



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ

Учитель физики МАОУ СОШ №4
Томишинец Г.И.

Газ получил количество теплоты, равное 300 Дж, при этом внутренняя энергия газа уменьшилась на 100 Дж. Масса газа не менялась. Какую работу совершил газ в этом процессе?

Ответ: ___ Дж



Температура нагревателя идеального теплового двигателя, работающего по циклу Карно, равна T_1 , а коэффициент полезного действия этого двигателя равен η . За цикл рабочее тело двигателя получает от нагревателя количество теплоты Q_1 . Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ ФОРМУЛЫ

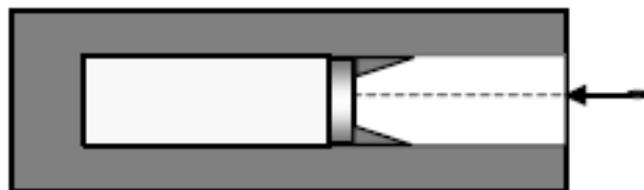
А) количество теплоты, отдаваемое рабочим телом двигателя за цикл

Б) температура холодильника

- | | |
|---|------------------|
| 1 | T_1 |
| | $(1 - \eta)$ |
| 2 | $T_1 (1 - \eta)$ |
| 3 | $Q_1 (1 - \eta)$ |
| 4 | $Q_1 \eta$ |



С3



В вакууме закреплен горизонтальный цилиндр с поршнем. В цилиндре находится 0,1 моль гелия. Поршень удерживается упорами и может скользить влево

вдоль стенок цилиндра без трения. В поршень попадает пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 400 м/с, и застревает в нем. Температура гелия в момент остановки поршня в крайнем левом положении возрастает на 64 К. Какова масса поршня? Считать, что за время движения поршня газ не успевает обменяться теплом с поршнем и цилиндром.

Ответ:

Образец возможного решения

Закон сохранения импульса при абсолютно неупругом соударении:

$m v_0 = (m + M) v_{\text{п}}$. Отсюда: $v_{\text{п}} = \frac{m v_0}{m + M}$, где m и M — соответственно масса пули и масса поршня, v_0 — скорость пули, $v_{\text{п}}$ — скорость поршня после попадания пули.

Для внутренней энергии одноатомного идеального газа: $U = \frac{3}{2} \nu R T$.

Кинетическая энергия поршня с пулей превратится во внутреннюю энергию гелия. Поэтому: $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{(m + M) v_{\text{п}}^2}{2}$.

Решив систему уравнений, получаем: $M = \frac{m^2 v_0^2}{3 R \nu \Delta T} - m$. Ответ: $M \approx 90$ г.

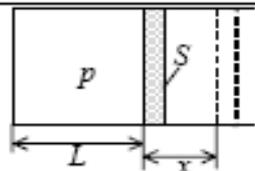


С3

В горизонтальном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем, находится одноатомный идеальный газ. Первоначальное давление газа $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па. Расстояние от дна сосуда до поршня равно L . Площадь поперечного сечения поршня $S = 25$ см². В результате медленного нагревания газ получил количество теплоты $Q = 1,65$ кДж, а поршень сдвинулся на расстояние $x = 10$ см. При движении поршня на него со стороны стенок сосуда действует сила трения величиной $F_{\text{тр}} = 3 \cdot 10^3$ Н. Найдите L . Считать, что сосуд находится в вакууме.

Образец возможного решения

1. Поршень будет медленно двигаться, если сила давления газа на поршень и сила трения со стороны стенок сосуда уравновесят друг друга: $p_2 S = F_{\text{тр}}$,



откуда $p_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{S} = 12 \cdot 10^5$ Па $> p_1$.

2. Поэтому при нагревании газа поршень будет неподвижен, пока давление газа не достигнет значения p_2 . В этом процессе газ получает количество теплоты Q_{12} .

