

ВЕБИНАРЫ



ИЗУЧЕНИЕ БУКВЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ И УРАВНЕНИЙ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 5—6 КЛАССОВ

На вебинаре будет рассказано о:

- введении понятий «уравнение», «решение уравнения», «корень уравнения» и отличиях традиционной школьной терминологии от академической;
- законах арифметических действий в 5-м классе и их применении для упрощения выражений;
- приёмах решения уравнений в 5-м классе и о том, нужно ли заучивать правила нахождения неизвестного компонента действия;
- раскрытии скобок и упрощении выражений в 6-м классе — как «бороться» с минусом перед скобками;
- двух алгоритмах решения уравнений в 6-м классе — какой из них «найдёт» своё применение в старших классах.

ПЛАН ВЕБИНАРА

Введение терминов «уравнение», «решение уравнения», «корень уравнения», отличие традиционной школьной терминологии от академической.

Законы арифметических действий и их применение к упрощению выражений (5 класс).

Приёмы решения уравнений в 5 классе. Правила нахождения неизвестного компонента действия и целесообразность их заучивания для «сильных» и для «слабых» учащихся.

Раскрытие скобок и упрощение выражений в 6 классе. Обоснование правила раскрытия скобок, перед которыми стоит знак минус.

Два алгоритма решения уравнений в 6 классе, подходы к их использованию в «слабых» и «сильных» классах.



И.И.Зубарева
А.Г.Мордкович

МАТЕМАТИКА



Подготовительный этап

Фактически задано уравнение, но неизвестный компонент здесь находим, не выполняя никаких арифметических действий.

Укажите неизвестный компонент действия:

35. а) $916 \cdot * = 91\,600$; в) $* \cdot 10\,000 = 6\,400\,000$;

б) $540\,000 : * = 540$; г) $* : 100 = 28\,000$.

36. а) $3280 \cdot * = 32\,800\,000$;

б) $504\,080\,000 : * = 50\,408$;

в) $* \cdot 100\,000 = 56\,000\,000$;

г) $* : 1000 = 671\,000$.

37. Вместо * вставьте число так, чтобы получилось верное равенство:

а) $124 \cdot * = 12\,400$;

д) $247 \cdot * = 247\,000$;

б) $915\,000 : * = 9150$;

е) $* : 100 = 47\,530$;

в) $* \cdot 1000 = 750\,000$;

ж) $900 \cdot * = 90\,000$;

г) $* \cdot 10 = 35\,900$;

з) $* : 10 = 8460$.

Найдите неизвестное число.

94. а) $28 + ? = 100$; в) $? + 63 = 100$; д) $15 + ? = 25$;

 б) $31 + ? = 100$; г) $? + 79 = 100$; е) $? + 45 = 75$.

95. а) $25 + ? = 50$; в) $18 + ? = 50$; д) $8 + ? = 25$;

 б) $? + 32 = 50$; г) $29 + ? = 50$; е) $34 + ? = 75$.

Найдите неизвестное число.

130. а) $17 + ? = 100$; в) $24 + ? = 50$; д) $6 + ? = 100$;

 б) $64 + ? = 100$; г) $36 + ? = 50$; е) $73 + ? = 100$.

131. а) $? + 82 = 100$; в) $? + 39 = 50$; д) $75 - ? = 50$;

 б) $? + 8 = 100$; г) $? + 14 = 50$; е) $22 + ? = 50$.

Вставьте знак умножения или деления и число так, чтобы получилось верное равенство:

$$235 \cdot \text{[]} = 23\,500$$

$$480 \cdot \text{[]} = 48\,000$$

$$\text{[]} \cdot 72 = 72\,000$$

$$\text{[]} \cdot 1000 = 280$$

$$3900 \cdot \text{[]} = 390$$

$$630\,000 \cdot \text{[]} = 630$$

$$\text{[]} \cdot 1000 = 95$$

$$\text{[]} \cdot 100 = 1\,470\,000$$

Заполните пропуски так, чтобы получилось верное равенство.

$$179 + \text{[]} = 200$$

$$141 + \text{[]} = 600$$

$$\text{[]} + 135 = 300$$

$$\text{[]} + 322 = 700$$

$$257 + \text{[]} = 400$$

$$443 + \text{[]} = 800$$

$$\text{[]} + 358 = 500$$

$$\text{[]} + 534 = 900$$

Впишите числа так, чтобы получились верные равенства.

a) $17 + \boxed{} = 17;$

$\boxed{} - 28 = 0;$

$\boxed{} + 35 = 35;$

$\boxed{} + 0 = 82;$

$145 - \boxed{} = 145;$

$\boxed{} - 0 = 78;$

б) $\boxed{} - 61 = 0;$

$\boxed{} : 45 = 1;$

$\boxed{} \times 33 = 33;$

$\boxed{} \times 1 = 72;$

$54 : \boxed{} = 54;$

$\boxed{} : 1 = 39.$

Впишите числа так, чтобы получились верные равенства.

$$\text{а) } 14 \times \boxed{} = 0;$$

$$48 \times 5 \times \underline{2} = 48 \times \boxed{};$$

$$\boxed{} \times 17 \times \underline{4} = 100 \times 17;$$

$$\boxed{} \times \underline{138} = 0;$$

$$45 \times \boxed{} = 125 \times 45 \times 8;$$

$$25 \times 4 \times \boxed{} = 25 \times 16;$$

$$\text{б) } 15 \times \boxed{} = 10 \times 3 + 5 \times 3;$$

$$32 \times 5 = \boxed{} \times 5 + 2 \times 5;$$

$$\boxed{} \times 7 = 20 \times 7 + 4 \times 7;$$

$$8 \times 5 + 8 \times \boxed{} = 8 \times 25;$$

$$4 \times \underline{6} + 15 \times 6 = \boxed{} \times 6;$$

$$34 \times \boxed{} + 16 \times \underline{9} = \boxed{} \times 9.$$

ПРИМЕР ИНТЕРАКТИВНОГО ЗАДАНИЯ ИЗ ЭФУ



Неизвестный компонент суммы

УКАЖИТЕ ЧИСЛО,
КОТОРОЕ НАДО ВСТАВИТЬ,
ЧТОБЫ ПОЛУЧИЛОСЬ ВЕРНОЕ РАВЕНСТВО.



$$34 + \bigcirc = 100$$

64

76

74

66



$$46 + \bigcirc = 81$$

45

35

36

25





ОШИБКА

ВЕРНИСЬ И ПОДУМАЙ





§ 12. ФОРМУЛЫ

Площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон	$S = a \cdot b$
Периметр прямоугольника равен сумме длин его сторон	$P = a + a + b + b,$ или $P = 2(a + b)$
Пройденный путь — это произведение скорости и времени движения	$s = v \cdot t$

Каждое равенство в таблице — это *правило* вычисления той или иной величины, записанное на математическом языке. Такие равенства, которые представляют собой запись правила вычисления значения какой-либо величины, называют **формулами**.

285. Найдите площадь (S) прямоугольника со сторонами a и b , если:

- а) $a = 25$ см, $b = 24$ см; в) $a = 61$ м, $b = 57$ м;
б) $a = 48$ см, $b = 125$ см; г) $a = 218$ м, $b = 105$ м.

286. Найдите периметр (P) прямоугольника со сторонами a и b , если:

- а) $a = 12$ м, $b = 15$ м; в) $a = 78$ см, $b = 22$ см;
б) $a = 34$ м, $b = 25$ м; г) $a = 154$ см, $b = 146$ см.

287. Найдите путь (s), если:

- а) $v = 15$ км/ч, $t = 4$ ч; в) $v = 90$ км/ч, $t = 3$ ч;
б) $v = 70$ км/ч, $t = 2$ ч; г) $v = 26$ км/ч, $t = 7$ ч.

§ 14. УРАВНЕНИЯ

Изучая предыдущие параграфы, мы узнали, какое равенство называют формулой, как в виде равенств можно записать законы арифметических действий. Продолжим наше знакомство с равенствами.

Возможно, вы помните, что такое уравнение — так называют равенство, из которого находят неизвестную величину, обозначенную, как правило, буквой латинского алфавита. Найти эту неизвестную величину — значит *решить уравнение*.

Решите уравнение.

340. а) $5 + x = 5$; б) $y + 15 = 15$; в) $x - 4 = 0$; г) $28 - a = 28$.

341. а) $12 \cdot y = 12$; б) $n \cdot 8 = 8$; в) $m : 43 = 1$; г) $24 : x = 24$.

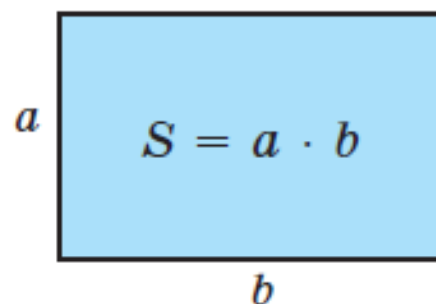
342. Решите уравнение:

а) $7 \cdot x = 21$; б) $y \cdot 4 = 32$; в) $y \cdot 0 = 15$; г) $0 \cdot x = 0$.





Видеоурок 14. Уравнения. Примеры решения уравнений.



343. а) $a = 7$ см, $b = 12$ см. Найдите S .

б) $S = 48$ см², $a = 12$ см. Найдите b .

в) $S = 144$ см², $b = 12$ см. Найдите a .

г) $S = 120$ см², $a = 8$ см. Найдите P (периметр).

344. Решите уравнение:

а) $56 = 7 \cdot t$;

в) $s : 34 = 306$;

д) $18 = 3 \cdot t$;

б) $204 = v \cdot 12$;

г) $125 : t = 25$;

е) $27 = v \cdot 9$.

Контрольные задания

1. Укажите, из какого равенства можно найти неизвестную величину:

а) $15 \cdot x = 45$; б) $7 \cdot 8 = 56$.

