Издательство «Легион»

Задачи по теории вероятностей на ЕГЭ профильного уровня.

Докладчик: Иванов Сергей Олегович

Книга по теории вероятностей

ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕГИОН
www.legionr.ru

Книга содержит 7 модулей, 6 из которых — тематические, а один направлен на отработку навыков решения сложных задач. При этом практически все предлагаемые задания аналогичны заданиям открытого банка ЕГЭ. Книга включает в себя также краткий справочник (все основные формулы).

План доклада

- Классическое определение вероятности
- Несовместные и независимые события
- Зависимые события
- Условная и полная вероятность
- Комбинаторика и схема Бернулли
- Пара сложных задач
- Математическое ожидание
- Новые задачи

Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к общему числу равновозможных исходов. Пишем

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

1. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 теннисистов, среди которых 7 участников из России, в том числе Максим Зайцев. Найдите вероятность того, что в первом туре Максим Зайцев будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Решение. Здесь исход — это соперник Максима Зайцева. Так как всего теннисистов 16, а сам с собой Максим играть не может, то имеется $16-1=15$ равновероятных исходов. Благоприятный исход — соперник из России. Таких благоприятных исходов $7-1=6$ (из числа россиян исключаем самого Максима).

Искомая вероятность равна $\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}=0{,}4$.

Ответ. 0,4.

2. Футбольную секцию посещают 33 человека, среди них два брата — Антон и Дмитрий. Посещающих секцию случайным образом делят на три команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Антон и Дмитрий окажутся в одной команде.

Классическое определение вероятности

Решение. Сформируем команды, последовательно помещая футболистов на свободные места, при этом начнём с Антона и Дмитрия. Сначала поместим Антона на случайно выбранное место из свободных 33. Теперь помещаем на свободное место Дмитрия (исходом будем считать выбор места для него). Всего имеется 32 свободных места (одно уже занял Антон), поэтому всего возможны 32 исхода. В одной команде с Антоном остаётся 10 свободных мест, поэтому событию «Антон и Дмитрий в одной команде» благоприятствуют 10 исходов. Вероятность этого события равна

$$\frac{10}{32} = \frac{5}{16} = \frac{5 \cdot 5^4}{2^4 \cdot 5^4} = \frac{3125}{10\,000} = 0{,}3125.$$

Ответ. 0,3125.

3. Симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Решение. Всего возможны 8 исходов: РРР, РРО, РОР, РОО, ОРР, ОРО, ООР, ООО.

Благоприятствуют событию «орёл выпадет ровно два раза» 3 исхода: РОО, ОРО, ООР.

Искомая вероятность равна

$$\frac{3}{8} = \frac{3\cdot 125}{8\cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0{,}375.$$

Ответ. 0,375.

Несовместные и независимые события

Если события A и B несовместны, то вероятность их **объединения** равна сумме вероятностей событий A и B:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Если события A и B независимы, то вероятность их **пересечения** равна произведению вероятностей событий A и B:
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

4. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Н. с вероятностью 0,45. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Н. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Н. играют две шахматные партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение. Обозначим события: W = «А. выиграл белыми», B = «А. выиграл чёрными». По условию, $P(W) = 0{,}45$, $P(B) = 0{,}4$. Необходимо найти вероятность пересечения событий W и B, то есть $P(W \cap B)$. События W и B независимы (результат одной партии не зависит от результата другой), поэтому $P(W \cap B) = P(W) \cdot P(B) = 0{,}45 \cdot 0{,}4 = 0{,}18$.

5. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение. Здесь удобно сначала найти вероятность события «оба автомата неисправны», противоположного событию из условия задачи. Обозначим через A и B события «первый автомат неисправен» и «второй автомат неисправен». По условию $P(A) = P(B) = 0{,}1$. Событие «оба автомата неисправны» — это $A \cap B$, его вероятность равна $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01$. Искомая вероятность равна $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$.

6. Вероятность того, что новая кофемолка прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что она прослужит больше двух лет, равна 0,81. Найдите вероятность того, что кофемолка прослужит меньше двух лет, но больше года.

Несовместные и независимые события

Событие	Сломалась на первом году	Сломалась на втором году	Сломалась после двух лет работы
Вероятность			0,81

P(«кофемолка прослужит больше года») $= 0{,}93$.
Вероятность противоположного события
P(«кофемолка сломалась на первом году»)$=$
$= 1 - 0{,}93 = 0{,}07$.

