

«Умение выполнять действия с геометрическими фигурами» задание № 11 базового уровня сложности

Тихомирова Евгения Александровна

учитель математики МБОУ СОШ № 53 им. Березового А.Н. МО
Динской район, региональный эксперт ОГЭ по математике

Элементы содержания проверяемые заданием № 11 базового уровня сложности

Призма и пирамида. Элементы призмы и пирамиды.

Параллелепипед и его свойства.

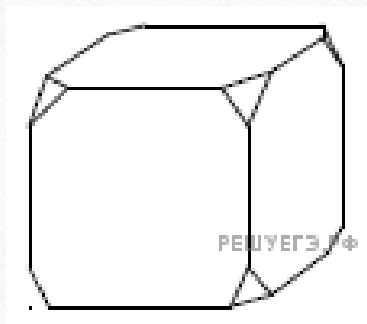
Сечения куба и тетраэдра.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера.

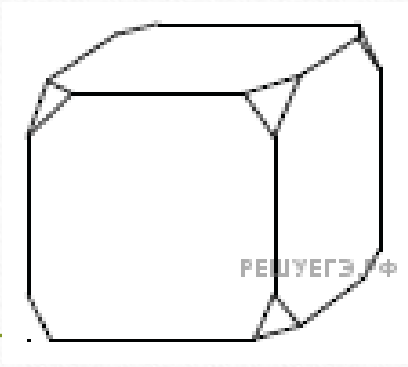
Площадь поверхности прямого цилиндра и прямого конуса, шара.

Объемы пирамиды, призмы, конуса, цилиндра и шара.

Многогранники: ребра, грани, сечения



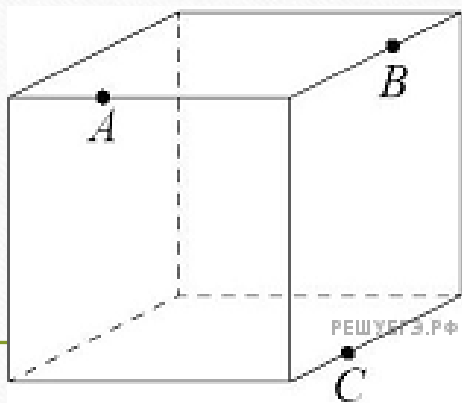
Задача 1. От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько ребер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



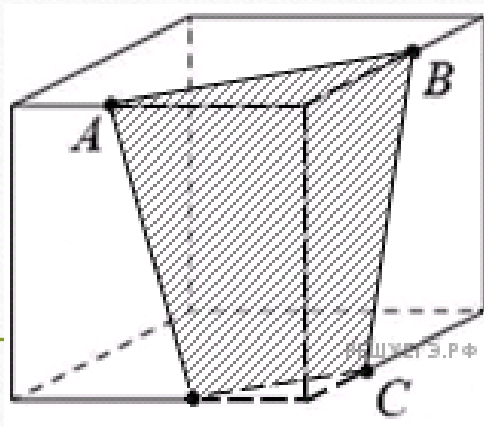
Решение.

Изначально у деревянного кубика 12 рёбер. Когда от кубика отпилили все вершины количество рёбер стало равно $12 + 3 \cdot 8 = 36$.

Ответ: 36.



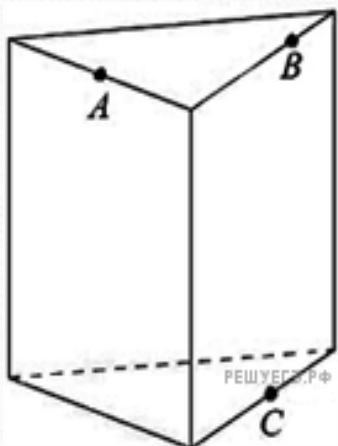
Задача №2. Плоскость, проходящая через три точки A , B и C , разбивает куб на два многогранника. Сколько граней у многогранника, у которого больше граней?



Решение. В сечении получается четырёхугольник. У одной отсечённой фигуры 15 рёбер и 7 граней, у второй — 9 рёбер и 5 граней. Следовательно, у искомой фигуры 7 граней.

