

№ 14

Решение задач на прогрессии

Учитель математики

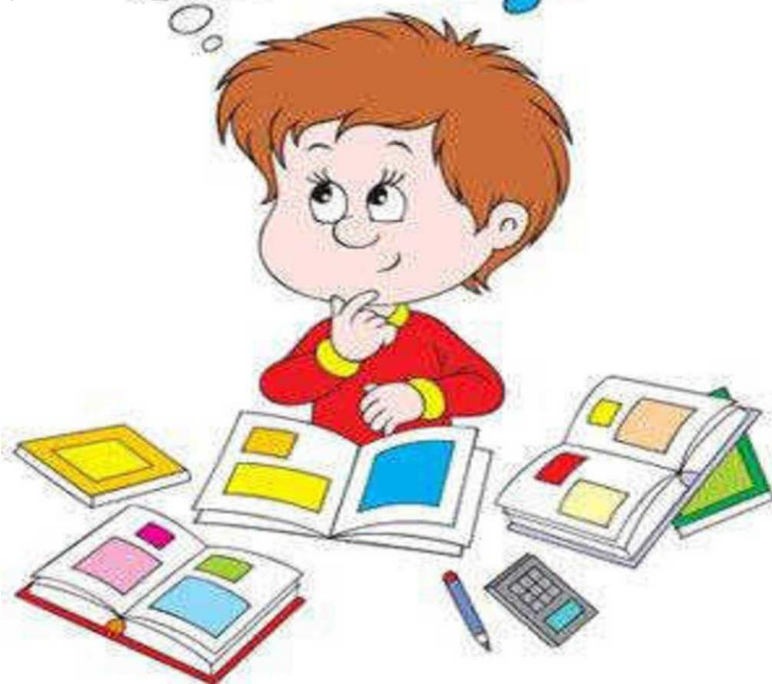
Бегайкина Олеся Петровна

МБОУ СОШ №13 имени Е.И. Панасенковой



Арифметическая прогрессия

2; 4; 6; 8; 10...?!



Основные формулы

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ формула n-го члена
арифметической прогрессии

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ Формулы суммы n первых
членов арифметической
прогрессии

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$$

$d = a_{n+1} - a_n$ разность
арифметической прогрессии



При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 6°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -7°C .

Решение:

$$a_1 = -7$$

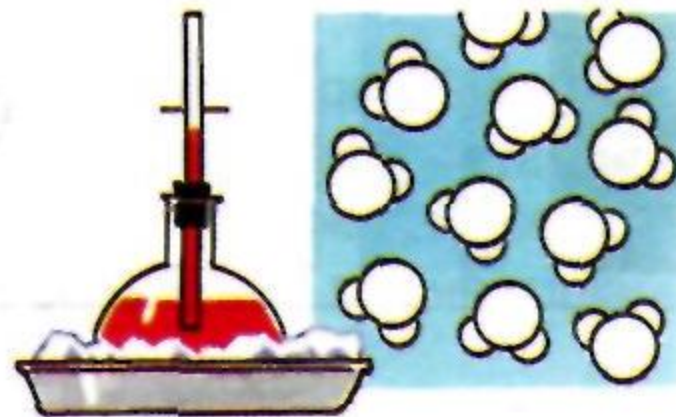
$$d = -6$$

$$n = 5$$

$$a_5 = ?$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_5 = -7 - 6 \cdot (5 - 1) = -7 - 24 = -31$$



Ответ: -31 .

Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 9 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые пять секунд?

Решение:

$$a_1 = 9$$

$$d = 10$$

$$n = 5$$

$$S_5 = ? \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$$

$$S_5 = \frac{2 \cdot 9 + 10(5 - 1)}{2} \cdot 5 = 145 \text{ (м)}$$

Ответ: 145.