Событие	Сломалась на первом году	Сломалась на втором году	Сломалась после двух лет работы
Вероятность	0,07		0,81

В таблице три несовместных события, одно из которых обязательно произойдёт. Сумма вероятностей в таблице должна быть равна 1. Незаполненное искомое значение можно вычислить как $1 - 0{,}07 - 0{,}81 = 0{,}12$.

7. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Несовместные и независимые события

Так как вероятности выигрыша и проигрыша равны 0,3, то вероятность ничьей равна $1 - 0{,}3 - 0{,}3 = 0{,}4$.

Команда выходит в следующий круг либо после двух выигрышей, либо после выигрыша и ничьей.

1. Вероятность события A «команда выиграла оба матча» по формуле пересечения независимых событий равна $P(A) = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$.

2. Вероятность события B «команда выиграла первый матч, закончила вничью второй матч» равна $P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12$.

3. Вероятность события C «команда закончила вничью первый матч, выиграла второй матч» равна $P(C) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$.

События A, B, C попарно несовместны, вероятность их объединения равна

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0{,}09 + 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}33$.

Способ 2. Составим таблицу возможных результатов матчей и вероятностей этих результатов.

		Второй матч		
		победа $P = 0{,}3$	ничья $P = 0{,}4$	поражение $P = 0{,}3$
Первый матч	победа $P = 0{,}3$	**0,09**	**0,12**	0,09
	ничья $P = 0{,}4$	**0,12**	0,16	0,12
	поражение $P = 0{,}3$	0,09	0,12	0,09

Числа в ячейках получаются по принципу таблицы умножения (умножение вероятностей соответствующих результатов первого и второго матчей), так как вероятности результатов первого и второго матчей не зависят друг от друга. Жирным шрифтом в таблице выделены вероятности тех результатов, при которых команда выходит в следующий круг. Искомая вероятность равна $0{,}09 + 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}33$.

Зависимые события

Если имеются события A и B, то

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B),$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B).$$

Эти формулы следуют применять, когда A и B — зависимые совместные события

8. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Зависимые события

Составим таблицу вероятностей возможных результатов в конце дня.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	кофе закончился	0,22	
	кофе остался		

По условию вероятность события «кофе закончился в обоих автоматах» равна 0,22. Это число мы сразу записали в соответствующую ячейку таблицы.

Зависимые события

В первом автомате кофе закончится с вероятностью 0,4, поэтому сумма чисел в верхних ячейках таблицы должна быть равна 0,4. Значит, в правой верхней ячейке должно быть число $0{,}4 - 0{,}22 = 0{,}18$.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	**кофе закончился**	**0,22**	**0,18**
	кофе остался		

Во втором автомате кофе закончится с вероятностью 0,4, поэтому сумма чисел в левых ячейках таблицы также должна быть равна 0,4. Значит, в левой нижней ячейке должно быть число

$0{,}4 - 0{,}22 = 0{,}18.$

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	кофе закончился	**0,22**	0,18
	кофе остался	**0,18**	

Так как сумма чисел во всех четырёх ячейках должна быть равна 1, то искомое число в правой нижней ячейке равно $1 - 0{,}22 - 0{,}18 - 0{,}18 = 0{,}42$.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	кофе закончился	0,22	0,18
	кофе остался	0,18	**0,42**

9. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 40% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 48% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение. Пусть x — искомая вероятность и всего закуплено n яиц. Тогда в первом хозяйстве закуплено $x \cdot n$ яиц, из них $0{,}6x \cdot n$ высшей категории. Во втором хозяйстве закуплено $(1 - x) \cdot n$ яиц, из них $0{,}4 \cdot (1 - x) \cdot n$ высшей категории. Всего высшую категорию имеют $0{,}48n$ яиц. Отсюда

$0{,}6x \cdot n + 0{,}4 \cdot (1 - x) \cdot n = 0{,}48n,$

$0{,}6x + 0{,}4 \cdot (1 - x) = 0{,}48,$

$0{,}6x + 0{,}4 - 0{,}4x = 0{,}48,$

$0{,}2x = 0{,}08, \quad x = 0{,}4.$

Условная и полная вероятность

Вероятностью события A при условии события B называют отношение $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Предположим, что в результате эксперимента обязательно наступает ровно одно из событий H_1, H_2, …, H_m, причём вероятность каждого из них не равна 0.