Затем поршень будет сдвигаться, увеличивая объем газа, при постоянном давлении. В этом процессе газ получает количество теплоты Q_{23} .

3) В процессе нагревания, в соответствии с первым началом термодинамики, газ получит количество теплоты:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = (U_3 - U_1) + p_2 S x = (U_3 - U_1) + F_{\text{тр}} x.$$

4) Внутренняя энергия одноатомного идеального газа:

$$U_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{3}{2} p_1 S L \text{ в начальном состоянии,}$$

$$U_3 = \frac{3}{2} \nu R T_3 = \frac{3}{2} p_2 S (L + x) = \frac{3}{2} F_{\text{тр}} (L + x) \text{ в конечном состоянии.}$$

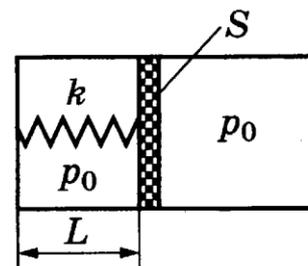
$$5) \text{ Из пп. 3, 4 получаем } L = \frac{Q - \frac{5}{2} F_{\text{тр}} x}{\frac{3}{2} (F_{\text{тр}} - p_1 S)}.$$

Ответ: $L = 0,3$ м.



27

В горизонтальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится одноатомный идеальный газ. Поршень соединён с основанием цилиндра пружиной с жёсткостью k . В начальном состоянии расстояние между поршнем и основанием цилиндра было равно L , а давление газа в цилиндре было равно внешнему атмосферному давлению p_0 (см. рисунок). Затем газу было передано количество теплоты Q , и в результате поршень медленно переместился вправо на расстояние b . Чему равна площадь поршня S ?



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ

1. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. В процессе медленного движения поршня его ускорение считаем ничтожно малым. Поэтому сумма приложенных к поршню сил при его движении равна нулю (рис. а). В проекциях на горизонтальную ось x получаем: $F_1 - F_0 - F_{\text{упр}} = 0$, где F_0 — сила давления атмосферы на поршень, F_1 — сила давления газа в цилиндре на поршень, $F_{\text{упр}}$ — упругая сила, действующая на поршень со стороны пружины.

2. Из равенства давлений слева и справа от поршня в начальном состоянии и гладкости стенок следует, что в начальном состоянии пружина не деформирована. Поэтому при смещении поршня вправо от начального положения на величину x модуль упругой силы $F_{\text{упр}} = kx$. Тогда

$$F_1 = p(x)S = F_0 + F_{\text{упр}} = p_0S + kx,$$

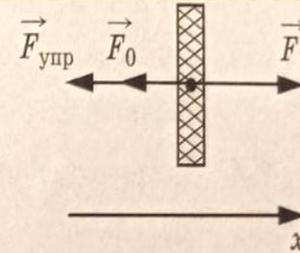


Рис. а

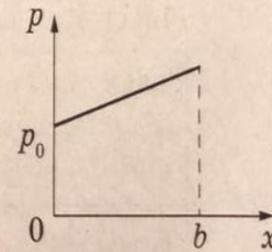
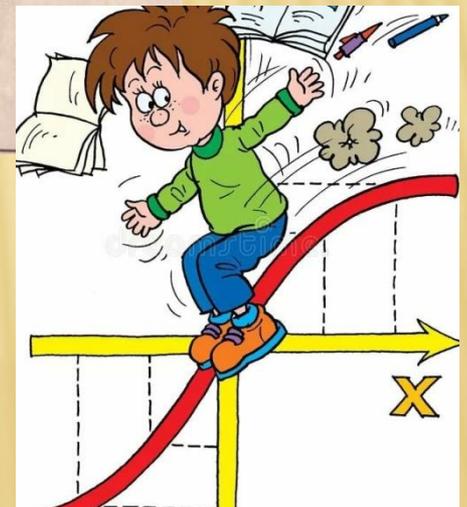


Рис. б



и давление в цилиндре при смещении поршня вправо от начального положения на величину x определяется по формуле $p(x) = p_0 + \frac{kx}{S}$ (рис. б).