2. Решите уравнение:

а) $3 \cdot x = 6$; б) $24 : x = 6$; в) $x : 7 = 3$.

Видеоурок 14.

Уравнения. Примеры решения уравнений

В этом видеоуроке

1. Что такое уравнение. Корень уравнения.

2. Что значит «решить уравнение». Примеры решения уравнений. «Ключи» к отысканию неизвестного компонента действия

3. Задания для самоконтроля (решение уравнений)

1. Что такое уравнение. Корень уравнения

Что такое уравнение

Уравнением называют равенство, из которого находят неизвестную величину.

Как правило, в уравнении неизвестную (искомую) величину обозначают буквой латинского алфавита.

Примеры уравнений

$$6 + x = 9,$$

$$y - 12 = 30,$$

$$9 \cdot z = 45,$$

$$50 : x = 5,$$

$$a \cdot 17 = 51,$$

$$b : 4 = 15.$$

Что такое корень уравнения

Число, при подстановке которого в уравнение вместо неизвестного компонента получается верное равенство, называют корнем уравнения.

Примеры

1 $6 + x = 6.$

Корень – 0,
т. к. $6 + 0 = 6.$

3 $y - 2 = 0.$

Корень – 2,
т. к. $2 - 2 = 0.$

5 $5 : z = 5.$

Корень – 1,
т. к. $5 : 1 =$
5.

2 $8 - x = 8.$

Корень – 0,
т. к. $8 - 0 = 8.$

4 $9 \cdot z = 0.$

Корень – 0,
т. к. $9 \cdot 0 = 0.$

6 $3 : z = 1.$

Корень – 3,
т. к. $3 : 3 = 1.$

«Корень уравнения» = «решение уравнения»

Часто вместо термина «корень» употребляют термин «решение».

Примеры

7

$$6 : x = 0.$$

Нет решений, так как при делении числа 6 на какое-либо число нуль получиться не может.

8

$$0 \cdot y = 15.$$

Нет решений, так как произведение нуля и любого числа равно нулю.

9

$$z \cdot 0 = 0.$$

z — любое число. Бесконечное множество решений, так как при умножении любого числа на нуль получается нуль.

2. Что значит «решить уравнение».
Примеры решения уравнений. «Ключи»
к отысканию неизвестного компонента действия

Что значит «решить уравнение»

Решить уравнение – это значит найти его корни или объяснить, почему их не существует.

Примеры решения уравнений

10

$$6 + x = 9.$$

Здесь x – неизвестное слагаемое.

Воспользуемся правилом:

чтобы найти неизвестное слагаемое,

надо из суммы вычесть известное слагаемое.

$$x = 9 - 6,$$
$$x = 3.$$

Ответ: 3.

Примеры решения уравнений

11

$$x - 18 = 40.$$

Здесь x – неизвестное уменьшаемое.

Воспользуемся правилом:

чтобы найти неизвестное уменьшаемое,

надо к разности прибавить вычитаемое.

$$x = 40 + 18,$$
$$x = 58.$$

Ответ: 58.

Примеры решения уравнений

12

$$63 : x = 3,$$

Здесь x – неизвестный делитель.

Воспользуемся правилом:

чтобы найти неизвестный делитель,

надо делимое разделить на частное.

$$x = 63 : 3,$$
$$x = 21.$$

Ответ: 21.

Всего вы знаете 6 правил отыскания неизвестного компонента действия.

Если что-то забыли или сомневаетесь, можно воспользоваться «ключами» к решению уравнений.

«Ключ» к неизвестному компоненту суммы

КЛЮЧ

$$3 + 2 = 5$$



$$x + 28 = 60;$$

$$3 = 5 - 2$$

$$x = 60 - 28.$$

КЛЮЧ

$$3 + 2 = 5$$



$$7 + x = 90;$$

$$2 = 5 - 3$$

$$x = 90 - 7.$$

«Ключ» к неизвестному компоненту разности

КЛЮЧ

$$5 - 2 = 3$$



$$71 - x = 24;$$

$$2 = 5 - 3$$

$$x = 71 - 24.$$

КЛЮЧ

$$5 - 2 = 3$$



$$x - 42 = 77;$$

$$5 = 3 + 2$$

$$x = 77 + 42.$$

«Ключ» к неизвестному компоненту произведения

КЛЮЧ

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$x \cdot 28 = 896;$$

$$3 = 6 : 2$$

$$x = 896 : 28.$$

КЛЮЧ

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$17 \cdot x = 102;$$

$$2 = 6 : 3$$

$$x = 102 : 17.$$

«Ключ» к неизвестному компоненту частного

КЛЮЧ

$$6 : 2 = 3$$

$$726 : x = 33;$$

$$2 = 6 : 3$$

$$x = 726 : 33.$$

КЛЮЧ

$$6 : 2 = 3$$

$$x : 68 = 45;$$

$$6 = 3 \cdot 2$$

$$x = 45 \cdot 68.$$

3. Задания для самоконтроля (решение уравнений)

**Остановите видео и решите уравнения.
Затем включите видео и проверьте себя.**

$$3 + 2 = 5$$

$$2 = 5 - 3$$

1

$$79 + x = 92.$$

$$x = 92 - 79, \quad x = 13.$$

Ответ: 13.

$$3 + 2 = 5$$

$$3 = 5 - 2$$

2

$$a + 82 = 116.$$

$$a = 116 - 82, \quad a = 34.$$

Ответ: 34.

$$5 - 2 = 3$$

$$5 = 3 + 2$$

3

$$y - 208 = 53.$$

$$y = 53 + 208, \quad y = 261.$$

Ответ: 261.

$$5 - 2 = 3$$

$$2 = 5 - 3$$

4

$$568 - t = 203.$$

$$x = 568 - 203, \quad t = 365.$$

Ответ: 365.

**Остановите видео и решите уравнения.
Затем включите видео и проверьте себя.**

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$2 = 6 : 3$$

5

$$46 \cdot x = 966.$$

$$x = 966 : 46, \quad x = 21.$$

Ответ: 21.

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$3 = 6 : 2$$

6

$$x \cdot 75 = 1200.$$

$$x = 1200 : 75, \quad x = 16.$$

Ответ: 16.

$$6 : 2 = 3$$

$$6 = 3 \cdot 2$$

7

$$x : 81 = 50.$$

$$x = 50 \cdot 81, \quad x = 4050.$$

Ответ: 4050.

$$6 : 2 = 3$$

$$2 = 6 : 3$$

8

$$1430 : x = 22.$$

$$x = 1430 : 22, \quad x = 65.$$

Ответ: 65.

352. Вычислите:

а) $23 \cdot 15 + 15 \cdot 77$;

д) $79 \cdot 21 - 69 \cdot 21$;

б) $67 \cdot 58 + 33 \cdot 58$;

е) $55 \cdot 682 - 45 \cdot 682$;

в) $340 \cdot 7 + 16 \cdot 70$;

ж) $7300 \cdot 3 + 730 \cdot 70$;

г) $250 \cdot 61 - 25 \cdot 390$;

з) $500 \cdot 38 - 50 \cdot 80$.



353. Выполните задания по данным условиям:

На столе стоят три вазы с гвоздиками. В первой вазе x гвоздик, во второй — в 2 раза больше, а в третьей — в 3 раза больше, чем в первой.

Цена детского велосипеда y р. Горный велосипед в 8 раз, а спортивный — в 5 раз дороже детского.

1) Запишите выражения для следующих величин:

число гвоздик во второй вазе;

число гвоздик в третьей вазе;

число гвоздик во второй и третьей вазах вместе.

цена горного велосипеда;

цена спортивного велосипеда;

на сколько горный велосипед дороже спортивного.

Проверьте себя.

Рассмотрим выражение $3y$. Это произведение числа 3 и буквы y . Говорят, что число 3 — это **числовой множитель**, а буква y — **буквенный множитель**. Числовой множитель в таких выражениях обычно называют **коэффициентом**. Так, в выражении $3y$ число 3 — коэффициент при y . Упрощая выражение $2x + 3x$, мы сложили коэффициенты 2 и 3, а буквенный множитель x оставили без изменения.

Подумайте, как, используя распределительный закон, упростить выражение $8y - 5y$.

Проверьте себя: $8y - 5y = 8 \cdot y - 5 \cdot y = (8 - 5) \cdot y = 3 \cdot y = 3y$.

Обычно промежуточные записи между первым и последним выражениями не делают, а просто пишут: $8y - 5y = 3y$. Здесь, так же как и при сложении, действия выполняются только над коэффициентами, а буквенный множитель остаётся без изменения.

Видеоурок 15. Упрощение выражений.

354. Упростите, если возможно, выражение:

- | | | |
|----------------------|---------------|---------------------|
| а) $17m + 5m$; | в) $6a - a$; | д) $9c + 4c - 6c$; |
| б) $24b + 7a - 5a$; | г) $y - 8$; | е) $5 + 12n - 2n$. |

$$3 \quad 2x + x = 2 \cdot x + 1 \cdot x = (2+1) \cdot x = 3 \cdot x = 3x.$$


$$2x + x = 3x.$$

$$4 \quad 7x - x = 7 \cdot x - 1 \cdot x = (7-1) \cdot x = 6 \cdot x = 6x.$$


$$7x - x = 6x.$$

$$5 \quad x + x = 1 \cdot x + 1 \cdot x = (1+1) \cdot x = 2 \cdot x = 2x.$$


$$x + x = 2x.$$

$$6 \quad x - x = 1 \cdot x - 1 \cdot x = (1-1) \cdot x = 0 \cdot x = 0.$$


$$x - x = 0.$$

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

Упрощение
выражений

Упростите выражение:

1) $28k + 35k =$

2) $33x - 19x =$

3) $42a + a =$

4) $67d - d =$

5) $29x \cdot 4 =$

6) $15s \cdot 6t =$

Упростите выражение:

1) $28k + 35k =$ **63k;**

2) $33x - 19x =$ **14x;**

3) $42a + a =$ **43a;**

4) $67d - d =$ **66d;**

5) $29x \cdot 4 =$ **116x;**

6) $15s \cdot 6t =$ **90st.**



355. Какие законы арифметических действий использовались при упрощении выражений:

1) $15 \cdot 3a = (15 \cdot 3) \cdot a = 45a$;

2) $5a \cdot 6b = 5 \cdot 6 \cdot a \cdot b = 30ab$?