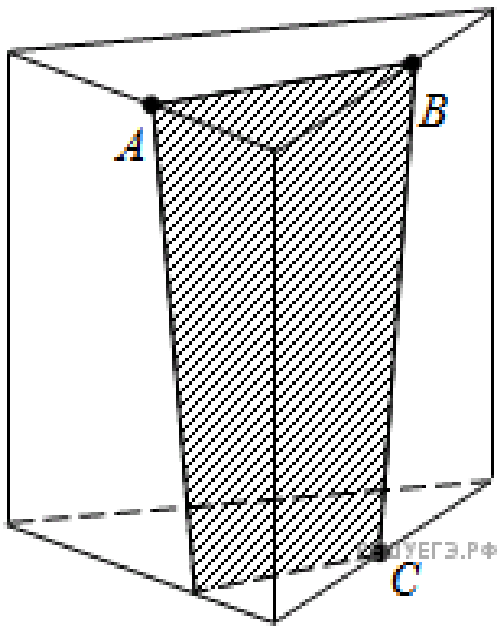
- Ответ: 7.

Задача



- Плоскость, проходящая через три точки A , B и C , разбивает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько вершин у многогранника, у которого меньше граней?

Решение

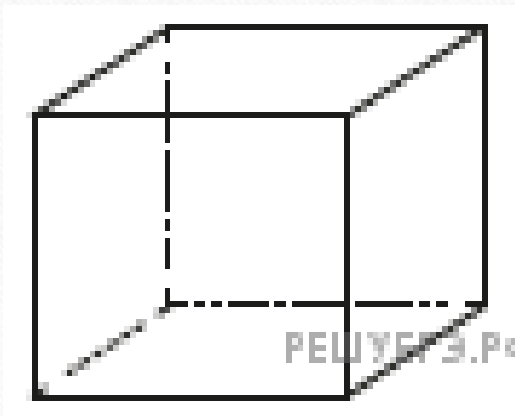


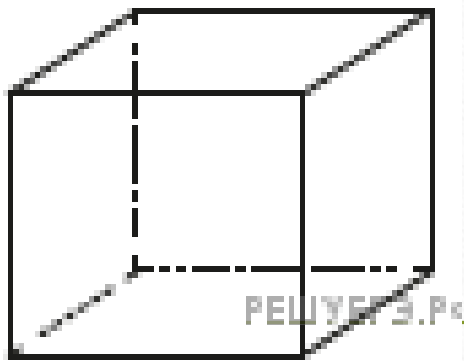
- В сечении получается четырёхугольник. У одной отсечённой фигуры 8 вершин и 6 граней, у второй — 6 вершин и 5 граней.
- Следовательно, у искомой фигуры 6 вершин.

Ответ: 6

Куб

Задача №3. Ящик, имеющий форму куба с ребром 10 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

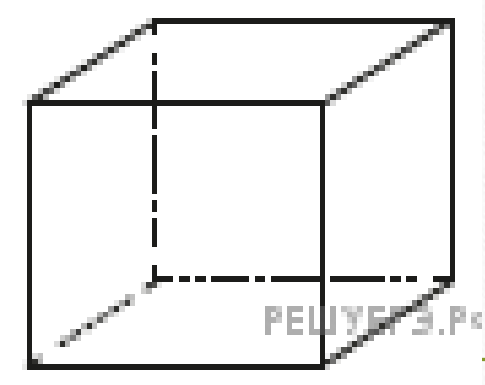




Решение.

Площадь одной грани равна $10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$. В кубе шесть граней, но нас просят найти только площадь пяти граней, следовательно, $100 \cdot 5 = 500 \text{ см}^2$.

- Ответ: 500.



Задача № 4.