$P(A) = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) + \ldots + P(A|H_m)P(H_m)$. Эту формулу называют **формулой полной вероятности**.

Предположим, известно, что событие A наступило, и необходимо найти вероятность наступления одной из гипотез (H_k). Для этого применяется **формула Байеса**:

$P(H_k|A) = \dfrac{P(A|H_k)P(H_k)}{P(A)}$, где $P(A) \neq 0$.

10. У Берты есть два игральных кубика. Первый из них обычный, а на гранях второго кубика числа 2 и 4 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Берта наудачу выбрала один из двух кубиков и бросила его два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 2 и 4 очка. Какова вероятность того, что она бросила второй кубик?

Решение. 1-й кубик: **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**.

2-й кубик: **2**, **2**, **2**, **4**, **4**, **4**.

Подходящие исходы: **24**, **42**, **24**, **24**, **24**, **24**, **24**, **24**, **24**, **24**, **24**, **42**, **42**, **42**, **42**, **42**, **42**, **42**, **42**, **42**.

Искомая $P = \dfrac{18}{20} = 0{,}9$.

Решение 2. H_1 — «был взят первый кубик»,
H_2 — «был взят второй кубик»,
A — «в каком-то порядке выпали числа 2 и 4».

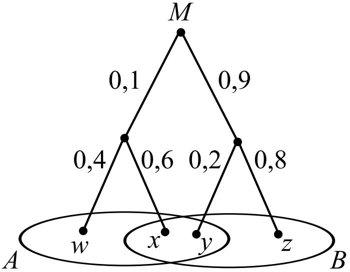
$$P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}. \quad P(A|H_1) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}.$$

$$P(A|H_2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

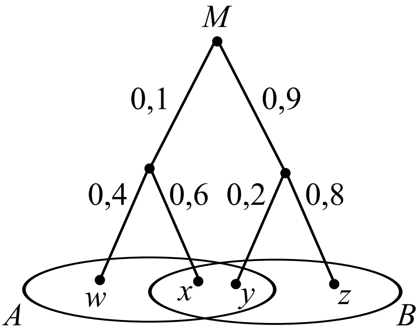
$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) =$$
$$= \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18}.$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(A|H_2)P(H_2)}{P(A)} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{18} = 0{,}9.$$

11. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события w, x и y, событию B благоприятствуют элементарные события x, y и z. Найдите $P(A|B)$ — условную вероятность события A при условии B.



Условная и полная вероятность



Решение.

$P(\{w\}) = 0{,}1 \cdot 0{,}4 = 0{,}04,$
$P(\{x\}) = 0{,}1 \cdot 0{,}6 = 0{,}06,$
$P(\{y\}) = 0{,}9 \cdot 0{,}2 = 0{,}18,$
$P(\{z\}) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 = 0{,}72.$

Тогда $P(B) = 0{,}06 + 0{,}18 + 0{,}72 = 0{,}96.$

$P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}18 = 0{,}24.$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}24}{0{,}96} = 0{,}25.$$

Комбинаторика и схема Бернулли

Факториал $n! = n \cdot (n-1) \dots 2 \cdot 1;\ \ 0! = 1.$

Перестановка длины n: $n!$

Размещение из n элементов по k: $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

Сочетание из n элементов по k: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Схема Бернулли: n экспериментов, $P(A) = p$ в каждом из них,

$P(A$ наступит ровно k раз$) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$

12. В коробочке лежит 21 скрепка: 5 белых, 9 жёлтых, остальные — синие. Яша достаёт случайным образом две скрепки. Какова вероятность того, что обе они синие?

Решение. Синих $21 - 5 - 9 = 7$. Считаем все скрепки различными. Результат эксперимента — неупорядоченная пара скрепок. Всего $C_{21}^2 = \dfrac{21!}{19! \cdot 2!} = \dfrac{21 \cdot 20}{2} = 210$ исходов. Исходов для пары синих $C_7^2 = \dfrac{7!}{5! \cdot 2!} = \dfrac{7 \cdot 6}{2} = 21$.