356. Упростите выражение:

а) $15a \cdot 4$; в) $17a \cdot 5b$; д) $c \cdot 18 \cdot d \cdot 3$;

б) $3b \cdot 12$; г) $11a \cdot 7b$; е) $x \cdot 9 \cdot 4 \cdot y$.

- 357. Упростите выражение и найдите его значение:
- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| а) $5x + 8x$ при $x = 13$; | д) $9x + x$ при $x = 18$; |
| б) $12y - 6y$ при $y = 6$; | е) $12x - x$ при $x = 11$; |
| в) $9a + 7a$ при $a = 16$; | ж) $30y - 5y$ при $x = 25$; |
| г) $18b - 7b$ при $b = 11$; | з) $16n + 6n$ при $n = 1$. |
- 358. Найдите значение выражения:
- | |
|--|
| а) $39x - 5x - 4x + 28$ при $x = 3$; $x = 5$; |
| б) $28y - 18y + 6y$ при $y = 1$; $y = 2$; |
| в) $12 + 15a + 24a + 5a$ при $a = 0$; $a = 3$; |
| г) $26 + 14b - 4b$ при $b = 4$; $b = 10$. |
- 359. Решите уравнение:
- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| а) $15x - 8x = 21$; | ж) $9x + x - 9x = 5$; |
| б) $2x + 4x = 30$; | з) $4x + 3x - 7x = 6$; |
| в) $4y + 2y - y = 20$; | и) $5x + 2x = 84$; |
| г) $7y + y - 2y = 24$; | к) $12x - 4x = 3248$; |
| д) $3x - x = 12$; | л) $17y - y = 1616$; |
| е) $x + 8x = 72$; | м) $y + 19y = 4040$. |



360. 1) Какие из следующих выражений можно упростить, используя законы арифметических действий:

$$15x + 4y, \quad 8a - 4b, \quad 6n + 6m?$$

2) Проверьте свои рассуждения.

- а) Слагаемые в первом выражении не имеют одинаковых множителей, поэтому применить распределительный закон для его преобразования невозможно, а использование других законов не позволяет сделать это выражение проще.
- б) Второе выражение можно преобразовать следующим образом:

$$8a - 4b = 4 \cdot 2a - 4 \cdot b = 4 \cdot (2a - b).$$

Здесь, используя распределительный закон, мы **вынесли за скобки общий множитель**. Но сказать, что это выражение стало проще, нельзя, так как и исходное, и последнее выражения содержат по три арифметических действия.

- в) В третьем выражении можно вынести за скобки число 6 — общий множитель: $6n + 6m = 6 \cdot (n + m)$. При этом исходное выражение содержит три арифметических действия, а получившееся — только два, значит, исходное выражение нам удалось упростить.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

Упрощение
выражений

Вынесите общий множитель за скобки:

1) $14n + 7k =$

$7(2n + k);$

2) $39x - 3y =$

$3(13x - y);$

3) $24a + 6b - 12c =$

$6(4a + b - 2c);$

4) $5d - 25k + 5 =$

$5(d - 5k + 1);$

5) $33p + 44 - 11n =$

$11(3p + 4 - n).$

C-15.1. Упрощение выражений

Вариант 1

1. Запишите коэффициент данного выражения:

а) $7m$; б) $2a$; в) $8d$; г) x .

2. Упростите выражение:

а) $3a + 5a$; в) $2d + 7d - 3$;

б) $7b - 4b$; г) $12 + 6c + c$.

3. Для детского праздника родители купили x пакетов томатного сока, апельсинового в 2 раза больше, а яблочного в 3 раза больше, чем томатного.

Запишите выражения для следующих величин:

а) число пакетов апельсинового сока;

б) число пакетов яблочного сока;

в) число всех пакетов с соками.

4. Вычислите: $(19\ 520 : 32 - 570) \cdot (2688 : 56 + 2496 : 39)$.

Вариант 2

1. Запишите коэффициент данного выражения:

а) $5a$; б) $8b$; в) $7c$; г) d .

2. Упростите выражение:

а) $4x + 3x$; в) $5z + 3z - 4$;

б) $9y - 2y$; г) $6 + 4t + t$.

3. На день рождения бабушка испекла a пирожков с мясом, с вишней в 4 раза больше и с черникой в 3 раза больше, чем с мясом.

Запишите выражения для следующих величин:

а) число пирожков с вишней;

б) число пирожков с черникой;

в) число всех пирожков.

4. Вычислите: $(138 \cdot 65 + 29\ 550) : (15\ 980 : 17 - 15 \cdot 27)$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

15.1

Упрощение
выражений

ВАРИАНТ 1

1 Запишите коэффициенты данного выражения:

а) $7m$;

7

б) $2a$;

2

в) $8d$;

8

г) x .

1

2 Упростите выражение:

а) $3a + 5a =$

$8a$;

в) $2d + 7d - 3 =$

$9d - 3$;

б) $7b - 4b =$

$3b$;

г) $12 + 6c + c =$

$12 + 7c$.

ВАРИАНТ 1

3 1) число пакетов апельсинового сока:

2x (п.);

2) число пакетов яблочного сока:

3x (п.);

3) число всех пакетов с соками:

$x + 2x + 3x = 5x$ (п.).

ВАРИАНТ 1

1

2

6

3

5

4

4 $(19\ 520 : 32 - 570) \cdot (2688 : 56 + 2496 : 39) =$ **4480**

1) $19\ 520 : 32 =$ **610**

2) $610 - 570 =$ **40**

3) $2\ 688 : 56 =$ **48**

4) $2\ 496 : 39 =$ **64**

5) $48 + 64 =$ **112**

6) $40 \cdot 112 =$ **4480**

C-15.2. Упрощение выражений

Вариант 1

1. Упростите выражение:

а) $12c \cdot 4$; б) $17 \cdot 3d$; в) $11p \cdot 5g$.

2. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $18x - 4x + x$ при $x = 8$;

б) $45a - 9a - 7a + 29$ при $a = 13$.

3. Решите уравнение:

а) $15t - 7t = 56$;

б) $3z + 2z = 35$;

в) $4d + d - 4d = 44$;

г) $7s + 2s - 9s = 9$.

4. Вычислите: $((76 \cdot 528 + 49\,972) : 170 - 62) : 12$.

0-10.3. Упрощение выражений

Вариант 1

1. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $8x + 12y$; в) $55e - 33r + 11$;

б) $6a + 24b + 6$; г) $12m + 15n + 9$.

2. Решите уравнение:

а) $7k - k - 5k + 34 = 73$;

б) $2y + 3y - 4y - 29 = 62$.

3. Пирожное стоит m р., а плитка шоколада на 7 р. дороже.

Запишите в виде выражения:

1) цену плитки шоколада;

2) стоимость 4 пирожных;

3) стоимость 7 плиток шоколада;

4) стоимость 4 пирожных и 7 плиток шоколада;

5) на сколько 7 плиток шоколада дороже 4 пирожных.

4. Вычислите: $31\ 000 - (306 \cdot 98 + 2550 : (569 - 494))$.

Контрольные задания

1. Упростите выражение:

а) $4m + 5m + 8$; б) $3 \cdot 7x$.

2. Упростите выражение $13y - 7y + 2$ и найдите его значение при $y = 4$.

3. Решите уравнение $6x + 3x = 27$.



374. Запишите на математическом языке такие слова:

- 1) сумма первых четырёх натуральных чисел;
- 2) произведение первых четырёх натуральных чисел;
- 3) частное наибольшего двузначного и наибольшего однозначного чисел;
- 4) разность наименьшего трёхзначного и наименьшего двузначного чисел.

Проверьте себя.

- | | |
|----------------------------------|-----------------|
| 1) $1 + 2 + 3 + 4$; | 3) $99 : 9$; |
| 2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$; | 4) $100 - 10$. |



375. Запишите на математическом языке предложения:

- 1) сумма первых четырёх натуральных чисел равна десяти;
- 2) произведение первых четырёх натуральных чисел равно двадцати четырём;
- 3) частное наибольшего двузначного и наибольшего однозначного чисел равно одиннадцати;
- 4) разность наименьшего трёхзначного и наименьшего двузначного чисел равна девяноста.

Проверьте себя.

- | | |
|---------------------------|--------------------|
| 1) $1 + 2 + 3 + 4 = 10$; | 3) $99 : 9 = 11$; |
|---------------------------|--------------------|

§ 17. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В задачах № 385 и 386 решение запишите в виде числового выражения и найдите его значение. Сравните полученные результаты.



385. Расстояние 180 км легковой автомобиль может преодолеть за 2 ч, а грузовому автомобилю на то же расстояние требуется 3 ч. Через какое время они смогут встретиться, если поедут навстречу друг другу из пунктов, расстояние между которыми 300 км?



386. Одной бригаде трактористов, чтобы вспахать 180 а, требуется 2 дня, а другой — 3 дня. За какое время эти бригады смогут вспахать 300 а, работая одновременно?

Выражение, полученное в процессе решения, — это **математическая модель** реальной жизненной ситуации, о которой говорится в задаче. В первой задаче рассматривается встречное движение, во второй — совместная работа, и обе эти ситуации описываются одинаковыми математическими моделями.

Выполняя задания предыдущего пункта по «переводу» обычной речи на математический язык, мы каждый раз *составляли математическую модель данной ситуации*. Однако важно не только уметь составлять математические модели, но и выполнять обратную работу — понимать, какую ситуацию (или обстоятельства) описывает данная модель.