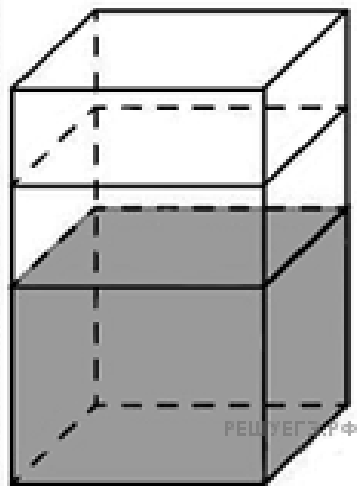
Аквариум имеет форму куба со стороной 40 см.
Сколько литров составляет объём аквариума? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

Решение:

Объем аквариума равен: $40*40*40=64000 \text{ см}^3$ или
 $64000 / 1000 = 64$ литра

- Ответ: 64.

Прямоугольный параллелепипед



Задача № 5

В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания, равной 20 см, налита жидкость. Для того чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если уровень жидкости в баке поднялся на 20 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

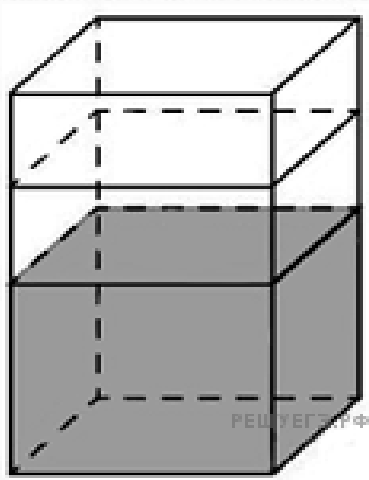
Решение. Объем вытесненной жидкости равен объему детали (закон Архимеда). Уровень жидкости поднялся на $h=20$ см, сторона основания $a=20$ см, значит, вытесненный объем будет равен

$$V = a^2 \cdot h = 8000 \text{ см}^3.$$

Найденный объём является объёмом детали.

Ответ: 8000.

Задача № 6



В бак, имеющий форму прямой призмы, налито 12 л воды. После полного погружения в воду детали, уровень воды в баке поднялся в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров

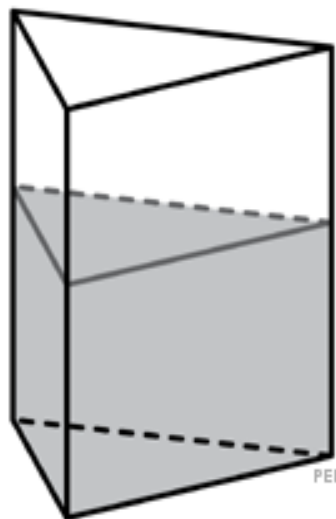
Решение.

Объем детали равен объему вытесненной ею жидкости.

После погружения детали в воду объём стал равен $12 \cdot 1,5 = 18$ литров, поэтому объём детали равен $18 - 12 = 6 \text{ л} = 6000 \text{ см}^3$.

Ответ: 6000.

Призма



РЕШУЕГЭ.РФ

Задача № 7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3 .

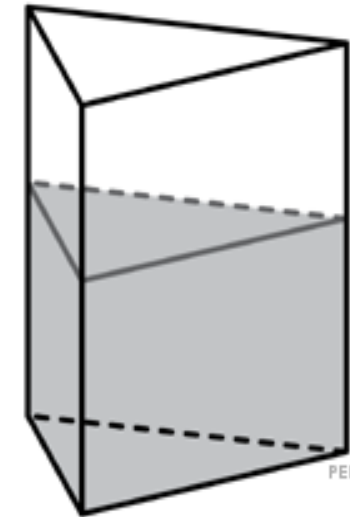
Решение (способ 1)

Решение. Составим пропорцию: исходные 2300 см³ воды соответствуют 25 см высоты, а объем детали x соответствуют 2 см, то есть

$$\frac{2300}{25} = \frac{x}{2},$$

откуда

$$x = \frac{2 \cdot 2300}{25} = 184 \text{ см}^3.$$



РЕШУЕГЭ.РФ

Ответ: 184

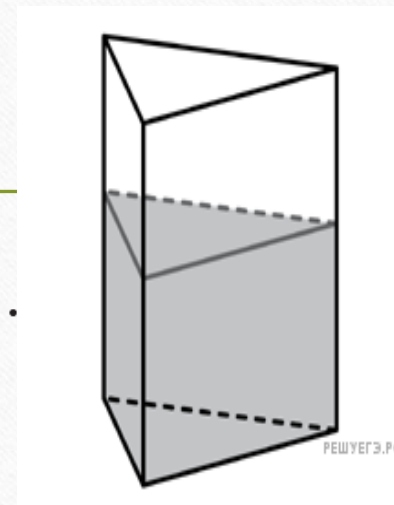
Решение (способ 2)

