

ОФОРМЛЕНИЕ ЗАДАНИЙ ОГЭ ПОВЫШЕННОГО И ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТЕЙ .

Ветюгова Светлана Ахметовна учитель математики МБОУ СОШ №34 МО Динской район, тьютор ЕГЭ-11 по математике, региональный эксперт по проверке экзаменационных работ ГИА-9 по математике

Тихомирова Евгения Александровна учитель математики МБОУ СОШ №53 МО Динской район, тьютор ГИА-9 по математике, региональный эксперт по проверке экзаменационных работ ГИА-9 по математике

декабрь 2021 г.

РАБОТА СОСТОИТ ИЗ ДВУХ ЧАСТЕЙ:

- Часть 1 (базовый уровень) содержит 19 заданий:

по алгебре – 14 заданий,

по геометрии – 5 заданий.

- Часть 2 (повышенный уровень) содержит 6 заданий:

по алгебре – 3 задания,

по геометрии – 3 задания.



ТЕМАТИЧЕСКАЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ЗАДАНИЙ ОСТАЛАСЬ В ОСНОВНОМ НЕИЗМЕННОЙ.

в 2021 году задание:

- №20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений,
- №21 – решение текстовой задачи,
- №22 – построение графика функции,
- №23 – задача на вычисление по геометрии,
- №24 – задача по геометрии на доказательство,
- №25 – геометрическая задача по геометрии высокого уровня сложности.



**КАЖДОЕ ЗАДАНИЕ ВТОРОЙ ЧАСТИ
КИМ ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ
ОЦЕНИВАЕТСЯ В ДВА БАЛЛА.**

	Нумерация заданий						Общ. балл
2021 (6 заданий)	№20	№21	№22	№23	№24	№25	
Максим. балл	2	2	2	2	2	2	12



ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

- Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем:
- 1) решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося.
- 2) Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным.
- 3) Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов).
- 4) Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, рассматривается как решение без недочетов.



- Если решение заданий 20–25 удовлетворяет этим требованиям, то выставляется полный балл – 2 балла за каждое задание.
- Если в решении допущена ошибка не принципиального характера (вычислительная, погрешность в терминологии или символике и др.), не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе) и позволяющая, несмотря на ее наличие, сделать вывод о владении материалом, то учащемуся засчитывается балл, на 1 меньший указанного, что и отражено в критериях оценивания заданий с развернутым ответом.



КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 20.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.



ПРИМЕР. РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ . $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$

ОТВЕТ: $x = 0,8$, $x = 1,5$.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0 \quad N^{\circ} 21 \\ & \frac{1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2}{(x-1)^2} = 0 \\ & 1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1) = 0 \\ & \underline{1 + 3x - 3 - 10x^2 + 20x - 10 = 0} \\ & -10x^2 + 23x - 12 = 0 \\ & D = b^2 - 4ac, \quad D = 529 - 480 = 49 = 7^2 \\ & x_1 = \frac{-23 + 7}{-20} = \cancel{1,5} \quad x_2 = \frac{-23 - 7}{-20} = \frac{-30}{-20} = 1,5 \\ & \text{Ответ: } \cancel{1,5; 0,8} \quad 1,5; \quad 0,8 \end{aligned}$$

○ **Комментарий.**

Записан верный ответ. Но присутствуют в последних строках:

- а) ошибка в вычислении корня квадратного уравнения;
- б) ошибка при сложении чисел с разными знаками;
- в) ошибка в формуле корней квадратного уравнения;
- г) ошибка при делении чисел с разными знаками.

○ **Оценка эксперта: 0 баллов.**



ПРИМЕР:

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$$

Решение: Пусть $\frac{1}{x-1} = t$,

$$t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49$$

$$\sqrt{D} = 7$$

$$t_1 = -5, \quad t_2 = 2$$

$$1) \frac{1}{x-1} = -5$$

$$-5(x-1) = 1$$

$$x = 0,8$$

$$2) \frac{1}{x-1} = 2$$

$$2x - 2 = 1$$

$$x = 1,5$$

Ответ: 0,8; 1,5



$$\textcircled{21} \quad \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{(x-1)} - 10 = 0$$

1) Пусть $(x-1) = t$, тогда:

$$\frac{1}{t^2} + \frac{3}{t} - 10 = 0$$

$$\frac{1 + 3t - 10t^2}{t^2} = 0 \quad t^2 \neq 0$$

$$\Rightarrow -10t^2 + 3t + 1 = 0 \quad |(-1)$$

$$10t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot \overset{40}{1 \cdot 10} = 49$$

$$\sqrt{D} = 7$$

$$t_1 = \frac{3+7}{20} = 0,5$$

$$t_2 = \frac{3-7}{20} = -\frac{1}{5} = -0,2$$

Ответ: $-0,2$ и $0,5$.

