ .

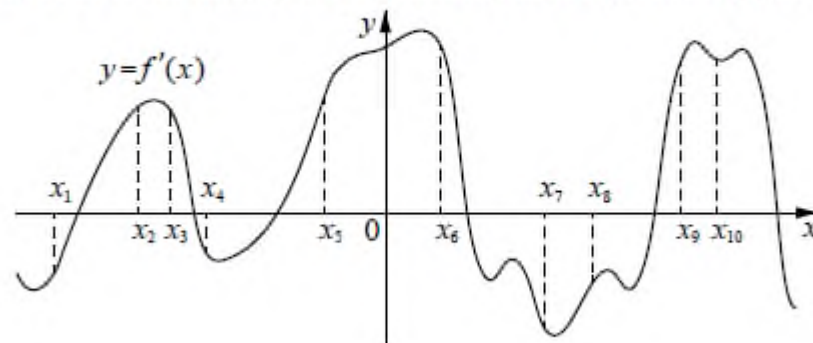
Ответ: \_\_\_\_\_.

№8

2023

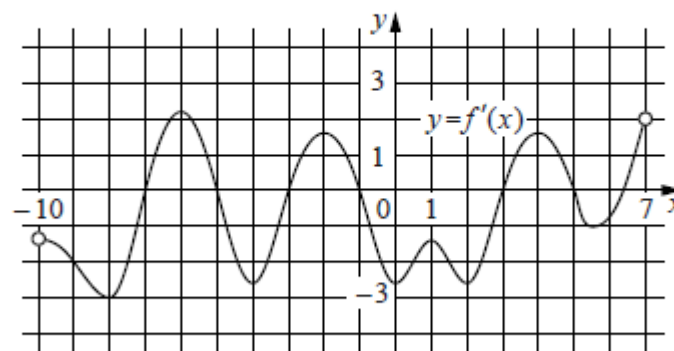
76,1

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ .  
На оси абсцисс отмечено десять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ .  
Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ ,  
определённой на интервале  $(-10; 7)$ . Найдите количество точек минимума  
функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-2; 6]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

2024

59,6

2023

73,0

№9

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 185 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  (в м/с) вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов (в МГц),  $f$  — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 20 м/с. Ответ дайте в МГц.

2024

66,5

Автомобиль, движущийся со скоростью  $v_0 = 15$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ дайте в секундах.

## №10

2023

69,4

Заказ на изготовление 198 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2024

79,9

Один мастер может выполнить заказ за 36 часов, а другой — за 12 часов. За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе?

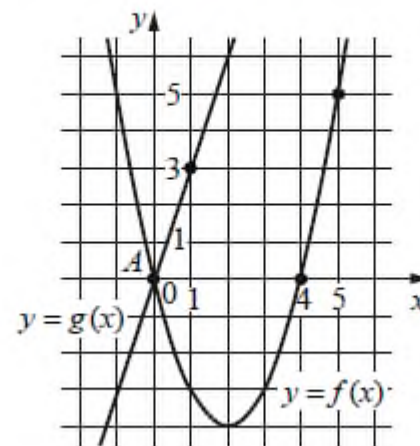


# №11

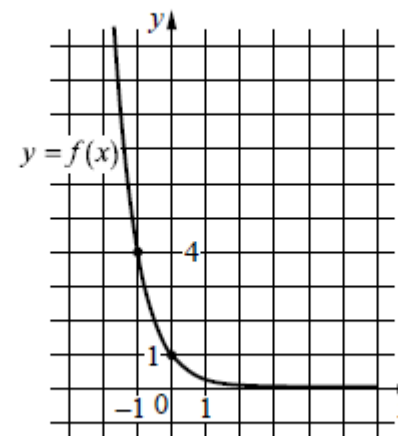
2023

66,1

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-3)$ .



2024

81,2

Ответ: \_\_\_\_\_.

## №12

2023

63,0

Найдите точку максимума функции  $y = 4 + 9x - x\sqrt{x}$ .

2024

70,9

Найдите точку минимума функции  $y = 3x - 3 \cdot \ln(x - 7) - 8$ .

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                               | Баллы    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах                                                                                                                                                                                   | 2        |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i><br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i> | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                  | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                                             | <i>2</i> |

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{2} \cos(x + \pi) + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

**Решение.**

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x - 1 + \sqrt{2}(-\cos x) + 1 = 0; \quad 2\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x = 0;$$

$$\cos x \cdot (2\cos x - \sqrt{2}) = 0.$$

Значит,  $\cos x = 0$ , откуда  $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , или  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , откуда

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \text{ или } x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

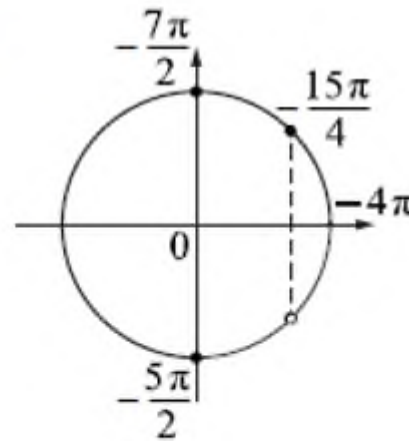
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

Получим числа:  $-\frac{15\pi}{4}$ ;  $-\frac{7\pi}{2}$ ;  $-\frac{5\pi}{2}$ .

**Ответ:** а)  $\frac{\pi}{2} + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

$$-\frac{\pi}{4} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -\frac{15\pi}{4}; -\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}.$$



| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                                    | Баллы    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$                                                                                                                                                                                      | 3        |
| Получен обоснованный ответ в пункте $b$<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , но при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                        | 2        |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ ,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                                         | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>3</i> |

14

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точки  $M$  и  $K$  — середины рёбер  $AB$  и  $SC$  соответственно, а точки  $N$  и  $L$  отмечены на рёбрах  $SA$  и  $BC$  соответственно так, что отрезки  $MK$  и  $NL$  пересекаются, а  $AN = 3NS$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$ ,  $KL$  и  $SB$  пересекаются в одной точке.

