

Теория вероятности

базовый уровень

Подготовила
учитель математики
МАОУ СОШ №3
Пафнучева
Валентина Петровна

Классическая вероятность

Задача 1.

На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

Решение. Андрей выучил $60 - 3 = 57$ вопросов. Поэтому вероятность того, что на экзамене ему попадется выученный вопрос равна

$$\frac{57}{60} = \frac{19}{20} = 0,95.$$

•Ответ: 0,95.

Классическая вероятность

Задача 2

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение. Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 8 очков, равно 5:

2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна

$$\frac{5}{36} = 0,138...$$

Ответ: 0,14.

Классическая вероятность

Задача 3

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение. Равновозможны 4 исхода эксперимента:
орел-орел, орел-решка, решка-орел, решка-решка.

Орел выпадает ровно один раз в двух случаях: орел-решка и решка-орел. Поэтому вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз, равна

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Классическая вероятность

Задача 4.

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение. В чемпионате принимает участие 20 – (8 + 7) = 5 спортсменок из Китая. Тогда вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая, равна

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

•Ответ: 0,25.

Классическая вероятность

Задача 5.

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение. За первые три дня будет прочитан 51 доклад ($17 \cdot 3$), на последние два дня планируется 24 доклада ($75 - 51$). Поэтому на последний день запланировано $24 : 2 = 12$ докладов.

Значит, вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна

$$\frac{12}{75} = 0,16.$$

• Ответ: 0,16.

Классическая вероятность

Задача 6.

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

Решение. В первом туре Руслан Орлов может сыграть с $26 - 1 = 25$ бадминтонистами, из которых $10 - 1 = 9$ из России. Значит, вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна

$$\frac{9}{25} = 0,36.$$

Ответ: 0,36.

Классическая вероятность

Задача 7.

Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Решение. Жребий начать игру может выпасть каждому из четырех мальчиков. Вероятность того, что это будет именно Петя, равна

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25.

Классическая вероятность

Задача 8

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

Решение.

Всего натуральных чисел от 10 до 19 десять, из них на три делятся три числа: 12, 15, 18. Следовательно, искомая вероятность равна $3:10 = 0,3$.

Ответ: 0,3.

Классическая вероятность

Задача 9.

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Решение. Обозначим «1» ту сторону монеты, которая отвечает за выигрыш жребия «Физиком», другую сторону монеты обозначим «0». Тогда благоприятных комбинаций три: **110, 101, 011**, а всего комбинаций $2^3 = 8$: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Тем самым, искомая вероятность равна:

$$\frac{3}{8} = 0,375.$$

Ответ: 0,375.

Классическая вероятность

Задача 10

В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

Решение. На первом рейсе 6 мест, всего мест 30. Тогда вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa, равна:

$$\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

Классическая вероятность

Задача 11

В классе учится 21 человек. Среди них две подруги: Аня и Нина. Класс случайным образом делят на 7 групп, по 3 человека в каждой. Найти вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

Решение. Пусть Аня оказалась в некоторой группе. Тогда для 20 оставшихся учащихся оказаться с ней в одной группе есть две возможности. Вероятность этого события равна $2 : 20 = 0,1$.

Ответ: 0,1.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 12

Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение. Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0,52 \cdot 0,3 = 0,156$.

•Ответ: 0,156

Теоремы о вероятностях событий

Задача 13

Игральную кость с 6 гранями бросают дважды. Найдите вероятность того, что хотя бы раз выпало число, большее 3.

Решение. Возможность появления числа в первом и втором броске не зависят друг от друга. Вероятность того, что на игральной кости выпадет число меньше, либо равное трём:

$1 - 0,5 = 0,5$. Поэтому вероятность того, что оба раза выпало число меньше либо равное трём равна $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$.

Следовательно, вероятность того, что хотя бы раз выпадет число большее трёх равна

$$1 - 0,25 = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 14.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение. Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,8, он промахивается с вероятностью $1 - 0,8 = 0,2$. События попасть или промахнуться при каждом выстреле независимы, вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей. Тем самым, вероятность события «попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся» равна $0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,02048 \approx 0,02$.

•Ответ: 0,02

Теоремы о вероятностях событий

Задача 15

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение. 1) Вероятность того, что стекло сделано на первой фабрике и оно бракованное: $0,45 \cdot 0,03 = 0,0135$.

2) Вероятность того, что стекло сделано на второй фабрике и оно бракованное: $0,55 \cdot 0,01 = 0,0055$.

3) Поэтому по формуле полной вероятности вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна $0,0135 + 0,0055 = 0,019$.

Ответ: 0,019.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 16

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение. Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $0,05 \cdot 0,05 = 0,0025$.

Событие, состоящее в том, что исправен хотя бы один автомат, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,0025 = 0,9975$.

• Ответ: 0,9975.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 17

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение. Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него, или если схватит непристрелянный револьвер и промахнется из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot (1 - 0,9) = 0,04$ и $0,6 \cdot (1 - 0,2) = 0,48$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,04 + 0,48 = 0,52$.

•Ответ: 0,52.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 18

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $(0,3)^3 = 0,027$.

Ответ: 0,027.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 19

Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

Решение. Вероятность того, что на одном из требуемых мест окажется чётное число равна 0,5. Следовательно, вероятность того, что на двух местах одновременно окажутся два чётных числа равна $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$.

Ответ: 0,25.

Теоремы о вероятностях событий

Задача 20

11 апреля на запись в первый класс независимо друг от друга пришли два будущих первоклассника. Считая, что приходы мальчика и девочки равновероятны, найдите вероятность того, что оба ребёнка оказались девочками.

Решение. Вероятность того, что придет мальчик, равна 0,5. Вероятность того, что придет девочка, равна 0,5. Вероятность произведения независимых событий (придут обе девочки) равна произведению вероятностей этих событий: $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$.

Ответ: 0,25.



Удачи на экзамене!