3. Используем модель одноатомного идеального газа $\begin{cases} pV = \nu RT, \\ U = \frac{3}{2} \nu RT. \end{cases}$

Отсюда получаем: $U = \frac{3}{2} pV$. Внутренняя энергия газа в исходном состоянии $U_1 = \frac{3}{2} p_0 SL$, а в конечном состоянии

$$U_2 = \frac{3}{2} p(b) \cdot S(L + b) = \frac{3}{2} \left(p_0 + \frac{kb}{S} \right) S(L + b).$$

4. Из первого начала термодинамики получаем: $Q = U_2 - U_1 + A_{12}$.

Работа газа A_{12} при сдвиге поршня из начального состояния в конечное равна произведению величины S и площади трапеции под графиком $p(x)$ на рис. б:

$A_{12} = \frac{1}{2} [p(0) + p(b)] Sb = \left(p_0 S + \frac{kb}{2} \right) b$. Подставляя в выражение для Q значения U_1 ,

U_2 и A_{12} , получим:

$$Q = \frac{3}{2} (p_0 S + kb)(L + b) - \frac{3}{2} p_0 SL + \left(p_0 S + \frac{kb}{2} \right) b = \frac{3}{2} kbL + \frac{5}{2} p_0 Sb + 2kb^2.$$

Решая это уравнение относительно k , получим: $k = \frac{2Q - 5p_0 Sb}{3bL + 4b^2}$.

Ответ: $k = \frac{2Q - 5p_0 Sb}{3bL + 4b^2}$.



В вертикальном цилиндре, закрытом лёгким поршнем, находится бензол (C_6H_6) при температуре кипения $t = 80\text{ C}$. При сообщении бензолу количества теплоты Q часть его превращается в пар, который при изобарном расширении совершает работу A . Удельная теплота парообразования бензола

$L = 396000\text{ Дж/кг}$, его молярная масса

$M = 0,078\text{ кг/моль}$. Какая часть подведённого к бензолу количества теплоты переходит в работу? Объёмом жидкого бензола пренебречь.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ

В соответствии с первым началом термодинамики подводимое количество теплоты равно сумме изменения внутренней энергии системы и совершённой механической работы: $Q = \Delta U + A$. При кипении бензола происходит его изобарное расширение. Работа пара $A = p\Delta V$, где p – атмосферное давление, ΔV – изменение объёма. Считая пар идеальным газом, воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева для определения изменения объёма за счёт испарившегося бензола массой Δm : $p \Delta V = \Delta m RT / M$, где $M = 0,078$ кг/моль – молярная масса бензола, $T = 80 + 273 = 353$ К – температура кипения бензола. Отсюда $A = \Delta m RT / M$.

Количество теплоты Q , необходимое для испарения массы Δm бензола, пропорционально удельной теплоте парообразования L :

$$Q = \Delta m L.$$

Искомая величина определяется отношением

$$\eta = A / Q = RT / M L.;$$

$$\text{Ответ: } \eta = 0,095$$



С3

Теплоизолированный цилиндр разделён подвижным теплопроводным поршнем на две части. В одной части цилиндра находится гелий, а в другой – аргон. В начальный момент температура гелия равна 300 К, а аргона – 900 К; объёмы, занимаемые газами, одинаковы, а поршень находится в равновесии. Поршень медленно перемещается без трения. Теплоёмкость поршня и цилиндра пренебрежимо мала. Чему равно отношение внутренней энергии гелия после установления теплового равновесия к его энергии в начальный момент?

Возможное решение

1. Гелий и аргон можно описывать моделью идеального одноатомного газа, внутренняя энергия U которого пропорциональна температуре T и числу молей ν : $U = \frac{3}{2}\nu RT$.

$$U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

2. Связь между температурой, давлением и объёмом идеального газа можно получить с помощью уравнения Клапейрона – Менделеева: $pV = \nu RT$.