Данные	Математическая модель	Расшифровка
В вазе a апельсинов и b бананов	$a + b = 30$	Всего в вазе 30 штук плодов
	$a = 2b$	Апельсинов в 2 раза больше, чем бананов
	$a = b + 10$	Апельсинов на 10 больше, чем бананов

Проверьте себя.

В первом столбце описаны некоторые обстоятельства. Во втором — дана математическая модель, составленная с учётом этих обстоятельств и некоторой дополнительной информации. В третьем — расшифровка модели, опирающаяся на то, каким образом связаны данные величины.

387. Расшифруйте данные математические модели в соответствии с каждой из данных ситуаций.

Данные	Математическая модель
В стаде a овец и b коров	1) $a + b = 30$
Турист a км прошёл пешком и b км проплыл на плоту	2) $a = 3b$
За конфеты заплатили a р., а за печенье — b р.	3) $a = b + 15$
В классе a девочек и b мальчиков	4) $a - b = 17$
	5) $a : 5 = b$

**ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ,
ДАЮЩИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ
ОБ УРОВНЕ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЙ ЭТОГО ТИПА**

Решите уравнения устно.

418. а) $128 \cdot 4x = 128 \cdot 12$;

б) $280 \cdot 15x = 45 \cdot 280$;

в) $12x \cdot 350 = 350 \cdot 48$;

г) $29x \cdot 430 = 58 \cdot 430$.

419. а) $134 \cdot 12x = 67 \cdot 2 \cdot 24$;

б) $95 \cdot 16x = 19 \cdot 48 \cdot 5$;

в) $18x \cdot 144 = 2 \cdot 54 \cdot 72$;

г) $17x \cdot 162 = 27 \cdot 6 \cdot 68$.

420. а) $3 \cdot 9x \cdot 10 = 90 \cdot 15$;

б) $16x \cdot 2 \cdot 5 = 80 \cdot 70$;

в) $15 \cdot 30 \cdot 8x = 120 \cdot 90$;

г) $3 \cdot 13x \cdot 14 = 56 \cdot 39$.

421. а) $5x + 12 = 6 \cdot 10 + 3 \cdot 4$;

б) $56 + 8x = 7 \cdot 8 + 2 \cdot 32$;

в) $7x + 22 \cdot 4 = 14 \cdot 5 + 8 \cdot 11$;

г) $16 \cdot 3 + 13x = 26 \cdot 3 + 24 \cdot 2$.

641. Решите уравнение:

а) $14x - 9x = 125$;

в) $13x + 5x = 108 : 2$;

б) $15y + 25y = 120$;

г) $29y - 17y = 12 \cdot 4$.

722. Найдите x , если:

а) $\frac{x}{8} + \frac{3}{8} = 1$; б) $\frac{x}{8} - \frac{3}{8} = 0$; в) $\frac{x}{8} - \frac{3}{8} = 1$; г) $1 - \frac{x}{8} = \frac{3}{8}$.

743. Решите уравнение:

а) $x + 1\frac{7}{9} = 2\frac{4}{9}$;

в) $x - 2\frac{4}{11} = 4\frac{1}{11}$;

д) $x + 3\frac{7}{10} = 5\frac{3}{10}$;

б) $3\frac{5}{8} - x = 1\frac{3}{8}$;

г) $2\frac{7}{18} + x = 5\frac{5}{18}$;

е) $4\frac{7}{12} - x = 3\frac{5}{12}$.



И.И. Зубарева
А.Г. Мордкович

МАТЕМАТИКА



Глава II. Преобразование буквенных выражений

§ 17. Раскрытие скобок	155
§ 18. Упрощение выражений	160
§ 19. Решение уравнений	165
§ 20. Решение задач методом составления уравнений	178

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ ИЗ ГЛАВЫ I

Решите уравнение.

112. а) $|x| = 9$; б) $|x| = 25$; в) $|x| = 0$; г) $|x| = -7$; д) $|x| = 3$.

113. а) $|x| + 2 = 5$; в) $4 + |x| = 10$; д) $0,8 + |x| = 0,92$;
б) $|x| - 3 = 7$; г) $9 - |x| = 9$; е) $|x| - 0,6 = 1$.

114. а) $|x| + \frac{5}{12} = 1$; в) $|x| - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$; д) $|x| + \frac{3}{11} = \frac{19}{22}$;
б) $\frac{7}{15} + |x| = 1$; г) $1 - |x| = \frac{4}{17}$; е) $\frac{6}{7} + |x| = \frac{48}{49}$.

115. а) $7,2 \cdot |x| = |-2,88|$; в) $|-5,4| \cdot |x| = 8,1$;
б) $|x| \cdot |-4,1| = |+20,5|$; г) $|-x| \cdot |+9,6| = |-24|$.

- 272. Скорость пешехода x км/ч, а велосипедиста — на 8 км/ч больше.

Запишите в виде выражения:

- скорость велосипедиста;
- скорость сближения пешехода и велосипедиста при движении навстречу друг другу;
- время до встречи, если расстояние между ними до начала движения — 19,2 км;
- расстояние между ними, если время до встречи — 1,2 ч.

Составьте уравнение, если известно, что пешеход и велосипедист двигались навстречу друг другу из двух посёлков, расстояние между которыми 19,2 км, и встретились через 1,2 ч.

- 273. В баке одного автомобиля 80 л бензина, а в баке другого — 90 л. Первый автомобиль расходует на 100 км пути x л бензина, а второй — в 1,2 раза больше.

а) Расшифруйте выражения:

$$1,2x; \quad 4x; \quad 4 \cdot 1,2x; \quad 80 - 4x; \quad 90 - 4 \cdot 1,2x.$$

б) Что в условиях данной задачи означает математическая модель

$$80 - 4x = 90 - 4 \cdot 1,2x?$$

(Устно.) Решите уравнение.

356. а) $x - 2000 = -1$; б) $2 - y = -2000$.

357. а) $x - 999 = -1001$; в) $(-1) - z = -999$;
 б) $(-2000) - y = 3000$; г) $t - (-999) = 2000$.

Решите уравнение.

442. а) $x + 3 = -8$; в) $x - 1,8 = -3,7$; д) $8 - x = 1$;
 б) $4 - x = -15$; г) $x + 1,2 = -0,17$; е) $-2,1 - x = 2$.

443. а) $x + (-5) = -6$; г) $x - 3,41 = -2,904$;
 б) $x - 8,5 = -3$; д) $x - (+9) = -3,1$;
 в) $7,1 - x = -3,8$; е) $-1,9 - x = 4,4$.

Решите уравнение.

636. а) $1\frac{2}{5} \cdot \left(-2\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot x = 4\frac{1}{2} \cdot \frac{17}{18} \cdot 1\frac{2}{34}$;

б) $3\frac{1}{8} \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot (-x) = 2\frac{2}{17} \cdot 3\frac{7}{9} \cdot \left(-\frac{15}{16}\right)$;

в) $-2\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{16}{57}\right) \cdot 1\frac{1}{5} \cdot x = 7\frac{8}{9} \cdot \frac{33}{71} \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right)$;

г) $-2\frac{7}{16} \cdot \left(-3\frac{9}{13}\right) \cdot \left(-\frac{17}{24}\right) \cdot (-x) = -2\frac{5}{6} \cdot 4\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right)$.

637. а) $14\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{19}{54}\right) \cdot \frac{15}{38} : x = -2\frac{2}{31} \cdot 12\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{32}$;

б) $-1\frac{1}{12} \cdot 9\frac{1}{5} \cdot \left(-1\frac{2}{23}\right) : (-x) = 1\frac{16}{17} \cdot \left(-\frac{4}{81}\right) \cdot 2\frac{7}{22}$;

в) $-\frac{4}{3} \cdot \left(-3\frac{2}{13}\right) \cdot \left(-\frac{39}{82}\right) : x = 1\frac{1}{11} \cdot 6\frac{8}{9} \cdot \left(-3\frac{3}{4}\right)$;

г) $1\frac{16}{29} \cdot 3\frac{13}{15} \cdot \left(-2\frac{19}{36}\right) : (-x) = 1\frac{5}{9} \cdot 4\frac{15}{19} \cdot \left(-5\frac{3}{7}\right)$.

**В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ НЕТ УРАВНЕНИЙ,
ДЛЯ РЕШЕНИЯ КОТОРЫХ ТРЕБУЕТСЯ ВЫПОЛНИТЬ
УПРОЩЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЯ.**



680. 1) Рассмотрите рисунок 67. Опишите с его помощью два способа вычисления площади прямоугольника $ABCD$. Какой закон арифметических действий иллюстрирует этот рисунок?

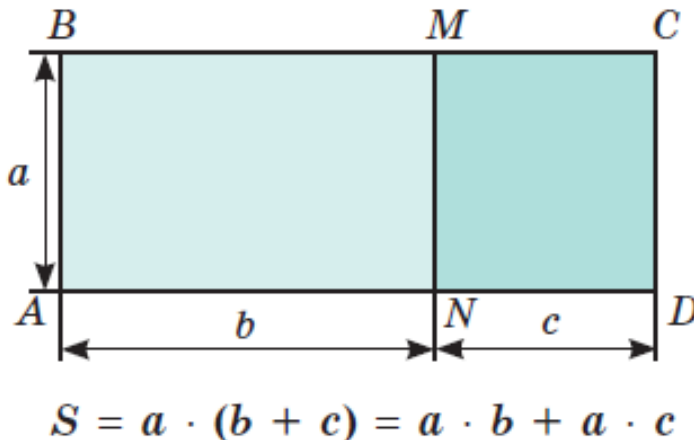


Рис. 67

2) Раскройте скобки: а) $4 \cdot (x + 5)$; б) $(-4) \cdot (x + 5)$.

Проверьте себя.