2) $(x-1) = t$, следовательно:

$$\bullet x-1 = 0,5$$

$$x = 1,5$$

$$\bullet x-1 = -0,2$$

$$x = 1 - 0,2 = 0,8$$

○ **Комментарий.**

○ Все этапы решения присутствуют, корни в правом столбце найдены верно. Неверную запись ответа можно рассмотреть как опisku.

○ **Оценка эксперта: 1 балл.**



КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 21.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
1	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>



ПРИМЕР ОЦЕНИВАНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЯ 21.

- Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.
- Ответ: 700 минут.

22.

	Участ. работа/ч	$t_ч$	А. части забора
И+П	$\frac{1}{14}$	14	1
П+В	$\frac{1}{15}$	15	1
В+И	$\frac{1}{30}$	30	1

$$v(И+П+П+В+В+И) = \frac{1}{14} + \frac{1^2}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1^5}{14} + \frac{1^7}{10} = \frac{5+7}{70} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35} \text{ (ч.з./ч)}$$

$$t = \frac{A}{v} = \frac{1}{\frac{6}{35}} = \frac{35}{6} \text{ ч} = \frac{35 \cdot 60}{6} \text{ мин} = 350 \text{ мин}$$

Ответ: 350

- Комментарий.**
- Путь решения верный, но не учтена “удвоенная производительность”, – явно допущена вычислительная ошибка.
- Оценка эксперта: 1 балл.



КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 22.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком только одну общую точку
1	График построен правильно, указаны не все верные значения c
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколота точка обозначена в соответствии с ее координатами.**



ПРИМЕР ОЦЕНИВАНИЯ РЕШЕНИЯ

ЗАДАНИЯ 22.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.

Комментарий.

График построен неверно – отсутствует выколота точка. В соответствии с критериями – 0 баллов.

Оценка эксперта: 0 баллов.

(23) $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$

1) $9x^2+x \neq 0$

$x(9x+1) \neq 0$

$x \neq 0$

$9x+1 \neq 0$

$x \neq -\frac{1}{9}$

2) $y = \frac{9x+1}{x(9x+1)}$

$y = \frac{1}{x}$

x	1	2	-1	-2	11	-4
y	1	0,5	-1	-0,5	0,25	-0,25

3) $\frac{kx}{1} = \frac{1}{x}$

$kx^2 = 1$ Если $y=1$, а $x^2 = (-\frac{1}{9})^2$, то:

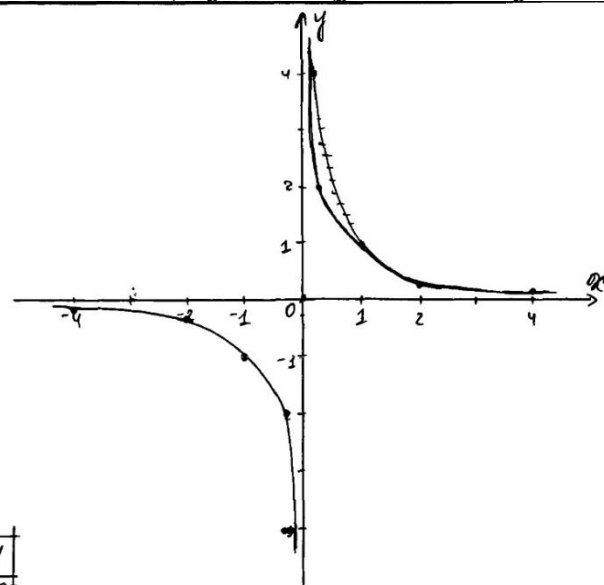
$k \times \left(-\frac{1}{9}\right)^2 = 1$