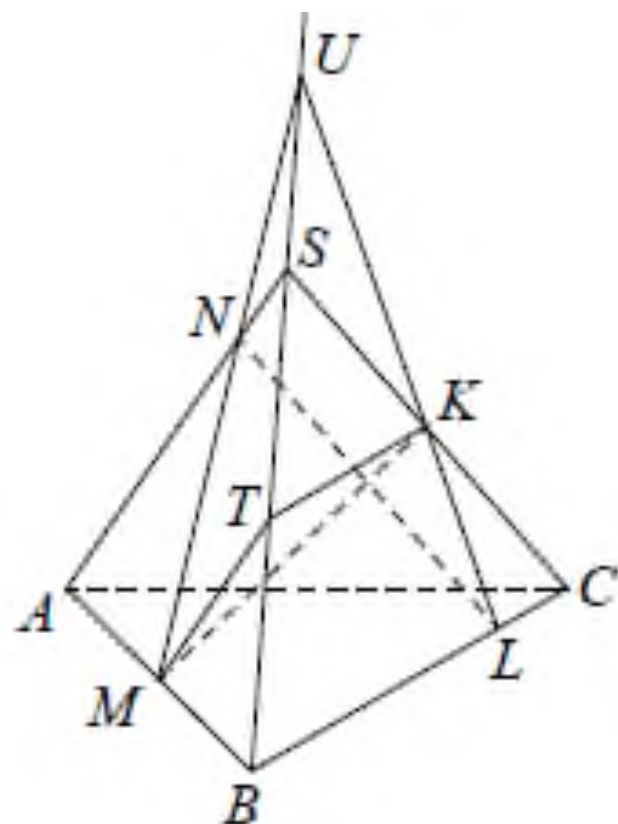
б) Найдите отношение  $BL : LC$ .

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точки  $M$  и  $K$  — середины рёбер  $AB$  и  $SC$  соответственно, а точки  $N$  и  $L$  отмечены на рёбрах  $SA$  и  $BC$  соответственно так, что отрезки  $MK$  и  $NL$  пересекаются, а  $AN = 3NS$ .

- Докажите, что прямые  $MN$ ,  $KL$  и  $SB$  пересекаются в одной точке.
- Найдите отношение  $BL : LC$ .

а) Точка  $N$  не является серединой отрезка  $AS$ . Следовательно, прямые  $MN$  и  $SB$ , лежащие в плоскости  $ABS$ , пересекаются в некоторой точке  $U$ .

Точки  $M$ ,  $N$ ,  $K$  и  $L$  лежат в одной плоскости, пересекающей прямую  $SB$  в точке  $U$ . Эта плоскость содержит точки  $K$ ,  $L$  и  $U$  и пересекается с плоскостью  $SBC$  по прямой  $KL$ . Следовательно, прямая  $KL$  проходит через точку  $U$ , а значит, прямые  $MN$ ,  $KL$  и  $SB$  пересекаются в одной точке  $U$ .





14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точки  $M$  и  $K$  — середины рёбер  $AB$  и  $SC$  соответственно, а точки  $N$  и  $L$  отмечены на рёбрах  $SA$  и  $BC$  соответственно так, что отрезки  $MK$  и  $NL$  пересекаются, а  $AN = 3NS$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$ ,  $KL$  и  $SB$  пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение  $BL : LC$ .

б) Обозначим середину ребра  $SB$  через  $T$ .

Тогда  $MT$  является средней линией треугольника  $ABS$ , а  $TK$  является средней линией треугольника  $BSC$ . Значит:  $MT = \frac{AS}{2}$ ,  $TK = \frac{BC}{2}$ .

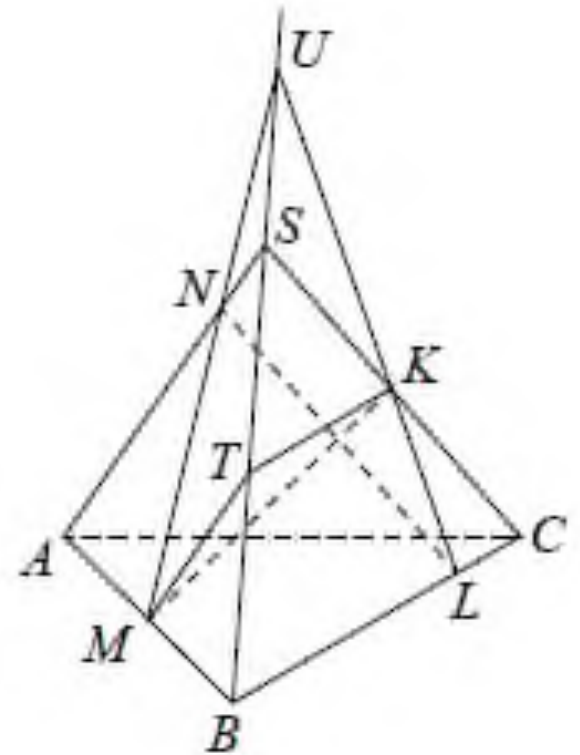
По условию  $NS = \frac{AS}{4}$ .

Треугольники  $MUT$  и  $NUS$  подобны с коэффициентом подобия  $\frac{NS}{MT} = \frac{1}{2}$ .

Следовательно,  $US = ST$ .

Треугольники  $TUK$  и  $BUL$  подобны с коэффициентом подобия  $\frac{BU}{TU} = \frac{3ST}{2ST} = \frac{3}{2}$ . Следовательно,  $BL = \frac{3}{2}TK = \frac{3}{4}BC$ , откуда  $BL : LC = 3 : 1$ .

Ответ: б) 3 : 1.