Равенство $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ — это распределительный закон умножения. Рисунок подтверждает этот закон для случая, когда a , b и c — положительные числа. На самом деле распределительный закон выполняется для любых чисел, поэтому:

а) $4 \cdot (x + 5) = 4 \cdot x + 4 \cdot 5 = 4x + 20$;

б) $(-4) \cdot (x + 5) = (-4) \cdot x + (-4) \cdot 5 = -4x + (-20) = -4x - 20$. 67

Первый этап. Раскрываем скобки, в которых каждое слагаемое либо положительное число, либо переменная, перед которой стоит знак $+$, а множитель перед скобками не равен 1 или -1 .

Задание для закрепления первого этапа.

681. Раскройте скобки:

а) $(-5) \cdot (x + y + 7)$;

в) $-3 \cdot (c + 8 + d)$;

б) $-2 \cdot (7 + a + b)$;

г) $(-5) \cdot (7 + x + y)$.

Второй этап. Раскрываем скобки, в которых каждое слагаемое либо отрицательное число, либо переменная, перед которой стоит знак + или -, а множитель перед скобками не равен 1 или -1.



682. Подумайте, как, применяя распределительный закон, раскрыть скобки в таких случаях:

1) $(-4) \cdot (x - 5)$; 2) $4 \cdot (-x - 5)$; 3) $-4 \cdot (-x - 5)$.

Подсказка. Выражения в скобках представьте в виде суммы.

Проверьте себя.

1) $(-4) \cdot (x - 5) = (-4) \cdot (x + (-5)) = (-4) \cdot x + (-4) \cdot (-5) =$
 $= -4x + (+20) = -4x + 20$, то есть

$$(-4) \cdot (x - 5) = -4x + 20;$$

2) $4 \cdot (-x - 5) = 4 \cdot ((-x) + (-5)) = 4 \cdot (-x) + 4 \cdot (-5) = -4x - 20$,
то есть

$$4 \cdot (-x - 5) = -4x - 20;$$

3) $-4 \cdot (-x - 5) = -4 \cdot ((-x) + (-5)) = (-4) \cdot (-x) + (-4) \cdot (-5) =$
 $= 4x + 20$, то есть

$$-4 \cdot (-x - 5) = 4x + 20.$$

Задание для закрепления второго этапа.

Проверьте равенство.

683. а) $5 \cdot (-7 - a) = -35 - 5a$; в) $5 \cdot (-7 + a) = -35 + 5a$;

б) $-5 \cdot (7 - a) = -35 + 5a$; г) $-5 \cdot (-7 - a) = 35 + 5a$.

684. а) $(-2) \cdot (x + y) = -2x - 2y$; в) $-2 \cdot (-x + y) = 2x - 2y$;

б) $(-2) \cdot (-x - y) = 2x + 2y$; г) $-2 \cdot (x - y) = -2x + 2y$.

Определите, является ли равенство верным. В неверных равенствах исправьте правую часть так, чтобы они стали верными.

685. а) $15(2 + b) = 30 + 15b$; в) $15(2 - b) = 30 - 15b$;

б) $-15(2 + b) = -30 + 15b$; г) $-15(2 - b) = -30 - 15b$.

686. а) $-15(2 - b) = -30 + 15b$; в) $-15(2 + b) = -30 + b$;

б) $-15(2 + b) = -30 - 15b$; г) $-15(-2 - b) = -30 - b$.



Электронная форма учебника. Интерактивное задание № 13.

Раскройте скобки.

687. а) $(-8) \cdot (a + b + 9)$;

б) $-4 \cdot (x + 4 + y)$;

в) $-6 \cdot (1 + c + d)$;

г) $(-10) \cdot (2 + x + y)$;

д) $(-7) \cdot (a + b + 5)$;

е) $-9 \cdot (x + 7 + y)$.

688. а) $2 \cdot (5 - x - y)$;

б) $(-3) \cdot (a + 10 - b)$;

в) $7 \cdot (x - 1 + y)$;

г) $(-15) \cdot (c - d - 3)$;

д) $4 \cdot (a - b + 8)$;

е) $(-12) \cdot (-x - y + 2)$.

Третий этап.

Раскрываем скобки, перед которыми стоит знак «+» или знак «-»



692. Подумайте, как раскрыть скобки в таких выражениях:

$$(x - 3) + 2; \quad -(x - 3) + 2; \quad -15 + (-6 + y); \quad -15 - (-6 + y).$$

Проверьте себя.

До сих пор мы рассматривали выражения, в которых перед скобками стоял какой-либо числовой множитель. На первый взгляд может показаться, что в этих выражениях перед скобками множителя нет. Но на самом деле вам известны такие равенства:

$$a = +a = 1 \cdot a, \quad -a = (-1) \cdot a.$$

Поэтому, если перед скобками стоит знак «+», это значит, что выражение в скобках умножается на 1:

$$\begin{aligned}(x - 3) + 2 &= 1 \cdot (x - 3) + 2 = x - 3 + 2 = x - 1; \\ -15 + 1 \cdot (-6 + y) &= -15 - 6 + y = -21 + y = y - 21.\end{aligned}$$

Если же перед скобками стоит знак «-», это значит, что выражение в скобках умножается на (-1):

$$\begin{aligned}-(x - 3) + 2 &= (-1) \cdot (x - 3) + 2 = -x + 3 + 2 = -x + 5 = 5 - x; \\ -15 - (-6 + y) &= -15 + (-1) \cdot (-6 + y) = -15 + 6 - y = -9 - y.\end{aligned}$$

Анализируя эти равенства, можно сформулировать следующие правила раскрытия скобок:

если перед скобками стоит знак «+», это значит, что все слагаемые в скобках надо умножить на 1, т. е., раскрывая скобки, оставить их без изменения;

если перед скобками стоит знак «-», это значит, что все слагаемые в скобках надо умножить на -1 , т. е., раскрывая скобки, изменить знаки слагаемых на противоположные.

Задание для закрепления третьего этапа (№693-696).

Раскройте скобки.

693. а) $16 - (x + y)$; в) $-(6 - m + n) - k$; д) $7 - (a + b)$;
 б) $x + (y + 9 - t)$; г) $7 + (-g + h - f)$; е) $9 - (a - b)$.

694. а) $-(a + 5) - c$; в) $d + (a - 17 + b)$;
 б) $-15 + (-a - b + c)$; г) $-(-q - v - s) - 21$.

Электронная форма учебника. Интерактивное задание № 14.

Раскройте скобки и упростите выражение.

695. а) $(18 + x) + 12$; в) $(25 - z) + (t - 18)$;
 б) $25 - (a - b + 28)$; г) $-(p + 3) + (q - 7)$.

696. а) $36 - (18 + y)$; в) $(17 + u) - (v - 7)$;
 б) $43 + (c - 21 + d)$; г) $-(9 - g) - (15 + h)$.

Решите уравнение.

697. а) $(-15) \cdot 4x = 3 \cdot 16 \cdot 5$; в) $-24 \cdot (-3x) = 18 \cdot (-12)$;
 б) $-9x \cdot 8 = 36 \cdot (-2)$; г) $(-1) \cdot (-x) \cdot 28 = 14 \cdot (-16)$.

698. а) $10 \cdot 8x = 2 \cdot (-16) \cdot 5$; в) $-15 \cdot (-13x) = -26 \cdot (-30)$;
 б) $18 \cdot (-x) \cdot (-5) = 45 \cdot (-3)$; г) $-36 \cdot 7x = 4 \cdot (-63)$.



710. 1) Назовите коэффициенты в выражениях $2x$, $-15y$, $18z$, $-9t$, a , $-b$.
- 2) Назовите коэффициенты слагаемых и упростите выражение $3x - 8x$.

Проверьте себя.

1)

Выражение	$2x$	$-15y$	$18z$	$-9t$	a	$-b$
Коэффициент	2	-15	18	-9	1	-1

- 2) Коэффициенты слагаемых: 3 и -8 . Выражение $3x - 8x$ можно упростить, применяя распределительный закон:

$$3x - 8x = (3 - 8)x = -5x.$$

Обычно записывают короче: $3x - 8x = -5x$.

Слагаемые $3x$ и $-8x$ отличаются только своими коэффициентами — такие слагаемые называют подобными. Кроме того, подобными считают и равные слагаемые, а также числа.

Заметим, что слагаемые, у которых равны коэффициенты, а буквенные множители различны, подобными не являются, хотя и к ним иногда полезно применять распределительный закон; например, $7a + 7b = 7(a + b)$.

Назовите коэффициенты и упростите выражение.

711. а) $-3x + x$; в) $8 - c + 15c$; д) $4y - y + 5$;
 б) $2a + 5 - 7a$; г) $18 + m - 4m$; е) $-2a - 3a + 8$.

712. а) $y - 5y$; в) $-10d + d - 25$; д) $9 + 3x - x$;
 б) $-b - 4 - 6b$; г) $9 - n - 7n$; е) $-8 - 2x + 6x$.

Упрощая данные выражения, вы находили суммы подобных слагаемых. Такое действие называют *приведением подобных слагаемых*.

Приведите подобные слагаемые.

713. а) $2,38x - 5,6x + 2,17x$; в) $-7,2x - 3,4x + 9,6x$;
 б) $-0,28x + 2,7x - 3,401x$; г) $-6,3x + 2,8x - 19,2x$.

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые.

720. а) $5a + 2(7 - a)$; в) $5a - 2(7 - a)$; д) $2a - 5(7 + a)$;
 б) $-5a - 2(7 - a)$; г) $-5a + 2(7 - a)$; е) $-2a - 5(a - 7)$.

721. а) $2(7 - a) - 5a$; в) $-2(7 - a) + 5a$; д) $-5(a - 7) + 2a$;
 б) $-2(7 - a) - 5a$; г) $-5a + 2(7 - a)$; е) $-5(a + 7) - 2a$.

Упростите выражение.