Искомая вероятность равна $\dfrac{21}{210} = 0{,}1$.

13. Мария бросает симметричную монету 113 раз. Во сколько раз вероятность события «орёл выпадет ровно 110 раз» меньше вероятности события «орёл выпадет ровно 109 раз»?

Решение. P(орёл выпадет ровно 110 раз) $=$

$$= C_{113}^{110} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{110} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{113!}{110! \cdot 3!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{113}.$$

P(орёл выпадет ровно 109 раз) $=$

$$= C_{113}^{109} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{109} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4} = \frac{113!}{109! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{113}.$$

Искомое отношение равно

$$\frac{\dfrac{113!}{109! \cdot 4!} \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{113}}{\dfrac{113!}{110! \cdot 3!} \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{113}} = \frac{110! \cdot 3!}{109! \cdot 4!} = \frac{110}{1} \cdot \frac{1}{4} = 27{,}5.$$

14. Турнир по бадминтону, олимпийская система в несколько туров: если в туре участвует чётное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если число игроков нечётно, то один случайный игрок не участвует в туре. Проигравший в каждой паре выбывает из турнира. Всего 80 участников, в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков — Леонид и Матвей. Определите вероятность того, что в каком-то туре им придётся сыграть друг с другом.

Пара сложных задач

Решение. A — «Леонид проиграл Матвею»;
B — «Матвей проиграл Леониду».
Искомая $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
H_1 — «Леонид выиграл турнир», $P(H_1) = \dfrac{1}{80}$.

H_2 — «Леонид не выиграл турнир», $P(H_2) = \dfrac{79}{80}$.

$P(A|H_1) = 0$, $P(A|H_2) = \dfrac{1}{79}$.

$$P(A) = 0 \cdot \frac{1}{80} + \frac{1}{79} \cdot \frac{79}{80} = \frac{1}{80}.$$

$P(B) = P(A) = \dfrac{1}{80}$. Искомая: $\dfrac{1}{80} + \dfrac{1}{80} = 0{,}025$.

15. В турнире участвуют 180 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из турнира, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых двадцати трёх играх победила команда «Самокат». Какова вероятность того, что эта команда выиграет двадцать четвёртый раунд?

Пара сложных задач

Решение. A — «Самокат» выиграл первые 23 раунда, B — «Самокат» выиграл 24-й раунд. $B \cap A$ — «Самокат» выиграл первые 24 раунда.

1. $P($«Самокат» вступит в 1-м раунде$)= \dfrac{2}{180}$.

$P($«Самокат» сильнейшая в 23 раундах$) = \dfrac{1}{24}$.

$$P(A) = \frac{2}{180} \cdot \frac{1}{24}.$$

2. Аналогично $P(B \cap A) = \dfrac{2}{180} \cdot \dfrac{1}{25}$.

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{24}{25} = 0{,}96.$$

Математическое ожидание

В результате эксперимента наступает ровно одно из событий A_1, A_2, $\ldots$, A_m.
$P(A_1) = p_1$, $p(A_2) = p_2$, $\ldots$, $p(A_m) = p_m$.
Некоторая функция F, которая каждому событию A_i ставит в соответствие некоторое число x_i, то есть $F(A_1) = x_1$, $F(A_2) = x_2$, $\ldots$, $F(A_m) = x_m$. Тогда F — случайная величина, её математическое ожидание — это
$\boldsymbol{E(F) = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_mx_m}$.

16. В таблице показано распределение случайной величины. Найдите EX — математическое ожидание этой случайной величины.

Значения X	-3	3	6	8
Вероятности	0,2	0,4	0,35	0,05

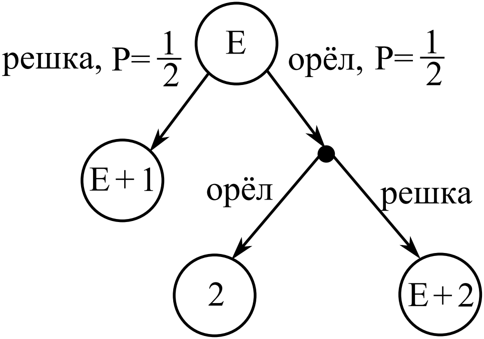
Решение. По определению математического ожидания $E(X) =$
$= -3 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}4 + 6 \cdot 0{,}35 + 8 \cdot 0{,}05 = 3{,}1.$

Ответ. 3,1.