$k \times \frac{1}{81} = 1$

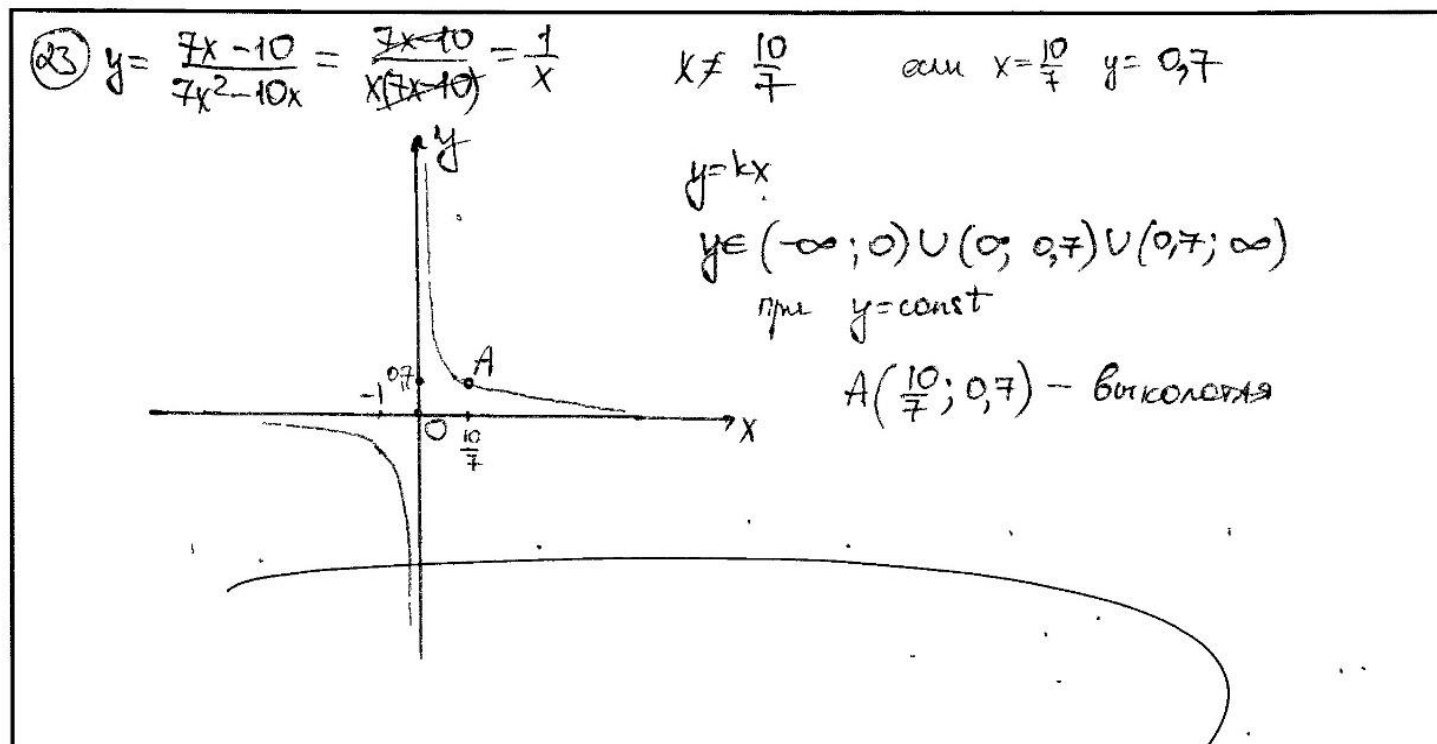
$k = 81$

$k = 81$

Ответ: при $k = 81$



ПОСТРОЙТЕ ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = \frac{7x-10}{7x^2-10x}$ И ОПРЕДЕЛИТЕ, ПРИ КАКИХ ЗНАЧЕНИЯХ k ПРЯМАЯ $y = kx$ ИМЕЕТ С ГРАФИКОМ РОВНО ОДНУ ОБЩУЮ ТОЧКУ. ОТВЕТ: 0,49.



Комментарий.

Форма графика соблюдена, выколота точка обозначена верно. Вторая часть задания не выполнена.

Оценка эксперта: 1 балл.



КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 23.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>



Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба. Ответ: 10.