Из формулы для объема призмы $V = S_{\text{осн}} H$

найдем площадь основания: $S_{\text{осн}} = \frac{V}{H} = \frac{2300}{25} = 92 \text{ см}^2.$

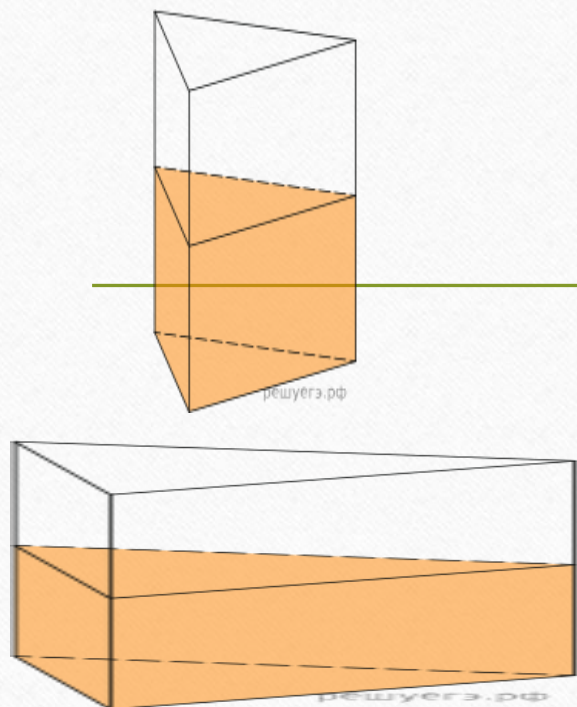
Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости:

$$V_{\text{дет}} = 92 \cdot (27 - 25) = 92 \cdot 2 = 184 \text{ см}^3.$$



Ответ: 184

Задача № 7



В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.

Решение

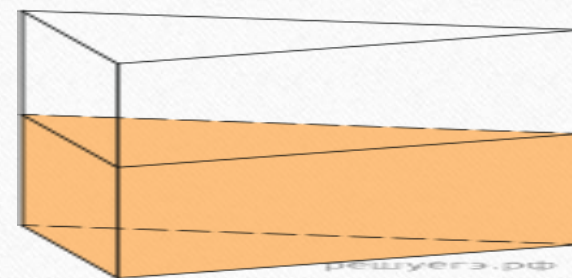
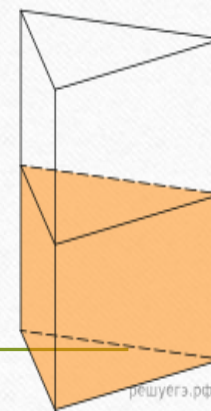
Объем призмы равен произведению площади ее основания на высоту и выражается через сторону основания a и высоту H формулой

$$V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}H.$$

Поэтому

$$H = \frac{4V}{\sqrt{3}a^2},$$

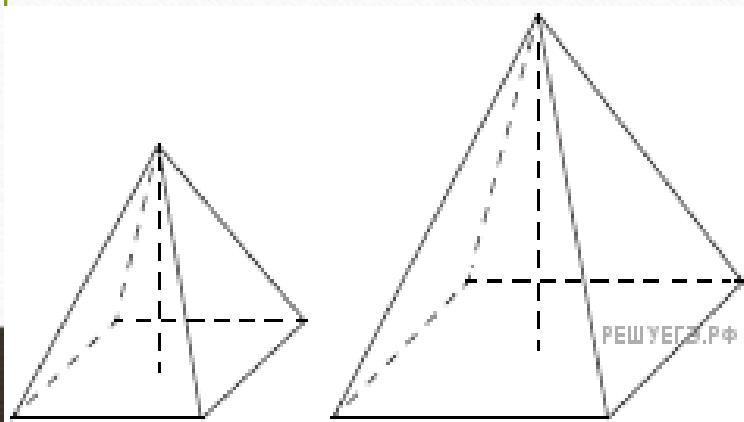
а значит, при увеличении стороны a в 4 раза знаменатель увеличится в 16 раз, то есть высота уменьшится в 16 раз и будет равна 5 см.