14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точки  $M$  и  $K$  — середины рёбер  $AB$  и  $SC$  соответственно, а точки  $N$  и  $L$  отмечены на рёбрах  $SA$  и  $BC$  соответственно так, что отрезки  $MK$  и  $NL$  пересекаются, а  $AN = 3NS$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$ ,  $KL$  и  $SB$  пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение  $BL : LC$ .

$$\frac{BM}{MA} \cdot \frac{AN}{NS} \cdot \frac{SU}{UB} = 1$$

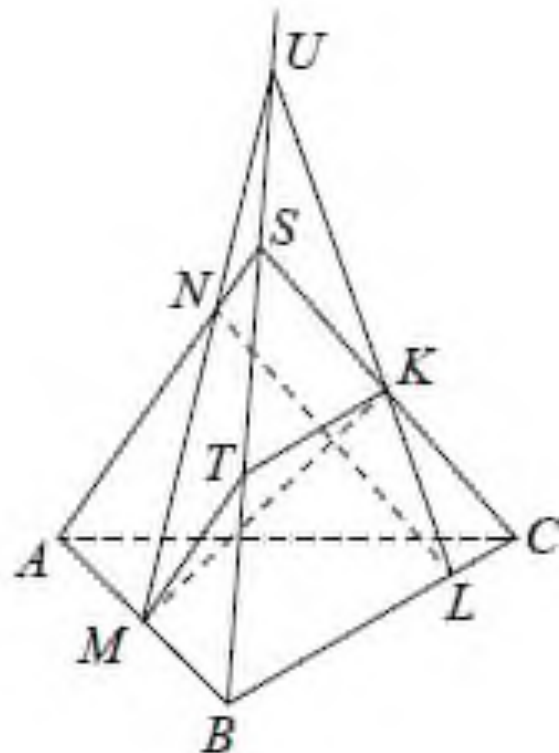
$$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{SU}{UB} = 1$$

$$\frac{SU}{UB} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{BL}{LC} \cdot \frac{CK}{KS} \cdot \frac{SU}{UB} = 1$$

$$\frac{BL}{LC} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3} = 1$$

$$\frac{BL}{LC} = \frac{3}{1}$$



| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                              | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                                    | 2     |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\frac{1}{3}$ ,<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                 | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                            | 2     |

Решите неравенство  $\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}$ .

Решите неравенство  $\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}$ .

**Решение.**

Пусть  $t = 8^x$ , тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t}{t-4} \geq \frac{3}{t-1} + \frac{8}{t^2-5t+4}; \quad \frac{t^2-t}{(t-1)(t-4)} - \frac{3t-12}{(t-1)(t-4)} - \frac{8}{(t-1)(t-4)} \geq 0;$$
$$\frac{t^2-4t+4}{(t-1)(t-4)} \geq 0; \quad \frac{(t-2)^2}{(t-1)(t-4)} \geq 0,$$

откуда  $t < 1$ ;  $t = 2$ ;  $t > 4$ .

При  $t < 1$  получим:  $8^x < 1$ , откуда  $x < 0$ .

При  $t = 2$  получим:  $8^x = 2$ , откуда  $x = \frac{1}{3}$ .

При  $t > 4$  получим:  $8^x > 4$ , откуда  $x > \frac{2}{3}$ .

Решение исходного неравенства:  $x < 0$ ;  $x = \frac{1}{3}$ ;  $x > \frac{2}{3}$ .

**Ответ:**  $(-\infty; 0); \frac{1}{3}; \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ .

| Критерии оценивания выполнения задания                              | Баллы    |
|---------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получен верный ответ                                    | 2        |
| Верно построена математическая модель                               | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                            | <i>2</i> |

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 48 250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 48 250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

**Решение.**

Пусть сумма кредита составляет  $S$  рублей, а ежегодные выплаты  $X$  рублей. По условию, долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S, \frac{6}{5} \cdot S - X, \left(\frac{6}{5}\right)^2 S - \frac{6}{5} \cdot X - X, \left(\frac{6}{5}\right)^3 S - \left(\frac{6}{5}\right)^2 X - \frac{6}{5} \cdot X - X = 0,$$

откуда

$$X = \frac{\left(\frac{6}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{5} - 1\right)}{\left(\frac{6}{5}\right)^3 - 1} \cdot S = \frac{216}{455} \cdot S; \quad 3X - S = \frac{193}{455} \cdot S = 48\,250.$$

Получаем:  $S = 113\,750$ ;  $3X = 162\,000$  рублей.

**Ответ:** 162 000.



| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                                    | Баллы    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$                                                                                                                                                                                      | 3        |
| Получен обоснованный ответ в пункте $b$<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , но при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                        | 2        |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ ,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                                         | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>3</i> |

Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая  $AC$  параллельна биссектрисе угла  $ANB$ .

б) Найдите длину отрезка  $NO$ , если известно, что  $AC = 10$  и  $AB = 24$ .

Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая  $AC$  параллельна биссектрисе угла  $ANB$ .

б) Найдите длину отрезка  $NO$ , если известно, что  $AC = 10$  и  $AB = 24$ .

**Решение.**

а) Треугольник  $ANB$  равнобедренный с основанием  $AB$ . Следовательно, биссектриса  $NO$  угла  $ANB$  перпендикулярна прямой  $AB$ .

Угол  $BAC$  опирается на диаметр окружности. Значит, этот угол прямой. Биссектриса угла  $ANB$  параллельна прямой  $AC$ , поскольку обе эти прямые перпендикулярны прямой  $AB$ .

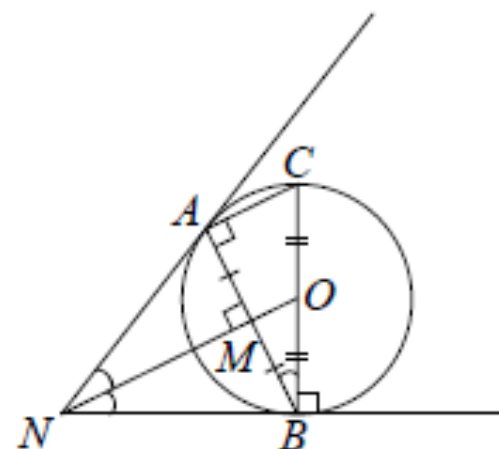
б) Обозначим точку пересечения отрезков  $AB$  и  $NO$  через  $M$ . Тогда  $M$  — середина  $AB$ , а  $MO$  — средняя линия треугольника  $ABC$ . Значит:  $MB = \frac{AB}{2} = 12$ ,  $MO = \frac{AC}{2} = 5$ . Следовательно,

по теореме Пифагора  $OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = 13$ .