В амфитеатре 14 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В пятом ряду 27 мест, а в восьмом ряду 36 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

Решение:

$$a_5 = 27$$

$$a_8 = 36$$

$$a_{14} = ?$$

$$d = \frac{a_8 - a_5}{8 - 5} = \frac{36 - 27}{3} = 3,$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

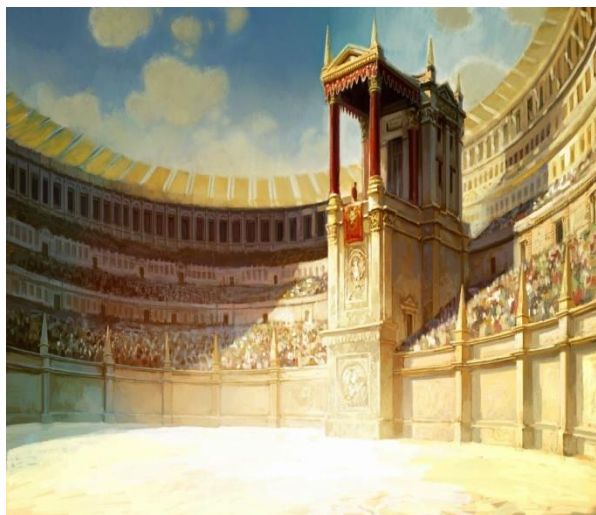
$$a_1 + 3(5 - 1) = 27$$

$$a_1 + 12 = 27$$

$$a_1 = 15$$

$$a_{14} = 15 + 3 \cdot (14 - 1) = 54$$

Ответ : 54.



Курс воздушных ванн начинают с 10 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 5 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа 5 минут?

Решение:

$$a_1 = 10$$

$$d = 5$$

$$a_n = 65$$

$$n - ? \quad a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$10 + 5(n - 1) = 65$$

$$5(n - 1) = 55$$

$$n - 1 = 11$$

$$n = 12$$

Ответ : 12.



Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Решение:

$$a_1 + a_n = 10$$

$$S_n = 150$$

$$n - ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 150 \quad 5 \cdot n = 150$$

$$n = 150 : 5$$

$$\frac{10}{2} \cdot n = 150$$

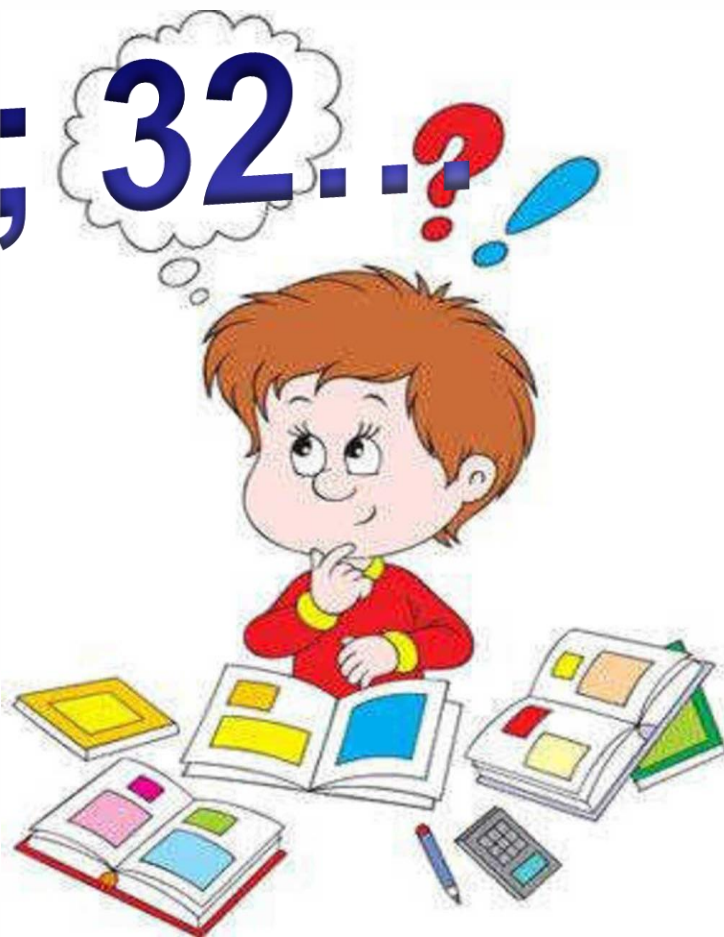
$$n = 30$$



Ответ : 30.