722. а) $2x + 3(4 - 5x)$; в) $-5a + 8(1 + 3a)$;
 б) $5(9 - 2m) + 10m$; г) $-9c - 7(1 - 2c)$.

723. а) $7y - 2(3y + 8)$; в) $3b - 6(2 - 4b)$;
 б) $-4(8n - 7) - 28n$; г) $5(2d - 1) - 6d$.

724. а) $4(2 - 3x) + 5(2x - 3)$; в) $-2(6 - 9x) - (x + 3)$;
 б) $3(5x - 9) - 2(5x + 1)$; г) $-6(3 + x) + 8(2 - x)$.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие слагаемые называются подобными? На основании какого арифметического закона приводятся подобные слагаемые?
2. Упростите выражение $5(2x - y) - 3(3x - 2y)$.

Цена конфет — 98 р. за 1 кг.

Скорость автомобиля — 98 км/ч.

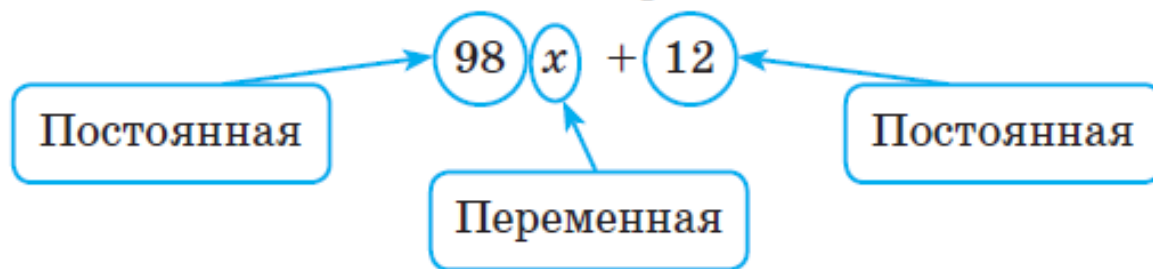
Производительность станка — 98 деталей в час.

Рассмотрим, что может означать выражение $98x$ для каждой из данных выше ситуаций:

- в первом случае оно означает стоимость x кг конфет;
- во втором — путь, пройденный за x ч;
- в третьем — количество деталей, изготовленных станком за x ч.

В выражении $98x$ два множителя — число 98 и буква x . Значение выражения $98x$ зависит от того, какое значение принимает величина, обозначенная буквой x . Изменяя значение x , можно получать различные значения выражения $98x$.

В этом и в других буквенных выражениях значения букв можно изменять, поэтому величины, обозначенные буквами, называют *переменными величинами* или просто *переменными*. В отличие от них величины, значения которых не меняются (*постоянны*), называют *постоянными величинами* или просто *постоянными*.



(Устно.) В заданиях 750, 751 назовите постоянные и переменные величины.

750. а) $7a + 8b$; б) $34 - 5y$; в) $7t + 15$; г) $9,8x - y$.

751. а) $8a + 1 = b$; в) $4t = 12 - 5t$;
 б) $3,2 - 7y = 76$; г) $54x - 2y = 35$.



752. 1) Решите уравнение $3x = 12$.

2) Подумайте, как решить такие уравнения:

а) $3x - 12 = 0$; б) $3x - 2 = 10$; в) $2x - 2 = 10 - x$.

Проверьте себя.

Рассуждать можно по-разному, например так:

а) $3x - 12 = 0$.

Разность двух выражений равна нулю, значит, сами выражения равны: $3x = 12$, $x = 4$.

б) $3x - 2 = 10$.

Это равенство двух выражений, значит, их разность равна нулю:

$$(3x - 2) - 10 = 0.$$

Раскроем скобки и упростим выражение в левой части уравнения:

$$3x - 2 - 10 = 0,$$

$$3x - 12 = 0.$$

Такое уравнение мы уже решали:

$$3x = 12,$$

$$x = 4.$$

в) $2x - 2 = 10 - x$.

Рассуждая так же, как в предыдущем случае, получаем:

$$(2x - 2) - (10 - x) = 0,$$

$$2x - 2 - 10 + x = 0,$$

$$3x - 12 = 0,$$

$$3x = 12,$$

$$x = 4.$$

Нетрудно заметить, что решить уравнение можно, последовательно выполняя следующие действия:

- 1) перенести все слагаемые из правой части уравнения в левую часть, меняя при переносе знаки на противоположные;
- 2) привести подобные слагаемые;
- 3) слагаемое, не содержащее переменную, перенести в правую часть уравнения, поменяв его знак на противоположный;
- 4) разделить правую часть уравнения на коэффициент при переменной.

Другой способ решения уравнений связан с возможностью прибавлять к обеим частям равенства одно и то же число и умножать или делить обе его части на одно и то же число (кроме 0).
Рассмотрим ещё раз три наших уравнения.

а) $3x - 12 = 0$. Какое число нужно прибавить к левой части, чтобы там осталось только $3x$? Очевидно, что это 12. Но чтобы равенство осталось верным, надо прибавить число 12 к обеим частям уравнения:

$$3x - 12 + 12 = 0 + 12.$$

В левой части уравнения есть слагаемые, сумма которых равна нулю: $-12 + 12 = 0$. Говорят, что *слагаемые взаимно уничтожились*.

Получаем:

$$\begin{aligned} 3x &= 12, \\ x &= 4. \end{aligned}$$

б) $3x - 2 = 10$. Рассуждаем так же, как в предыдущем случае:

$$\begin{aligned} 3x - 2 + 2 &= 10 + 2, \\ 3x &= 10 + 2, \\ 3x &= 12, \\ x &= 4. \end{aligned}$$

в) $2x - 2 = 10 - x$. Здесь нам «мешают» в левой части -2 , а в правой $-x$. Поэтому к обеим частям уравнения прибавим величины, им противоположные:

$$2x - 2 + 2 + x = 10 - x + 2 + x.$$

Так же как и в предыдущих случаях, взаимно уничтожатся слагаемые, дающие в сумме нуль. Получаем:

$$\begin{aligned} 2x + x &= 10 + 2, \\ 3x &= 12, \\ x &= 4. \end{aligned}$$

Этот способ решения уравнений основан на свойствах равенств. Рассмотрим эти свойства.

Свойство 1.

Если к обеим частям верного равенства прибавить одно и то же число или равные выражения, то получится верное равенство.

Кратко

Если к равным числам/выражениям прибавить равные числа/выражения, то получим равные числа/выражения.

Примеры.

3 $6 + 2 = 8$ – верное равенство,

значит, $6 + 2 + x = 8 + x$ – тоже верное равенство.

4 Если $a = b$ – верное равенство,

то $a + 5x = b + 5x$ – тоже верное равенство.

Свойство 4.

Если обе части верного равенства разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится верное равенство.

Примеры.

7 $6 + 2 = 8$ – верное равенство,
значит, $(6 + 2) : 4 = 8 : 4$ – тоже верное равенство.

8 Если $a = b$ – верное равенство,
то $a : 10 = b : 10$ – тоже верное равенство.

Запишем теперь решение каждого уравнения без пояснений.

а) $3x - 12 = 0.$

Решение:

$$3x - 12 + 12 = 0 + 12,$$

$$3x = 12,$$

$$x = 4.$$

Ответ: 4.

б) $3x - 2 = 10.$

Решение:

$$3x - 2 + 2 = 10 + 2,$$

$$3x = 10 + 2,$$

$$3x = 12,$$

$$x = 4.$$

Ответ: 4.

в) $2x - 2 = 10 - x.$

Решение:

$$2x - 2 + 2 + x = 10 - x + 2 + x,$$

$$2x + x = 10 + 2,$$

$$3x = 12,$$

$$x = 4.$$

Ответ: 4.

В каждом столбце сравните уравнение, выделенное жирным шрифтом, с исходным уравнением. Подумайте, как его можно получить из исходного уравнения без каких-либо промежуточных действий.

Проверьте себя.

Каждое уравнение, выделенное жирным шрифтом, можно получить из исходного, перенеся слагаемые из одной части уравнения в другую с изменением знаков этих слагаемых на противоположные. Поэтому, чтобы решить уравнение, надо последовательно выполнить следующие действия:

- 1) слагаемые, содержащие переменную, перенести в левую часть уравнения, а числа — в его правую часть, не забывая при переносе менять знаки на противоположные;
- 2) привести подобные слагаемые в левой и правой частях уравнения;
- 3) разделить число в правой части уравнения на коэффициент при переменной.

753. Преобразуйте уравнение к виду $ax = b$, где a и b — числа. Решите полученное уравнение и выполните проверку, подставив найденное значение x в исходное уравнение:

- а) $5x - 2 = 18$; в) $3x + 5 = x + 9$;
б) $7x = x + 24$; г) $2x - 4 = 6x - 20$.

Решите уравнение.

- 754.** а) $4x - 7 = 2x + 15$; в) $33 - 5x = 15 - 8x$;
 б) $7x + 12 = 10x - 3$; г) $-24 + 3x = 9x + 18$.
- 755.** а) $-15x + 31 = -7 + 4x$; в) $28 - 4x = 19 - x$;
 б) $11 - x = 55 + x$; г) $-35 - 2x = 42 + 9x$.

(Устно.) Решите уравнение.

- 756.** а) $2x - 10 = 0$; в) $1 + 2x = 0$;
 б) $2x - 1 = 0$; г) $-2x - 1 = 0$.
- 757.** а) $3x + 6 = 0$; в) $6x - 3 = 0$;
 б) $6 - 3x = 0$; г) $3 - 6x = 0$.

Решите уравнение.

771. а) $24x + 8 = 15x - 100$;

б) $76 - 45x = 94x - 341$;

в) $-52x + 101 = 119 - 96x$;

г) $78 + 39x = 306 - 18x$.

772. а) $62x - 256 = 114 - 38x$;

б) $351 - 92x = 51 - 72x$;

в) $229 - 43x = 62x - 44$;

г) $405 + 95x = -55 + 49x$.