Прямоугольные треугольники  $MOB$  и  $BON$  подобны с коэффициентом подобия  $\frac{OB}{OM} = \frac{13}{5}$ , откуда получаем:

$$ON = \frac{OB}{OM} \cdot OB = \frac{169}{5}.$$

**Ответ:** б)  $\frac{169}{5}$ .



Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Уравнение  $4x - y + a = 0$  задаёт для каждого значения  $a$  на плоскости  $Oxy$  прямую  $l$ , параллельную прямой  $y = 4x$  (или совпадающую с ней).

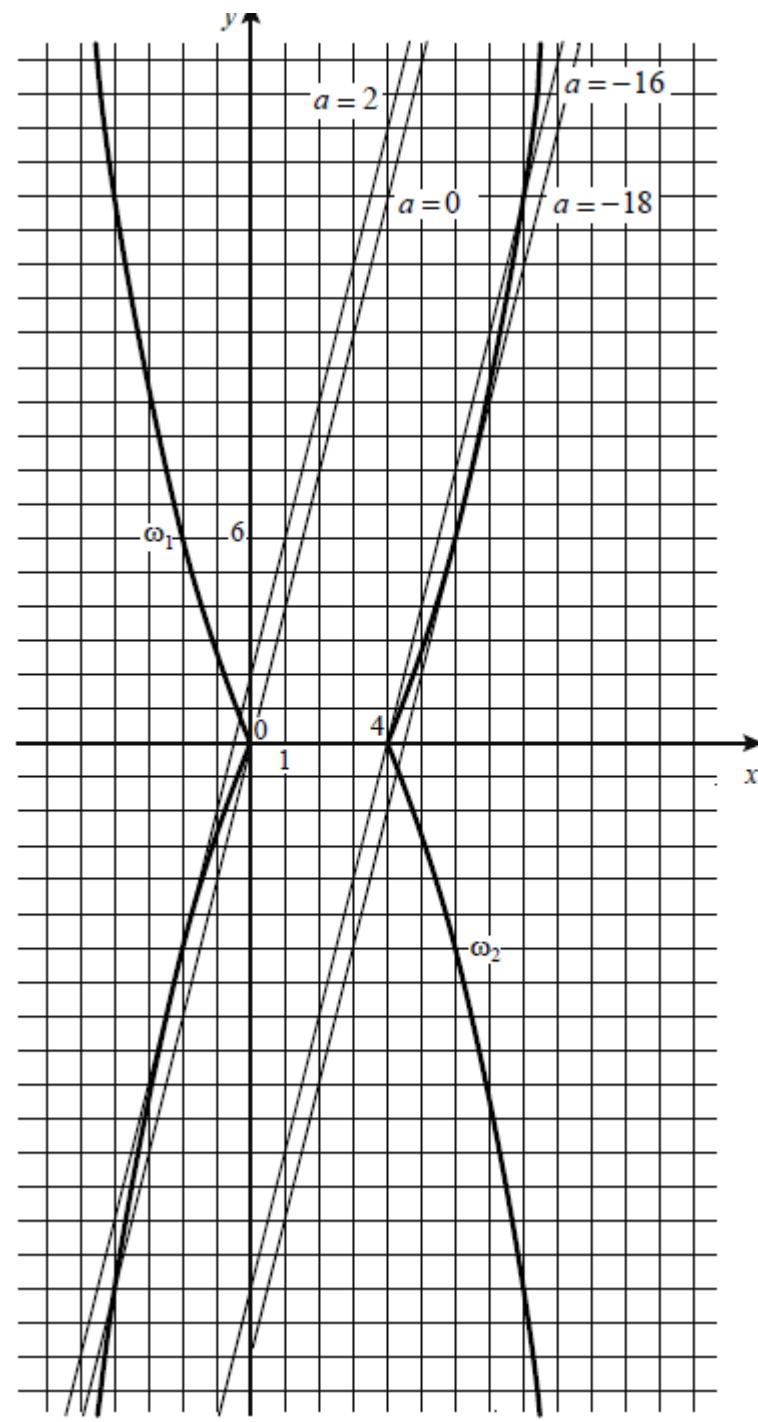
Уравнение  $2|y| - x^2 + 4x = 0$  задаёт на плоскости  $Oxy$  множество точек, представляющее собой объединение частей  $\omega_1$  параболы  $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ , соответствующих  $y \geq 0$  (при  $x \leq 0$  и при  $x \geq 4$ ), и частей  $\omega_2$  параболы  $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ , соответствующих  $y < 0$  (при  $x < 0$  и при  $x > 4$ ).

Рассмотрим расположение прямой  $l$  и частей параболы  $\omega_1$ .

При  $a = 0$  прямая проходит через концевую точку  $(0; 0)$ , при  $a = -16$  — через концевую точку  $(4; 0)$ .

Найдём значение  $a$ , при котором прямая  $y = 4x + a$  и парабола  $2y - x^2 + 4x = 0$  касаются, то есть имеют ровно одну общую точку. В этом случае уравнение  $4x + a = \frac{x^2 - 4x}{2}$  должно иметь единственный корень.

Запишем это уравнение в виде  $x^2 - 12x - 2a = 0$ , дискриминант этого квадратного уравнения  $D = 144 + 8a$ . При условии  $D = 0$ , которое выполнено при  $a = -18$ , уравнение имеет единственный корень  $x = 6$ . Значит, касание прямой и параболы происходит при  $a = -18$ , причём точка касания имеет координаты  $(6; 6)$ . Эта точка принадлежит одновременно части параболы  $\omega_1$  и прямой  $l$ .



Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

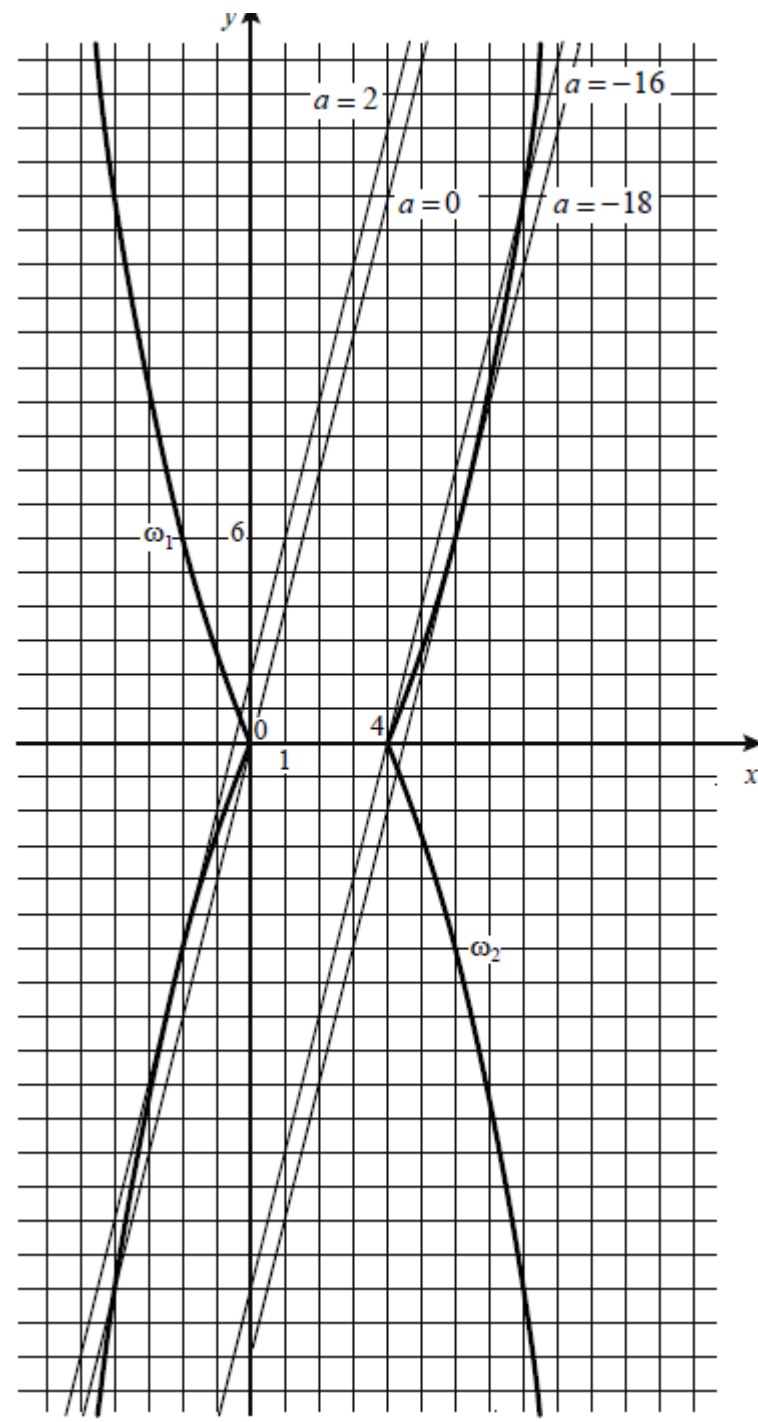
При  $a < -18$  общих точек у прямой  $l$  и частей параболы  $\omega_1$  нет.

При  $a > -18$  прямая  $l$  и парабола  $2y - x^2 + 4x = 0$  имеют две общие точки, их абсциссы  $6 - \sqrt{36 + 2a}$  и  $6 + \sqrt{36 + 2a}$ .

При  $-16 < a < 0$  число  $6 - \sqrt{36 + 2a}$  принадлежит промежутку  $(0; 4)$ , поэтому соответствующая точка пересечения не принадлежит части параболы  $\omega_1$ . Таким образом,  $l$  и  $\omega_1$  имеют две общие точки при  $a \geq 0$ , одну общую точку при  $-16 < a < 0$ , две общие точки при  $-18 < a \leq -16$ , одну общую точку при  $a = -18$  и не имеют общих точек при  $a < -18$ .

Рассмотрим расположение прямой  $l$  и частей параболы  $\omega_2$ .

Найдём значение  $a$ , при котором прямая  $y = 4x + a$  и парабола  $2y + x^2 - 4x = 0$  касаются, то есть имеют ровно одну общую точку. В этом случае уравнение  $4x + a = \frac{-x^2 + 4x}{2}$  должно иметь единственный корень.



Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Запишем это уравнение в виде  $x^2 + 4x + 2a = 0$ , дискриминант этого квадратного уравнения  $D = 16 - 8a$ . При условии  $D = 0$ , которое выполнено при  $a = 2$ , уравнение имеет единственный корень  $x = -2$ . Значит, касание прямой и параболы происходит при  $a = 2$ , причём точка касания имеет координаты  $(-2; -6)$ . Эта точка принадлежит одновременно части параболы  $\omega_2$  и прямой  $l$ .

При  $a > 2$  общих точек у прямой  $l$  и частей параболы  $\omega_2$  нет.