Поршень в цилиндре находится в состоянии механического равновесия, так что давление газов в любой момент одинаково. В начальный момент объёмы газов одинаковы, и уравнение Клапейрона – Менделеева приводит к связи между начальными температурами гелия и аргона T_1 и T_2 и числом молей этих газов ν_1 и ν_2 : $\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2$.

3. Поскольку цилиндр теплоизолирован, а работа силы трения равна нулю, суммарная внутренняя энергия газов в цилиндре сохраняется:

$$\frac{3}{2}R\nu_1 T_1 + \frac{3}{2}R\nu_2 T_2 = \frac{3}{2}R(\nu_1 + \nu_2)T,$$

где T – температура газов в цилиндре после установления теплового равновесия. Отсюда находим температуру газов:

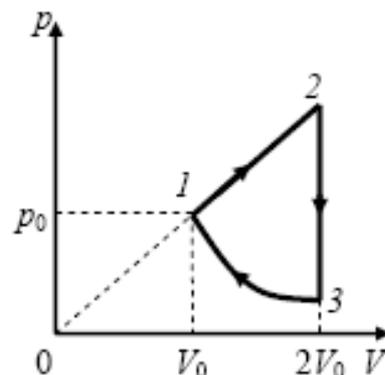
$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}.$$

С учётом связи между начальными температурами газов и числом молей получаем: $T = 2 \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$.

4. Отношение внутренней энергии гелия в конце процесса и в начальный момент равно отношению температур: $\frac{U'_1}{U_1} = \frac{T}{T_1} = 2 \frac{T_2}{T_1 + T_2} = \frac{3}{2} = 1,5$.



С3 Над одноатомным идеальным газом проводится циклический процесс, показанный на рисунке. На участке 1–2 газ совершает работу $A_{12} = 1000$ Дж. На адиабате 3–1 внешние силы сжимают газ, совершая работу $|A_{31}| = 370$ Дж. Количество вещества газа в ходе процесса не меняется. Найдите количество теплоты $|Q_{\text{хол}}|$, отданное газом за цикл холодильнику.



2014

Возможное решение

1. В данном цикле рабочее тело на участке 1–2 получает положительное количество теплоты от нагревателя: $Q_{\text{нагр}} = Q_{12} = (U_2 - U_1) + A_{12}$.

На участке 2–3 (изохора) рабочее тело отдаёт холодильнику количество теплоты $|Q_{\text{хол}}| = U_2 - U_3$.

Наконец, на участке 3–1 (адиабата) внешние силы сжимают газ, совершая работу $|A_{31}| = U_1 - U_3$.

Поэтому количество теплоты $|Q_{\text{хол}}|$, отданное газом за цикл холодильнику, можно представить в виде: $|Q_{\text{хол}}| = (U_2 - U_1) + (U_1 - U_3) = (U_2 - U_1) + |A_{31}|$.

2. Модель одноатомного идеального газа:

$$\begin{cases} pV = \nu RT; \\ U = \frac{3}{2} \nu RT. \end{cases}$$

3. Судя по рисунку в условии, $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1}$, откуда $p_2 = p_1 \frac{V_2}{V_1} = 2p_0$.

Поэтому

$$U_2 - U_1 = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2} (2p_0 \cdot 2V_0 - p_0 V_0) = \frac{9}{2} p_0 V_0,$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} p_2 V_2 - \frac{1}{2} p_1 V_1 = \frac{1}{2} (2p_0 \cdot 2V_0 - p_0 V_0) = \frac{3}{2} p_0 V_0,$$

откуда получаем: $U_2 - U_1 = 3A_{12}$.

4. В результате $|Q_{\text{хол}}| = (U_2 - U_1) + |A_{31}| = 3A_{12} + |A_{31}| = 3370$ Дж.