№ 24.
 Дано:
 ABCD - ромб
 AH - высота
 DH = 24
 CH = 2
 Найти: AH = ?

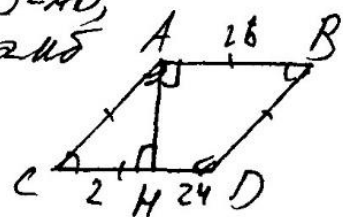
Решение:

$$CD = CA = BD = AB,$$

т.к. ABCD - ромб

↓

$$CH + HD = 26$$



$$CD = AB = AC = BD = 26, \text{ т.к.}$$

~~Следует~~ (по теор. Пифагора)

$$AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 = 672$$

$$AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$$

Ответ. $4\sqrt{42}$.

Комментарий.

Учащийся решает свою задачу: не учтен порядок расположения отрезков.

Оценка эксперта: 0 баллов.

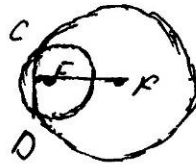


КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 24.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>



ПРИМЕР. Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .



№ 25

Дано: окружность с центром в точке E , окружность с центром в точке F , точки C, D — точки пересечения окружностей.
Доказать: $EF \perp CD$

~~1) Рассмотрим треугольник CFD .~~

2) Пусть пересечение EF и CD — K , а пересечение с окружностями — M и N на обороте $\rightarrow$

- 3) Так как центры окружностей находятся на одной прямой, CD их общая хорда, а EF — радиус одной из окружностей, то FK делит CD пополам.
- 4) Рассмотрим треугольник CFD , FK — медиана CD ,
- 5) $FD = FC$, т.к. они являются радиусами окружностей
- 6) следовательно $\triangle CFD$ — равнобедренный, следовательно FK также является высотой, следовательно $EF \perp CD$

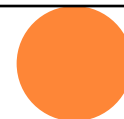
Комментарий.

Не доказано,
почему FK делит
 CD пополам.

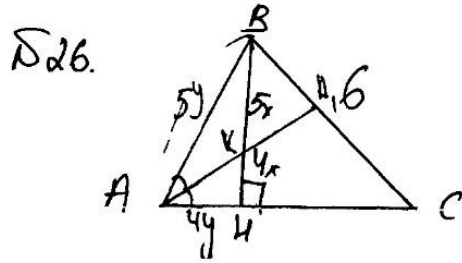
Оценка эксперта:
0 баллов.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 25.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>



ПРИМЕР. Биссектриса угла A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $5:4$, считая от вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности. Ответ: 5.



Дано: $\triangle ABC$, $\text{сис } \angle A$ делит BH ($5:4$), $BC=6$
 Найти: R .

526. $AA_1 - \text{сис} \Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AH}{HK} = \frac{5}{4}$ $AB=5y$ $AH=4y \Rightarrow BH=3y$ и $BH=9x$
 $9x=3y$ $3x=y$ $2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{6}{\sin A}$ $\sin A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0.6$

Комментарий.

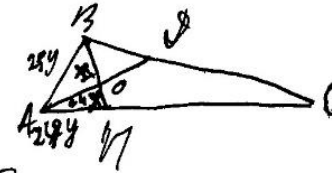
Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

Оценка эксперта: 1 балл.



2 6.

Дано:
 $\triangle ABC$
 BC - высота
 AD - медиана
 $BC = 14$
 $BO : OH = 25x : 24x$
 $R = ?$



Решение:

$$1) \frac{AB}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{24(y)}{25(y)} - \text{свойство медианы в } \triangle ABH$$

$$2) \triangle ABH - \text{прямоугольный} \Rightarrow$$

$$25y^2 = AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad (\text{Пифагор}) \Rightarrow$$

$$25y^2 = 24y^2 + (49x)^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2 \Rightarrow y = 7x$$

$$3) \sin \angle BAH \text{ в } \triangle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{49x}{25y} =$$

$$= \frac{49x \cdot 7}{7x \cdot 25} = \frac{7}{25}$$

$$4) 2R = \frac{BC}{\sin A} \quad (\text{следствие из теоремы синусов}) \Rightarrow$$

$$2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 25 \text{ Ответ: } R = 25$$

Комментарий.

Арифметическая ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.