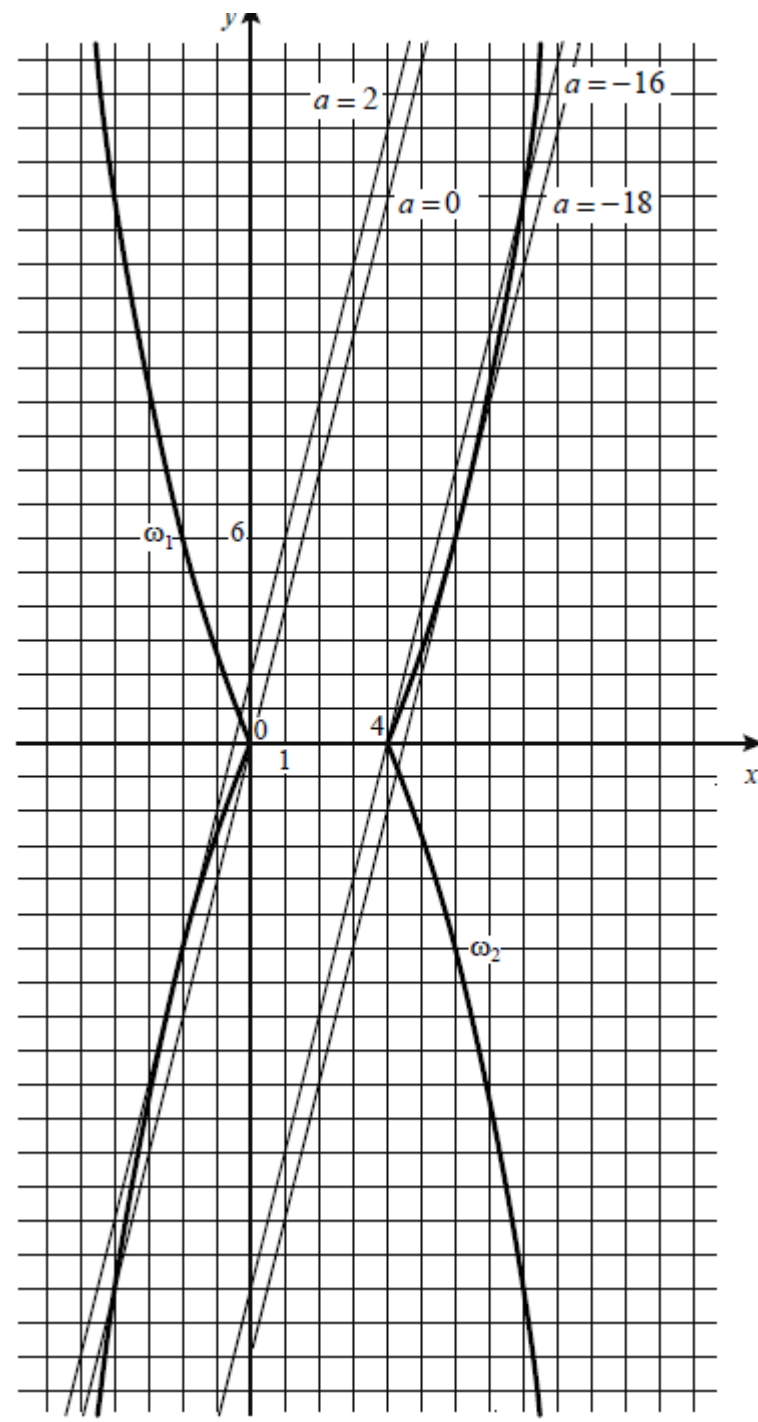
При  $a < 2$  прямая  $l$  и парабола  $2y + x^2 - 4x = 0$  имеют две общие точки, их абсциссы  $-2 - \sqrt{4 - 2a}$  и  $-2 + \sqrt{4 - 2a}$ .

При  $-16 \leq a \leq 0$  число  $-2 + \sqrt{4 - 2a}$  принадлежит отрезку  $[0; 4]$ , поэтому соответствующая точка пересечения не принадлежит части параболы  $\omega_2$ . Таким образом,  $l$  и  $\omega_2$  имеют две общие точки при  $a < -16$ , одну общую точку при  $-16 \leq a \leq 0$ , две общие точки при  $0 < a < 2$ , одну общую точку при  $a = 2$  и не имеют общих точек при  $a > 2$ .

Таким образом, найдено четыре граничных значения параметра:  $a = -18$  (система уравнений имеет три решения),  $a = -16$  (три решения),  $a = 0$  (три решения),  $a = 2$  (три решения).

Система уравнений имеет ровно два решения при  $a < -18$ , при  $-16 < a < 0$ , а также при  $a > 2$ .

Ответ:  $a < -18$ ;  $-16 < a < 0$ ;  $a > 2$ .