Ответ: $|Q_{\text{хол}}| = 3A_{12} + |A_{31}| = 3370$ Дж

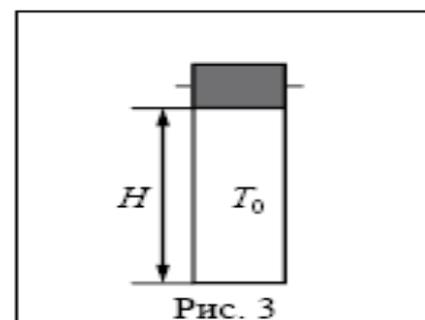
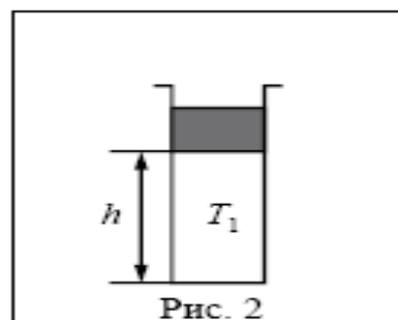
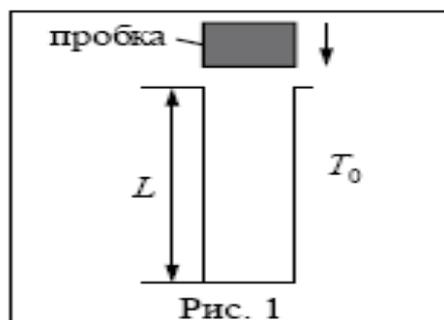


2015

30

В камере, заполненной азотом, при температуре $T_0 = 300$ К находится открытый цилиндрический сосуд (см. рис. 1). Высота сосуда $L = 50$ см. Сосуд плотно закрывают цилиндрической пробкой и охлаждают до температуры T_1 . В результате расстояние от дна сосуда до низа пробки становится равным $h = 40$ см (см. рис. 2). Затем сосуд нагревают до первоначальной температуры T_0 . Расстояние от дна сосуда до низа пробки при этой температуре становится равным $H = 46$ см (см. рис. 3). Чему равна температура T_1 ? Величину силы трения между пробкой и стенками сосуда считать одинаковой при движении пробки вниз и вверх. Массой пробки пренебречь. Давление азота в камере во время эксперимента поддерживается постоянным.





Возможное решение

- Пусть p_0 – давление азота в камере;
 p_1 – давление в сосуде в ситуации на рис. 2;
 p_2 – давление в сосуде при температуре T_0 в конце опыта;
 S – площадь горизонтального сечения сосуда.

2. Параметры азота в сосуде в первоначальном состоянии и при температуре T_1 связаны равенством, следующим из уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$\frac{p_1 h S}{T_1} = \frac{p_0 L S}{T_0}, \text{ откуда } p_1 = p_0 \cdot \frac{L}{h} \cdot \frac{T_1}{T_0}.$$

Условие равновесия пробки при температуре T_1 :

$$p_0 S - F_{\text{тр}} - p_1 S = 0, \text{ откуда } F_{\text{тр}} = (p_0 - p_1) S.$$

3. Параметры воздуха в сосуде в первоначальном и конечном состояниях тоже связаны равенством, следующим из уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$\frac{p_2 H S}{T_0} = \frac{p_0 L S}{T_0}, \text{ откуда } p_2 = p_0 \cdot \frac{L}{H}.$$

Условие равновесия пробки в конечном состоянии:

$$p_2 S - F_{\text{тр}} - p_0 S = 0,$$

откуда

$$p_2 = p_0 + \frac{F_{\text{тр}}}{S} = p_0 + p_0 - p_1 = 2p_0 - p_1 = 2p_0 - p_0 \cdot \frac{L}{h} \cdot \frac{T_1}{T_0}.$$