Геометрическая прогрессия

2; 4; 8; 16; 32...?



Основные формулы

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

формула n-го члена
геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

Формула суммы n первых
членов геометрической
прогрессии

$$q = \frac{b_{n+1} - b_n}{b_n - b_{n-1}}$$

знаменатель
геометрической
прогрессии



В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

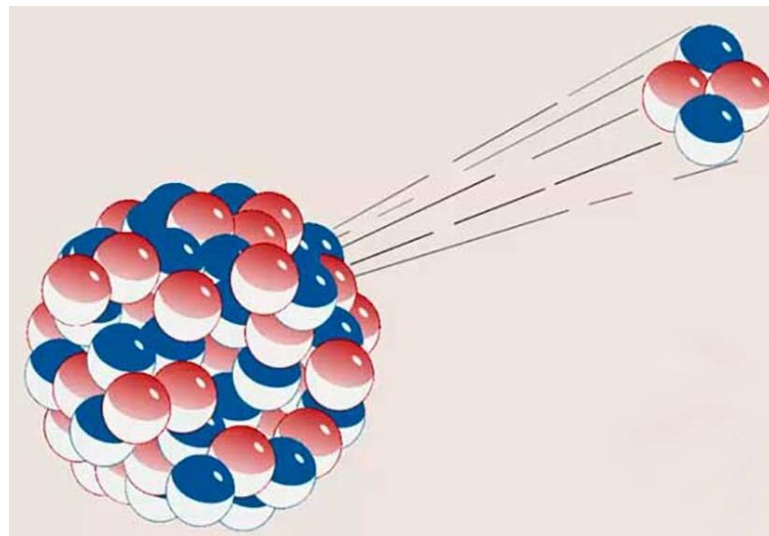
Решение:

$$b_1 = 640$$

$$n = 7$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$b_7 = ? \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$



$$b_7 = 640 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-1} = 640 \cdot \frac{1}{64} = 10$$

Ответ : 10.

У Тани есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 360 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 15см?

Решение:

$$b_1 = 360 \quad b_n < 15$$
$$q = \frac{1}{3} \quad n - ?$$

$$b_2 = 360 \cdot \frac{1}{3} = 120$$

$$b_3 = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40$$

$$b_4 = 40 \cdot \frac{1}{3} = 13 \frac{1}{3} < 15$$



Ответ : 4.

Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением, на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после шестикратного деления их стало 1280?

Решение:

$$b_7 = 1280$$

$$n = 7$$

$$q = 2$$

$$b_1 = ?$$

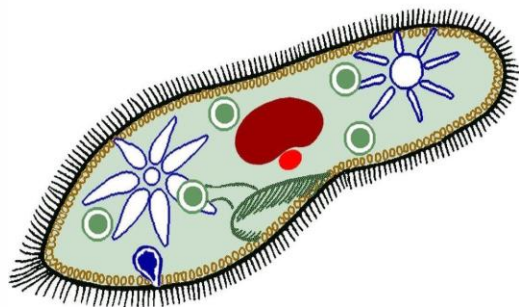
$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_1 \cdot 2^{7-1} = 1280$$

$$b_1 \cdot 64 = 1280$$

$$b_1 = 1280 : 64$$

$$b_1 = 20$$



Ответ : 20.

Мощности пяти различных электромоторов составляют возрастающую геометрическую прогрессию. Мощность самого слабого электромотора — 5 кВт, а третьего по мощности — 20 кВт. Найдите мощность самого мощного электромотора, ответ дайте в кВт.

Решение:



$$b_1 = 5$$

$$b_3 = 20$$

$$b_5 = ?$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\begin{cases} b_1 = 5, \\ b_1 q^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 5, \\ q^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{q > 0} \begin{cases} b_1 = 5, \\ q = 2. \end{cases}$$

$$b_5 = b_1 q^4 = 5 \cdot 2^4 = 80$$

Ответ : 80.