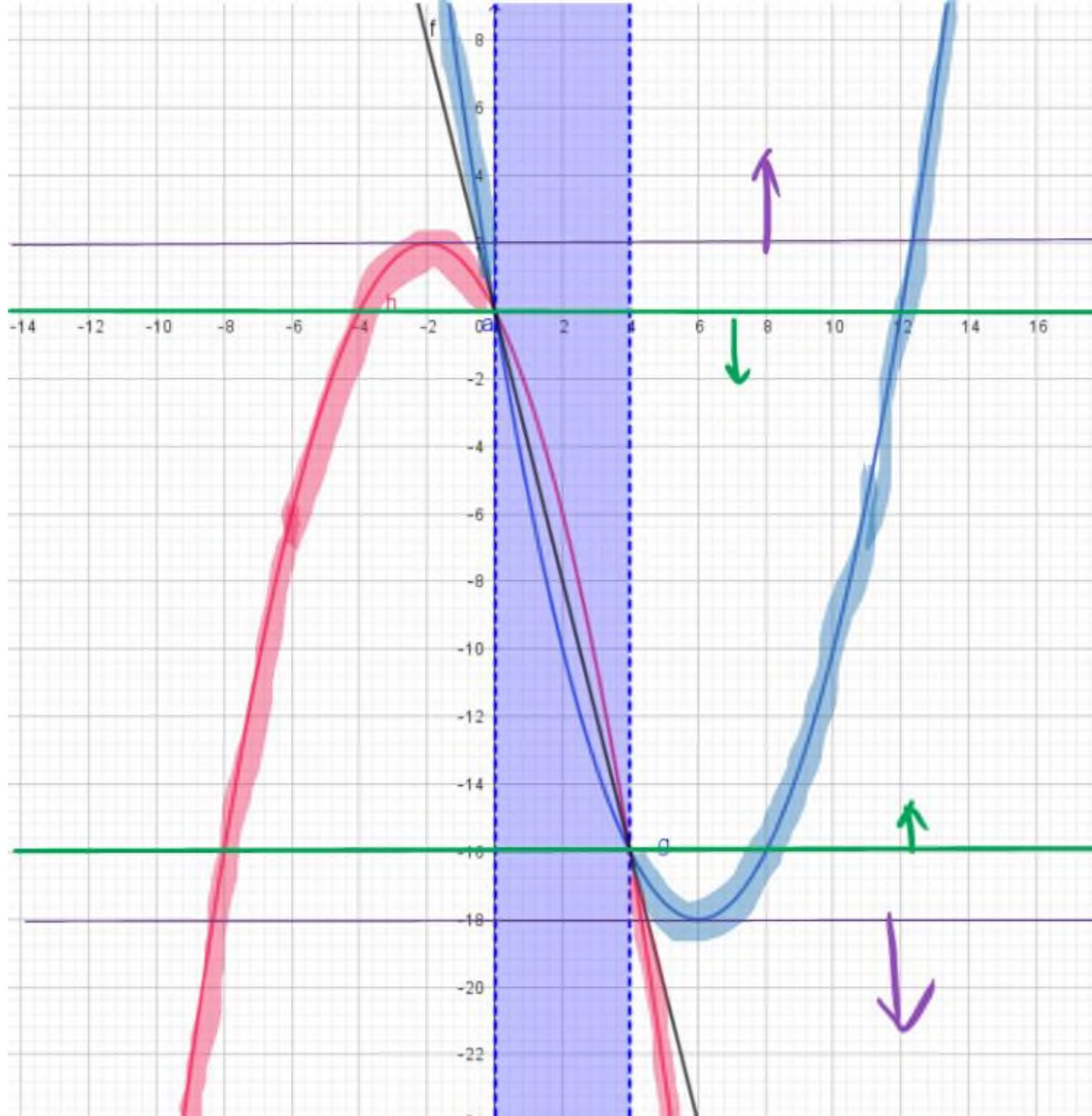


| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                                    | Баллы    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                                                                                                          | 4        |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого только включением точек $a = -18$ , $a = -16$ , $a = 0$ и / или $a = 2$                                                                                                                          | 3        |
| С помощью верного рассуждения получен один из промежутков $(-\infty; -18)$ , $(-16; 0)$ и / или $(2; +\infty)$ множества значений $a$ , возможно, с включением граничных точек<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения | 2        |
| Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения частей парабол и прямых (аналитически или графически)                                                                                                                                                                          | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                                                                       | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>4</i> |



$$\begin{cases} a \geq -4x \\ a = \frac{x^2}{2} - 6x \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < -4x \\ a = -\frac{x^2}{2} - 2x \end{cases}$$





Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

- а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?
- б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?
- в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?

Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?

**Решение.**

а) Если взять 29 монет по 5 рублей и 15 монет по 2 рубля, то получится набрать сумму 175 рублей.

б) Чтобы набрать сумму 176 рублей, нужно чётное количество монет по 5 рублей. Значит, этих монет не больше 28, а сумма их номиналов не превосходит 140 рублей. Таким образом, при помощи монет по 2 рубля нужно набрать не меньше 36 рублей, что невозможно, поскольку при помощи монет по 2 рубля можно набрать не больше 32 рублей.

в) Заметим, что любая сумма, которую можно набрать при помощи имеющихся монет, не превосходит 177 рублей. Следовательно, чтобы набрать 180 рублей, нужно добавить ещё не меньше трёх монет по 1 рублю.

Покажем, что если к имеющимся монетам добавить три монеты по 1 рублю, то можно набрать любую сумму до 180 рублей включительно. Для любой требуемой суммы  $S$  возьмём наибольшее количество монет по 5 рублей так, чтобы сумма их номиналов не превосходила  $S$ . Тогда останется взять ещё некоторое количество монет на сумму  $S_1$ , не превосходящую 35 рублей.

Теперь возьмём наибольшее количество монет по 2 рубля так, чтобы сумма их номиналов не превосходила  $S_1$ . Тогда останется взять ещё некоторое количество монет на сумму от 0 до 3 рублей. Это можно сделать при помощи монет по 1 рублю.

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 3.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                        | Баллы    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> , <i>b</i> и <i>в</i>                                                   | 4        |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>          | 3        |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> и <i>b</i><br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> | 2        |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>                                                               | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                           | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                      | <i>4</i> |

13

а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x - \cos(x + \pi) - 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

Ответ: а)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -4\pi; -\frac{10\pi}{3}.$$

14

В правильном тетраэдре  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AB$  и  $CD$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  параллельна прямым  $AB$  и  $CD$  и пересекает прямую  $MN$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  перпендикулярна прямой  $MN$ .

б) Пусть плоскость  $\alpha$  пересекает ребро  $AC$  в точке  $L$ . Найдите длину отрезка  $AL$ , если известно, что  $MK = 1, KN = 2$ .

Ответ: б)  $\sqrt{2}$ .

Решите неравенство  $\frac{9^{x+1} + 9^x + 54}{81^x - 28 \cdot 9^x + 27} \geq -1$ .

Ответ:  $(-\infty; 0); 1; \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 630 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 630 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите  $r$ , если общая сумма платежей составит 915 тыс. рублей.

Ответ: 10.

17

В треугольнике  $ABC$  длина стороны  $AC$  равна 4. Точки  $E$  и  $F$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезок  $EF$  касается окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

а) Докажите, что периметр треугольника  $ABC$  равен 16.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $AEFC$ , если  $\angle ACB = 90^\circ$ .

Ответ: б) 8.