773. а) $1 + 7(15 - 3x) - (2x + 48) = -34(5 - x) + 18(1 - 2x)$;

б) $-4(16 + 8x) + 12(7 - 3x) = 50(x + 3) - (15 - x) - 142x$;

в) $96(x - 1) - (7x - 64) = 38(2 - x) + 3(17 + 2x) + 83$;

г) $-(10x - 18) + 19(4 + 3x) = 9 - 21(x + 7) + 4(18 - 3x)$.

Видеоурок 19-2. Примеры решения уравнений повышенной трудности.

§ 20. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕТОДОМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

801. В одном бидоне x л, а в другом — y л молока.

а) Что означают выражения $x + y$, $x - y$, $x + 3$, $y - 2$?

б) Что означают равенства $x + y = 90$, $x + 5 = y$, $x = y - 3$?



802. В одном бидоне молока в 3 раза больше, чем в другом. Когда из одного бидона перелили в другой 5 л, молока в бидонах стало поровну. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

Решите задачу алгебраическим способом. Оформите решение так, чтобы было понятно, как получилось уравнение.

Проверьте себя.

Пусть x л — количество молока, которое было до переливания во втором бидоне. Тогда в первом бидоне его было $3x$ л.

После переливания в первом бидоне осталось $(3x - 5)$ л молока, а во втором стало $(x + 5)$ л.

Зная, что после переливания в обоих бидонах молока стало поровну, составим уравнение:

$$3x - 5 = x + 5.$$

Решение:

$$3x - x = 5 + 5, \quad 2x = 10, \quad x = 5.$$

Уравнение решено, теперь надо приступить к третьему этапу — ответу на вопрос задачи. Мы получили $x = 5$, а за x было принято количество молока (в литрах), которое было во втором бидоне. Итак, во втором бидоне было 5 л молока. По условию задачи в первом бидоне молока было в 3 раза больше, значит, в первом бидоне было $3 \cdot 5 = 15$ л молока.

Ответ: в одном бидоне было 5 л, а в другом — 15 л молока.

Решение можно записать короче.

I. Составление математической модели.

	I бидон	II бидон
Было	$3x$ (л)	x (л)
Стало	$3x - 5$ (л)	$x + 5$ (л)

Зная, что молока в бидонах стало поровну, составим уравнение:

$$3x - 5 = x + 5.$$

II. Работа с математической моделью.

$$3x - x = 5 + 5, \quad 2x = 10, \quad x = 5.$$

III. Ответ на вопрос задачи.

5 л — количество молока во втором бидоне;

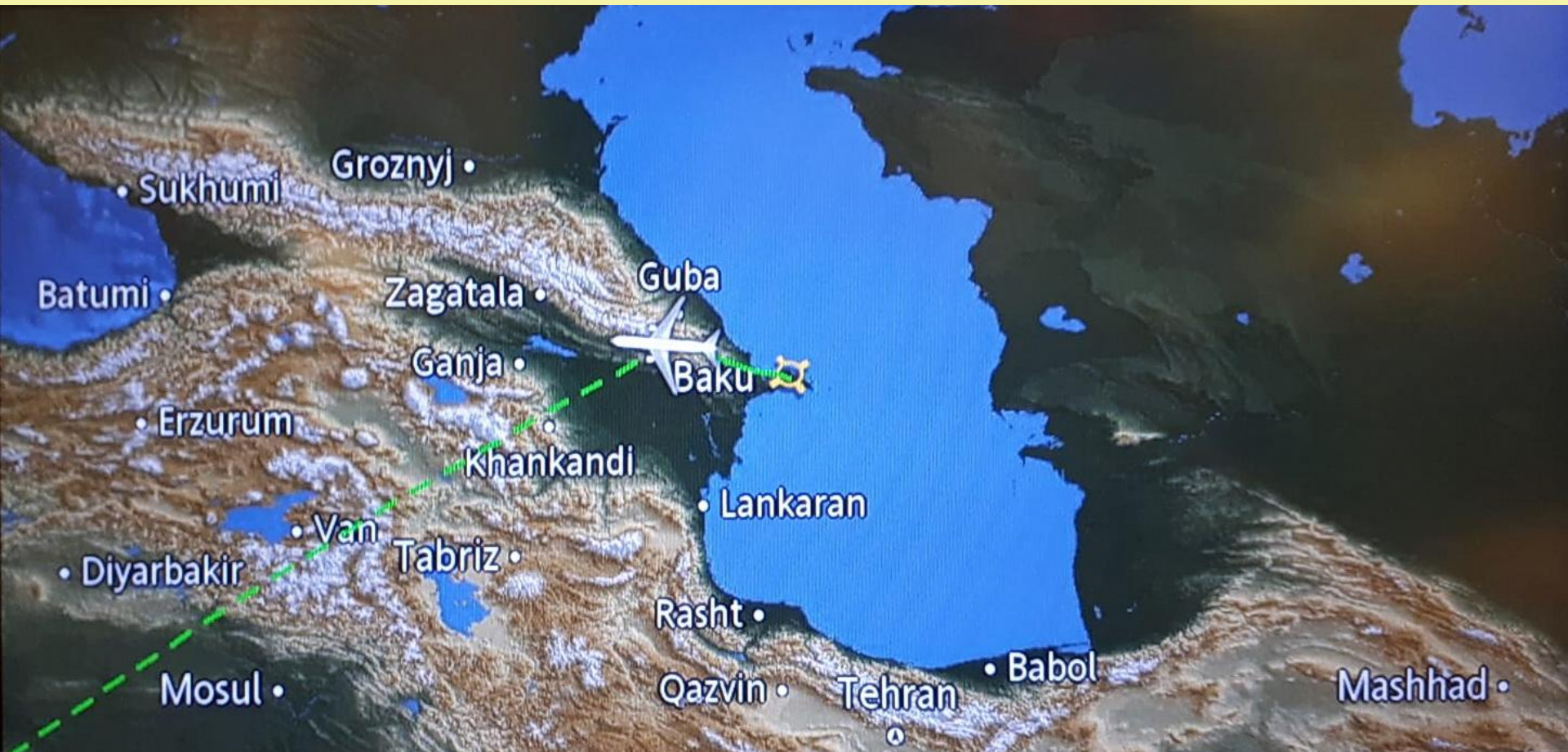
$3 \cdot 5 = 15$ (л) — количество молока в первом бидоне.

Ответ: 15 л, 5 л.

Бонус

ЗАДАЧА С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

Экран монитора в пассажирском салоне самолёта, выполняющего международный рейс



Экран монитора в пассажирском салоне самолёта, выполняющего международный рейс

Altitude

34000 feet

Ground Speed

454 mph

Outside Air Temperature

-58.0 °F

Задание: выразить высоту полёта в километрах, скорость в км в час, температуру за бортом в градусах по шкале Цельсия.

1 фут = 0,3048 м

Altitude

34000 feet

Ground Speed

454 mph

Outside Air Temperature

-58.0 °F

$34000 \text{ (фут)} = 34000 \cdot 0,3048 \text{ (м)} = 10363,2 \text{ (м)} \approx 10,4 \text{ км.}$

1 миля = 1,609344 км

Altitude

34000 feet

Ground Speed

454 mph

Outside Air Temperature

-58.0 °F

$454 \text{ (мили в час)} = 454 \cdot 1,609344 \text{ (км/ч)} \approx 730,6 \text{ (км/ч)}$.

Гра́дус Фаренгёйта (обозначение: °F) — единица измерения температуры.

Назван в честь немецкого учёного Габриеля Фаренгейта, предложившего в 1724 году шкалу для измерения температуры.

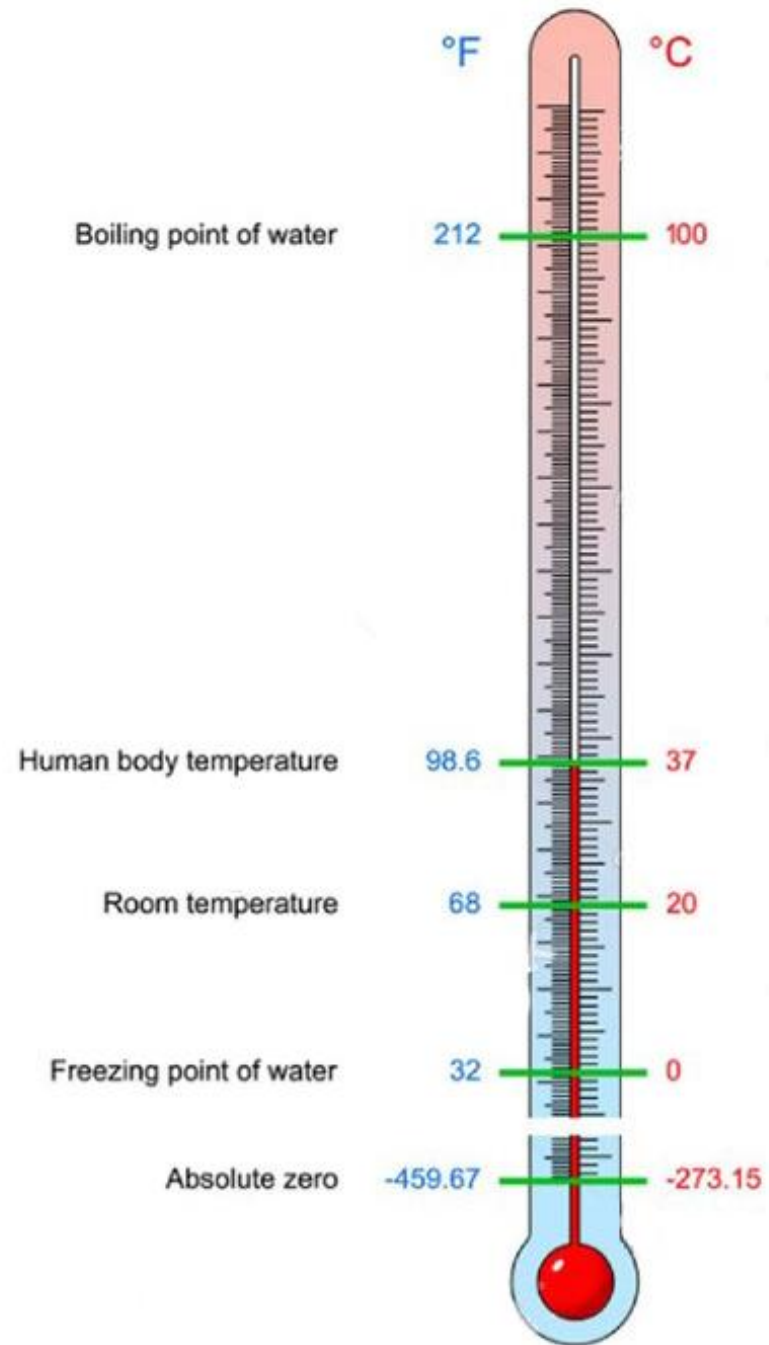
На шкале Фаренгейта температура таяния льда равна +32 °F, а температура кипения воды +212 °F (при нормальном атмосферном давлении).