4. Приравняв друг другу два выражения для p_2 , получаем равенство

$$\frac{L}{H} = 2 - \frac{L}{h} \cdot \frac{T_1}{T_0}.$$

$$\text{Отсюда: } T_1 = T_0 \cdot \frac{h}{L} \cdot \left(2 - \frac{L}{H} \right) \approx 219 \text{ К.}$$

Ответ: $T_1 \approx 219 \text{ К}$

2016



30

Теплоизолированный горизонтальный сосуд разделён пористой перегородкой на две равные части. В начальный момент в левой части сосуда находится $\nu = 2$ моль гелия, а в правой – такое же количество моль аргона. Атомы гелия могут проникать через перегородку, а для атомов аргона перегородка непроницаема. Температура гелия равна температуре аргона: $T = 300$ К. Определите отношение внутренних энергий газов по разные стороны перегородки после установления термодинамического равновесия.

Возможное решение

1. Так как сосуд теплоизолирован и начальные температуры газов одинаковы, то после установления равновесия температура в сосуде будет равна первоначальной, а гелий равномерно распределится по всему сосуду. После установления равновесия в системе в каждой части сосуда окажется по 1 моль гелия: $\nu_1 = 1$. В результате в сосуде с аргоном окажется 3 моль смеси: $\nu_2 = \nu_1 + \nu = 3$.

2. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа пропорциональна температуре и количеству молей:

$$U = \frac{3}{2} \nu RT \Rightarrow U_1 = \frac{3}{2} \nu_1 RT_1, \quad U_2 = \frac{3}{2} \nu_2 RT_2.$$

3. Запишем условие термодинамического равновесия: $T_1 = T_2$.

$$4. \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{3}$

2017



- 29 Два одинаковых теплоизолированных сосуда соединены короткой трубкой с краном. Объём каждого сосуда $V = 1 \text{ м}^3$. В первом сосуде находится $\nu_1 = 1$ моль гелия при температуре $T_1 = 400 \text{ К}$; во втором – $\nu_2 = 3$ моль аргона при температуре T_2 . Кран открывают. После установления равновесного состояния давление в сосудах $p = 5,4 \text{ кПа}$. Определите первоначальную температуру аргона T_2 .

Возможное решение

1. Поскольку в указанном процессе газ не совершает работы и система является теплоизолированной, то в соответствии с первым законом термодинамики суммарная внутренняя энергия газов сохраняется:

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T,$$

где T – температура в объединённом сосуде в равновесном состоянии после открытия крана.

2. В соответствии с уравнением Клапейрона – Менделеева для конечного состояния можно записать:

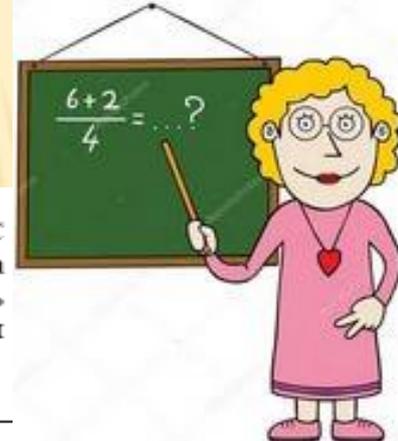
$$p(2V) = (\nu_1 + \nu_2) R T.$$

Исключая из двух записанных уравнений конечную температуру T , получаем искомое выражение для начальной температуры аргона:

$$T_2 = \frac{2Vp}{\nu_2 R} - \frac{\nu_1}{\nu_2} T_1 = \frac{2 \cdot 1 \cdot 5,4 \cdot 10^3}{3 \cdot 8,31} - \frac{1}{3} \cdot 400 \approx 300 \text{ К}.$$

Ответ: $T_2 \approx 300 \text{ К}$

В комнате размерами $4 \times 5 \times 3$ м, в которой воздух имеет температуру 10°C и относительную влажность 30%, включили увлажнитель воздуха производительностью $0,2$ л/ч. Чему станет равна относительная влажность воздуха в комнате через $1,5$ ч? Давление насыщенного водяного пара при температуре 10°C равно $1,23$ кПа. Комнату считать герметичным сосудом.