Ответ: 5.

Пирамида

Задача № 8



Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 16. У второй пирамиды высота в 2 раза больше, а сторона основания в 1,5 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.

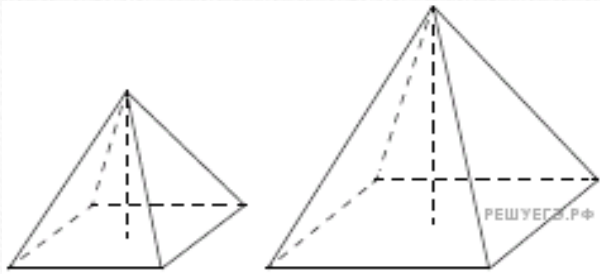
Решение

Объём пирамиды вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}a^2h$.

Следовательно, отношение объёмов пирамид:

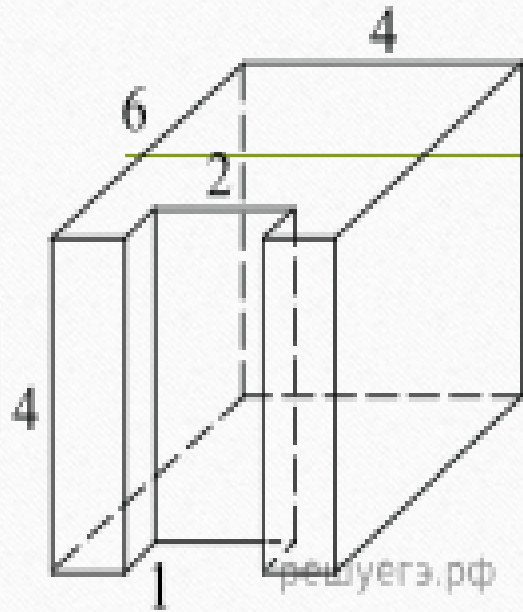
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{S_2h_2}{S_1h_1} = \frac{(1,5a_1)^2 \cdot 2h_1}{a^2h_1} = 4,5.$$

Значит, объём второй пирамиды: $16 \cdot 4,5 = 72$.



Ответ: 72.