Из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия:

$$t_C = \frac{5}{9} \cdot (t_F - 32).$$

Из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта:

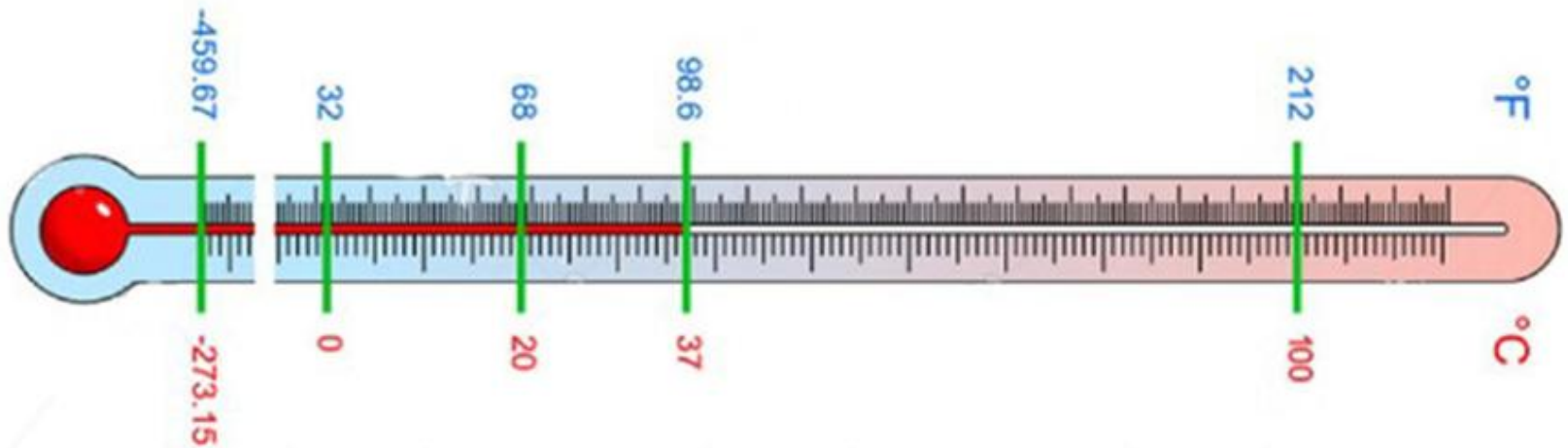
$$t_F = \frac{9}{5} \cdot t_C + 32.$$



Одно деление шкалы Цельсия составляет

$$(212 - 32) : 100 = 1,8 = \frac{9}{5}$$

одного деления шкалы Фаренгейта.



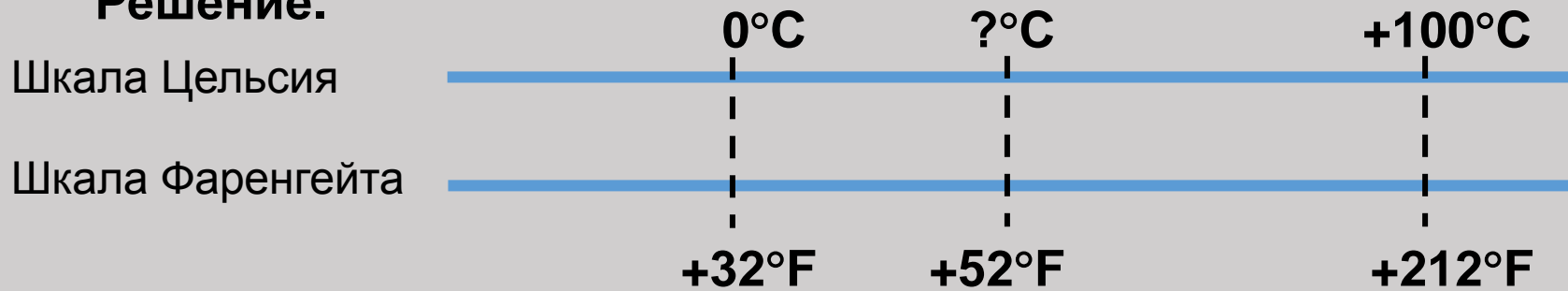
Значит, одно деление шкалы Фаренгейта составляет

$$\frac{5}{9}$$

одного деления шкалы Цельсия.

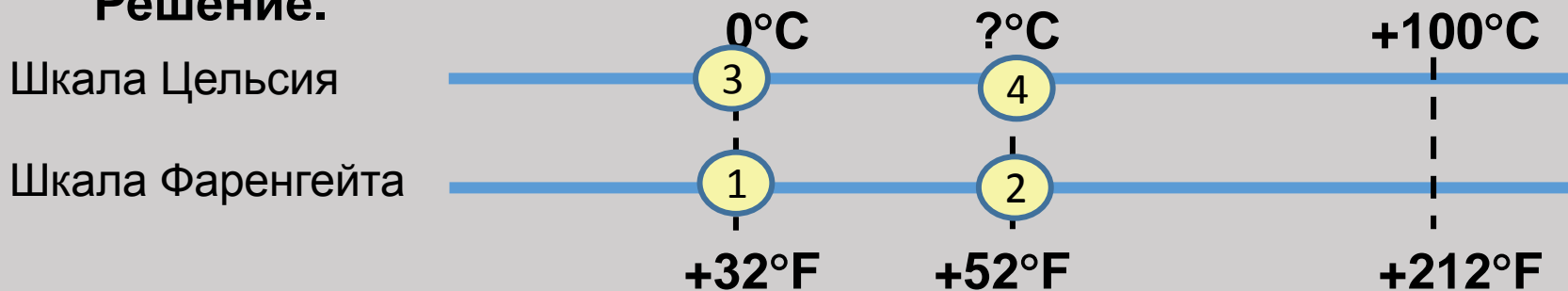
Термометр со шкалой Фаренгейта показывает 52°F (говорят «52 градуса по Фаренгейту»). Сколько градусов это составляет по шкале Цельсия?

Решение.



Термометр со шкалой Фаренгейта показывает 52°F (говорят «52 градуса по Фаренгейту»). Сколько градусов это составляет по шкале Цельсия?

Решение.



$52 - 32 = 20$ — число делений на шкале Фаренгейта между точками 1 и 2.

Одно деление Шкалы Фаренгейта = $\frac{5}{9}$ одного деления шкалы Цельсия,

значит, 20 делений шкалы Фаренгейта составляет

$$20 \cdot \frac{5}{9} = \frac{100}{9} \approx 11,1.$$

Из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия:

$$t_C = \frac{5}{9} \cdot (t_F - 32).$$

Из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия:

$$t_C = \frac{5}{9} \cdot (t_F - 32).$$

Altitude

34000 feet

Ground Speed

454 mph

Outside Air Temperature

-58.0 °F

$$t_C = \frac{5}{9} \cdot (t_F - 32^\circ) = \frac{5}{9} \cdot (-58^\circ - 32^\circ) = \frac{5}{9} \cdot (-90^\circ) = -50^\circ\text{C}.$$

Altitude

27500 feet

Ground Speed

448 mph

ANNOUNCEMENT IN PROGRESS, PLEASE WAIT...

Outside Air Temperature

-32.8 °F

Altitude

25000 feet

Ground Speed

ANNOUNCEMENT IN PROGRESS, PLEASE WAIT...

422 mph

Outside Air Temperature

-20.2 °F

The background of the slide is a blue-tinted photograph of a sky filled with white and light blue clouds. A faint, semi-transparent circular graphic, resembling a stylized globe or a circular frame, is centered in the background. The text is overlaid on this image in a dark blue, sans-serif font.

Altitude

8142 feet

Ground Speed

306 mph

Outside Air Temperature

50.0 °F



Altitude

9341 feet

Ground Speed

304 mph

Outside Air Temperature

48.2 °F



Altitude

30000 feet

Ground Speed

464 mph

Outside Air Temperature

-45.4 °F



Altitude

33000 feet

Ground Speed

482 mph

Outside Air Temperature

-58.0 °F



Издательство «Мнемозина»:

105043, Москва, ул. Волочаевская, 40Г, стр. 4, этаж 3

Тел.: 8 (495) 181–68–88

E-mail: ioc@mnemozina.ru

Сайт: mnemozina.ru

Интернет-магазин: shop.mnemozina.ru

Торговый дом:

E-mail: td@mnemozina.ru

E-mail для бюджетных закупок: tender@mnemozina.ru

Тел.: 8 (495) 644–20–26

Электронные формы учебников и пособий

представлены на сайте «Школа в кармане»: pocketschool.ru

E-mail для оптовых закупок: zakaz@ars-edu.ru