18

Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых уравнений

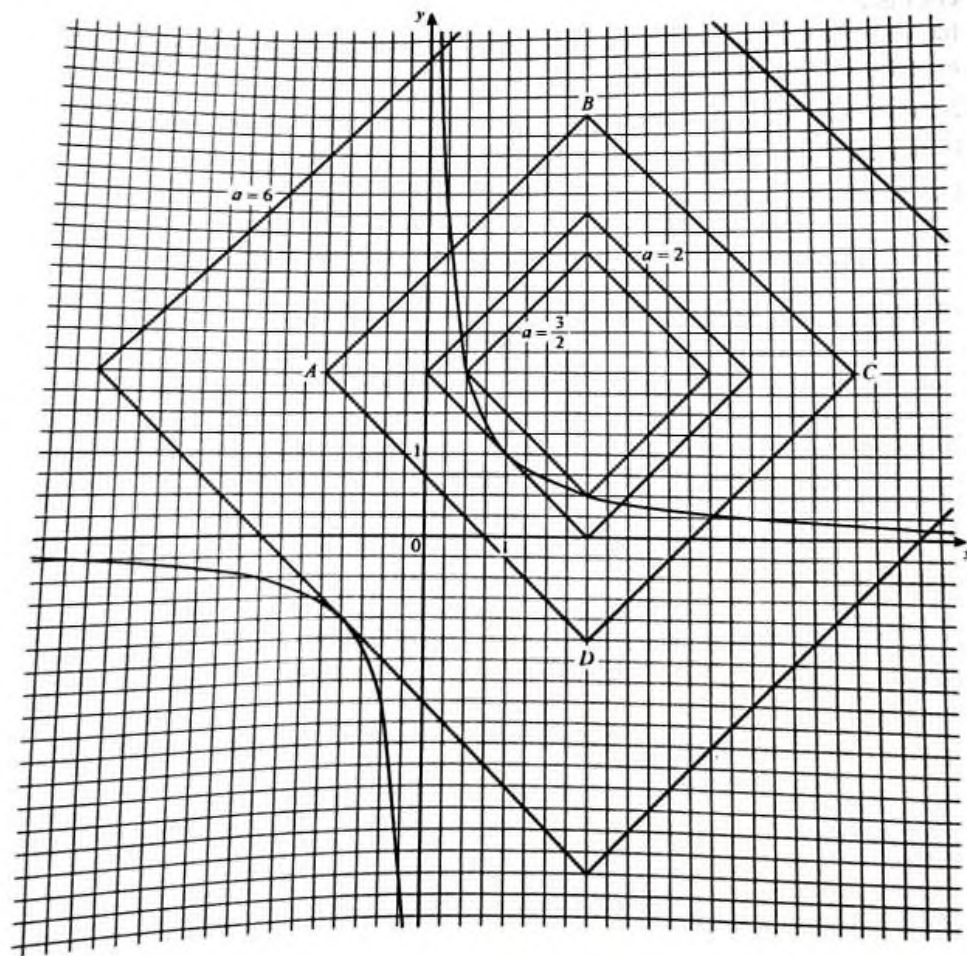
$$\begin{cases} |x-2|+|y-2|=a, \\ xy=1 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Решение.**

Уравнение  $|x-2|+|y-2|=a$  задаёт для каждого положительного значения параметра  $a$  на плоскости  $Oxy$  квадрат  $ABCD$  с вершинами в точках  $A(2-a; 2)$ ,  $B(2; 2+a)$ ,  $C(2+a; 2)$  и  $D(2; 2-a)$ .

Уравнение  $xy=1$  задаёт на плоскости  $Oxy$  гиперболу  $\omega$  с асимптотами  $x=0$  и  $y=0$ .



19

Над парами целых чисел проводится операция: из пары  $(a; b)$  получается пара  $(3a + b; 3b + a)$ .

- а) Можно ли из какой-то пары получить пару  $(5; -1)$ ?  
б) Верно ли, что если пара  $(c; d)$  может быть получена из какой-то пары с помощью данной операции, то и пара  $(c - d; d - c)$  тоже может быть получена из какой-то пары с помощью данной операции?  
в) Зададим расстояние между парами целых чисел  $(a; b)$  и  $(c; d)$  выражением  $\sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$ . Найдите наименьшее расстояние от пары  $(9; 1)$  до пары, полученной из какой-то пары с помощью данной операции.



**Решение.**

а) Из пары  $(2; -1)$  с помощью данной операции получается пара  $(5; -1)$ .

б) Предположим, что найдётся такая пара  $(a; b)$ , из которой получается пара  $(c; d)$ . Тогда:  $c = 3a + b$ ,  $d = 3b + a$ . Значит, пара  $(c - d; d - c)$  имеет вид  $(2a - 2b; 2b - 2a)$ . Эта пара получается с помощью данной операции из пары  $(a - b; b - a)$ .

в) Заметим, что из пары  $(3; -1)$  с помощью данной операции получается пара  $(8; 0)$ . Расстояние от пары  $(9; 1)$  до пары  $(8; 0)$  равно  $\sqrt{2}$ .

Предположим, что найдётся пара  $(3a + b; 3b + a)$ , полученная из пары  $(a; b)$  с помощью данной операции, такая, что расстояние от пары  $(9; 1)$  до пары  $(3a + b; 3b + a)$  меньше  $\sqrt{2}$ . Это расстояние равно  $\sqrt{(3a + b - 9)^2 + (3b + a - 1)^2}$ . Для того чтобы оно было меньше  $\sqrt{2}$ , необходимо, чтобы выполнялась система неравенств:

$$\begin{cases} -1 \leq 3a + b - 9 \leq 1, & \begin{cases} 8 \leq 3a + b \leq 10, \\ 8 \leq 3a + b \leq 10, \end{cases} \\ -1 \leq 3b + a - 1 \leq 1; & \begin{cases} 0 \leq 3b + a \leq 2; \\ -6 \leq -9b - 3a \leq 0, \end{cases} \end{cases}$$

откуда следует, что  $2 \leq -8b \leq 10$ . Таким образом,  $b = -1$ .

При  $b = -1$  расстояние равно  $\sqrt{(3a - 10)^2 + (a - 4)^2}$ . Заметим, что  $(3a - 10)^2 < 2$  только при  $a = 3$ , но при этом значении расстояние равно  $\sqrt{2}$ .

Таким образом, расстояние не может быть меньше  $\sqrt{2}$ . Значит, наименьшее расстояние от пары  $(9; 1)$  до пары, полученной из какой-то пары с помощью данной операции, равно  $\sqrt{2}$ .

**Ответ:** а) да; б) да; в)  $\sqrt{2}$ .