Начинающий видеоблогер Маша подсчитала, что каждый ее следующий новый видеоролик набирает в 3 раза больше просмотров, чем предыдущий.

а) Сколько просмотров набрал шестой видеоролик Маши, если первый посмотрели 20 человек?

б) Сколько просмотров набрали 6 первых видеороликов Маши?

Решение:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_1 = 20$$

$$q = 3$$

$$b_6 = ?$$

$$S_6 = ?$$

$$b_6 = b_1 q^{6-1} = 20 \cdot 3^{6-1} = 20 \cdot 3^5 = 20 \cdot 243 = 4860$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_6 = \frac{20 \cdot (3^6 - 1)}{3 - 1} = 10 \cdot (27^2 - 1) = 7280$$

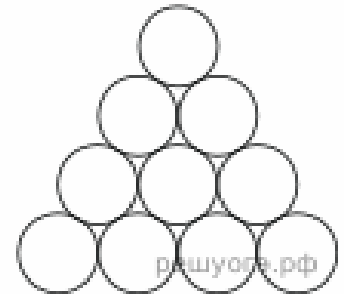
Ответ : 7280.

Задачи для самостоятельного решения

Часть программы тренировок Арсения заключается в беге на беговой дорожке. На первой тренировке необходимо бежать 15 минут, на каждой следующей время пробежки увеличивается на 7 минут. За сколько тренировок Арсений проведёт на беговой дорожке в общей сложности 2 часа 25 минут, если будет следовать программе?

Ответ : 5.

При хранении бревен их укладывают, как показано на рисунке. Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основании положено 12 бревен?



Ответ : 78.

Задачи для самостоятельного решения

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 13 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ : 351.

У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 240 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит попрыгунчик, станет меньше 5 см?

Ответ : 7.

Источники

ОГЭ. Математика. Типовые экзаменационные варианты. 36 вариантов - Под. ред. И.В. Ященко – Москва : Издательство «Национальное образование», 2022. – 224 с. – (ОГЭ. ФИПИ – школе).

<https://mat-ege.ru/math-oge/oge-21-tekstovye-zadachi/>

<https://ege.sdamgia.ru>

https://libryansk.ru/files/media/2017/09/img_8m7jt1ip6y.jpg

https://fsd.kopilkaurokov.ru/uploads/user_file_561b5ffa1a7a3/user_file_561b5ffa1a7a3_1_1.png

<https://art4apps.org/images/downloadable/canyon.png>

https://kartinkin.net/uploads/posts/2021-07/1626856031_6-kartinkin-com-p-anime-kolizei-anime-krasivo-6.jpg

https://phonoteka.org/uploads/posts/2021-05/1620334467_11-phonoteka_org-p-fon-dlya-prezentatsii-zakalivanie-12.jpg

https://catherineasquithgallery.com/uploads/posts/2021-02/1612650334_39-p-zelenii-fon-dlya-prezentatsii-ulitka-51.jpg

https://png.pngtree.com/png-vector/20190216/ourlarge/pngtree-vector-illustration-of-little-girl-playing-tennis-png-image_321369.jpg

http://zabavniks.com/wp-content/uploads/2018/07/infuzoriya_tufelka_38_19074804.jpg

[https://avatars.mds.yandex.net/get-](https://avatars.mds.yandex.net/get-zen_doc/1692094/pub_5f8efabac3bd767932dc4644_5f8efb403126995a0b36a6e4/scale_1200)

zen_doc/1692094/pub_5f8efabac3bd767932dc4644_5f8efb403126995a0b36a6e4/scale_1200

https://yandex.ru/images/search?text=думающий%20ученик%20картинка%20для%20презентации&stype=image&lr=101142&source=serp&pos=1&img_url=https%3A%2F%2Fst.depositphotos.com%2F1001009%2F3088%2Fv%2F950%2Fdepositphotos_30881857-stock-illustration-schoolboy.jpg&rpt=simage