Площадь поверхности составного многогранника

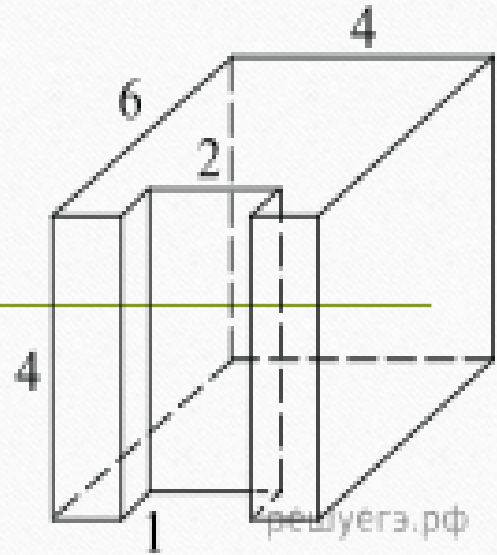


Задача № 9. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

Решение

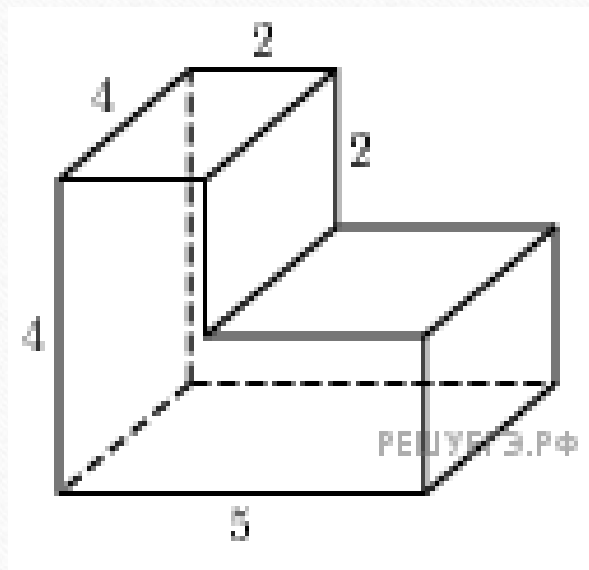
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6, 4, 4 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 4, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 2:

$$S = 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 132.$$



Ответ: 132

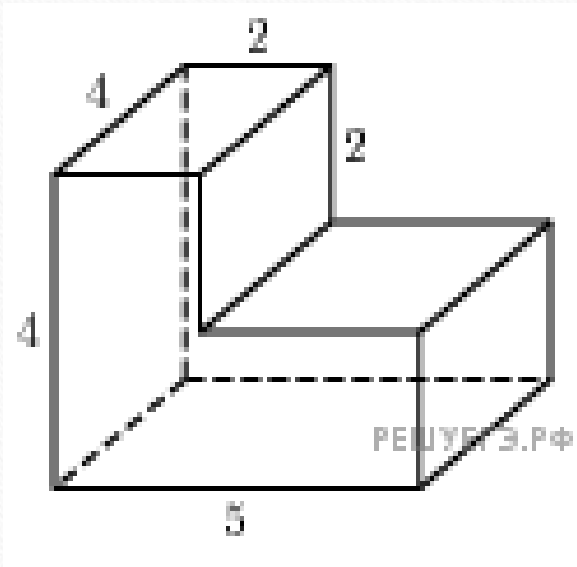
Объем составного многогранника



Задача № 10.

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

Решение



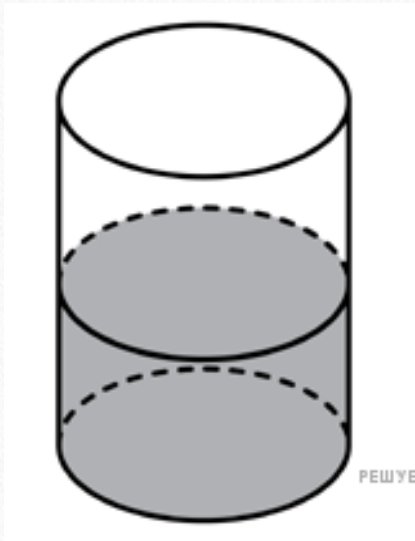
Объем данного многогранника равен сумме объемов параллелепипедов с ребрами 5 4, 2 и 2, 2, 4:

$$V = V_1 + V_2 = 5 \cdot 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 56.$$

Ответ: 56.

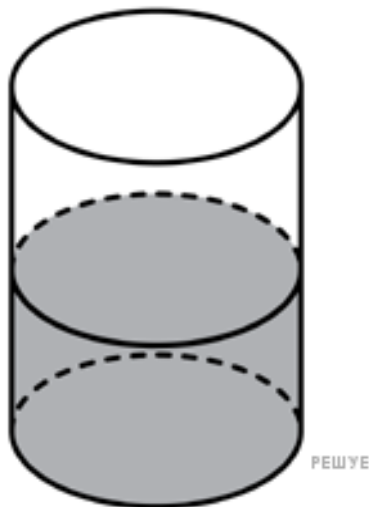
Круглые тела

Задача № 11.



В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см . В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см . Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .

Решение

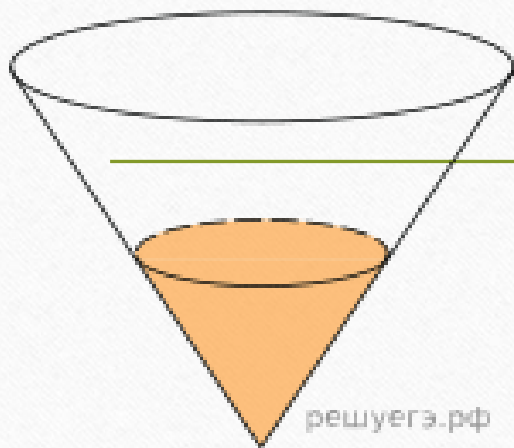


Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объём вытесненной жидкости равен $9/12$ исходного объёма:

$$V_{\text{дет}} = \frac{9}{12} \cdot 2000 = \frac{3}{4} \cdot 2000 = 1500 \text{ см}^3.$$

Ответ: 1500

Задача № 12.

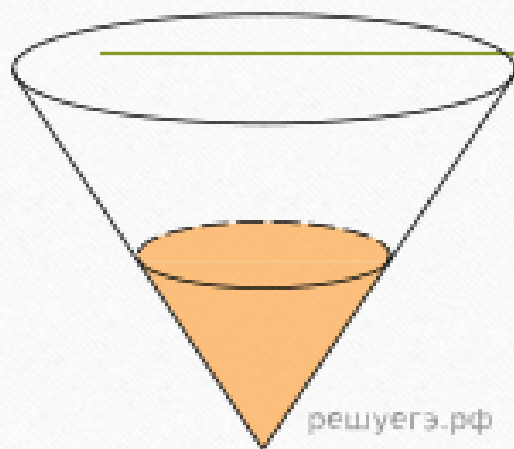


В сосуде, имеющем форму конуса,
уровень жидкости

достигает $\frac{1}{2}$ высоты.

Объём жидкости равен 70 мл. Сколько
миллилитров жидкости нужно долить,
чтобы полностью наполнить сосуд?

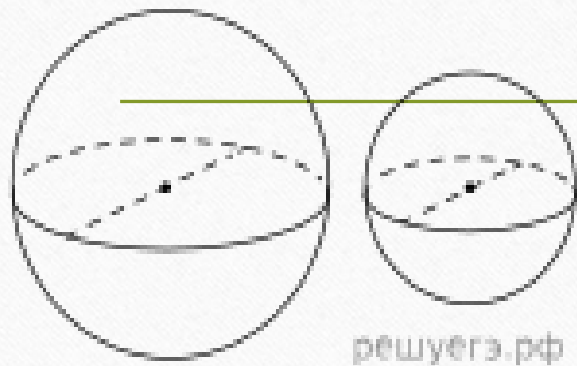
Решение



Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем большего конуса в 8 раз больше объема меньшего конуса, он равен 560 мл. Следовательно, необходимо долить $560 - 70 = 490$ мл жидкости.

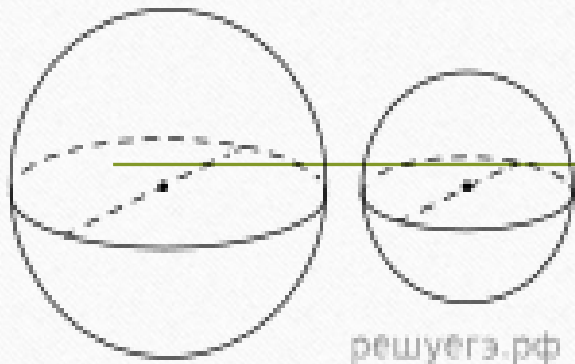
Ответ: 490

Задача № 13.



- Однородный шар диаметром 3 см имеет массу 162 грамма. Чему равна масса шара, изготовленного из того же материала, с диаметром 2 см? Ответ дайте в граммах.

Решение



Масса шара прямо пропорциональна его объёму. Объёмы шаров относятся как кубы их радиусов:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2^3}{r_1^3} = \frac{d_2^3}{d_1^3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Следовательно, масса второго, меньшего шара равна $162 \cdot \frac{8}{27} = 48$ грамм.

Ответ: 48