Возможное решение

Относительная влажность определяется парциальным давлением водяного пара p и давлением $p_{\text{нас}}$ насыщенного пара при той же температуре:

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{нас}}}.$$

За время τ работы увлажнителя с производительностью I испаряется масса воды $m = \rho I \tau$ плотностью ρ .

В результате исходная влажность в комнате, $\varphi_1 = \frac{p_1}{p_{\text{нас}}}$, возрастает до значения

$$\varphi_2 = \frac{p_2}{p_{\text{нас}}} = \frac{p_1 + \Delta p}{p_{\text{нас}}} = \varphi_1 + \frac{\Delta p}{p_{\text{нас}}}.$$

Водяной пар в комнате объёмом V является разреженным газом, который подчиняется уравнению Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT,$$

где M – масса водяного пара, p – парциальное давление, μ – его молярная масса. Увеличение массы пара в комнате на m (от m_1 до $m_2 = m_1 + m$) приводит к увеличению парциального давления на величину, пропорциональную испарившейся массе: $\Delta p = \frac{m RT}{\mu V} = \frac{\rho I \tau RT}{\mu V}$.

$$\text{Отсюда: } \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\Delta p}{p_{\text{нас}}} = \varphi_1 + \frac{\rho I \tau}{\mu} \cdot \frac{RT}{p_{\text{нас}} V}.$$

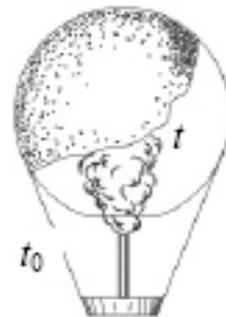
Подставляя значения физических величин, получим:

$$\varphi_2 = 0,3 + \frac{10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 283}{1,23 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3} \approx 0,83 = 83\%.$$

Ответ: $\varphi_2 \approx 83\%$

30

Воздушный шар, оболочка которого имеет массу $M = 145$ кг и объём $V = 230$ м³, наполняется при нормальном атмосферном давлении горячим воздухом, нагретым до температуры $t = 265$ °С. Определите максимальную температуру t_0 окружающего воздуха, при которой шар начнёт подниматься. Оболочка шара нерастяжима и имеет в нижней части небольшое отверстие.



Возможное решение

Условие, соответствующее подъёму шара: $F_{\text{Арх}} \geq Mg + mg$,

где M – масса оболочки, m – масса воздуха внутри оболочки, или

$$\rho_0 gV \geq Mg + \rho gV \Rightarrow \rho_0 V \geq M + \rho V,$$

где ρ_0 – плотность окружающего воздуха, ρ – плотность воздуха внутри оболочки, V – объём шара.

Для воздуха внутри шара $\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu}R$, или $\frac{m}{V} = \frac{p \cdot \mu}{R \cdot T} = \rho$, где p – атмосферное давление, T – температура воздуха внутри шара. Соответственно, плотность воздуха снаружи $\rho_0 = \frac{\mu p}{RT_0}$, где T_0 – температура окружающего воздуха.

$$\frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T_0} \geq M + \frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T} \Rightarrow \frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T} = \frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T_{0\text{max}}} - M \Rightarrow \frac{1}{T_{0\text{max}}} = \frac{1}{T} + \frac{M \cdot R}{p \cdot \mu \cdot V}$$

$$T_{0\text{max}} = \frac{\mu p V T}{\mu p V + M R T} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 230 \cdot 538}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 230 \cdot 10^5 + 145 \cdot 8,31 \cdot 538} \approx 273 \text{ K} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $T_{0\text{max}} \approx 273 \text{ K} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$

УДАЧИ НА ЭКЗАМЕНЕ!