17. Боря подбрасывает монету до тех пор, пока орёл не выпадет два раза подряд. Найдите математическое ожидание числа бросков, сделанных Борей.

Математическое ожидание

Решение. E — искомое мат. ожидание.



$$E = \frac{1}{2}(E+1) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot 2 + \frac{1}{2}(E+2)\right);$$

$$4E = 2E + 2 + 2 + E + 2; \quad E = 6.$$

$D(F)$ — дисперсия случайной величины F.

$$\boldsymbol{D(F) = E\big((F - E(F))^2\big)}$$

$\sigma(F)$ — среднеквадратичное отклонение (стандартное отклонение) случайной величины F.

$$\boldsymbol{\sigma(F) = \sqrt{D(F)}}$$

Новые задачи

В результате эксперимента наступает ровно одно из событий A_1, A_2, …, A_m.
$P(A_1) = p_1$, $p(A_2) = p_2$, …, $p(A_m) = p_m$.
Некоторая функция F, которая каждому событию A_i ставит в соответствие некоторое число x_i, то есть $F(A_1) = x_1$, $F(A_2) = x_2$, …, $F(A_m) = x_m$. Тогда F — случайная величина,
$\boldsymbol{E(F) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_m x_m}$.

$$\boldsymbol{D(F) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(F))^2}.$$

Новые задачи

Неравенство Чебышёва:

$$P(|X - E(X)| < a) > 1 - \frac{D(x)}{a^2},$$

где $a > 0$,

$$P(|X - E(X)| \geqslant a) \leqslant \frac{D(x)}{a^2},$$

где $a > 0$.

18. Про случайную величину X известно, что $\mathrm{E}X = 4$ и $\mathrm{D}X = 10$. Найдите оценку вероятности события «$X \leqslant -1$ *или* $X \geqslant 9$», которую даёт неравенство Чебышёва.

Решение. «$X \leqslant -1$ или $X \geqslant 9$» — это $|X - E(X)| \geqslant 5$.

$$P(|X - E(X)| \geqslant 5) \leqslant \frac{10}{5^2} = 0{,}4.$$

Ответ. 0,4.

19. Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит пять значений: 1,4, 1,2, 1,3, 1,4 и 1,2.
По этой выборке найдите несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.

Реш.: $E_{\text{выб.}} = \dfrac{1{,}4 + 1{,}2 + 1{,}3 + 1{,}4 + 1{,}2}{5} = 1{,}3.$

$$D_{\text{выб.}} = \frac{0{,}1^2 + 0{,}1^2 + 0^2 + 0{,}1^2 + 0{,}1^2}{5} = \frac{4}{500}.$$

$\boldsymbol{D_{\text{ген.}} = \dfrac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб.}}}$, где n — объём выборки.

$$D_{\text{ген.}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{500} = 0{,}01.$$

20. При выборочном обследовании клиентов сети автозаправочных станций «Огонек», 24 из 36 случайных респондентов ответили «Да» на вопрос, есть ли у них бонусная карта сети. Найдите интервальную оценку доли клиентов, имеющих бонусную карту, пользуясь правилом «частота плюс-минус 2 стандартных отклонения». В ответ запишите верхнюю границу доверительного интервала.

Новые задачи

Решение. Да — 1, нет — 0. $E_{\text{выб.}} = \dfrac{24}{36} = \dfrac{2}{3}$.

$$D_{\text{выб.}} = \frac{12 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 24 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2}{36} = \frac{2}{9}.$$

$\sigma_{\text{выб.}} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$. $\boldsymbol{\sigma = \dfrac{\sigma_{\text{выб.}}}{\sqrt{n}}}$, где n — объём выборки.

$\sigma = \dfrac{\sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{36}} = \dfrac{\sqrt{2}}{18}$. Интерв. оценка $\dfrac{2}{3} \pm \dfrac{2\sqrt{2}}{18}$.

Верхняя граница $\dfrac{2}{3} + \dfrac{2\sqrt{2}}{18} \approx \dfrac{12 + 2{,}8}{18} \approx 0{,}8$.

Промокод

Скидка 30%

по промокоду:

теориявероятностей24

Действует до 25 октября

Издательство «Легион»

Сайт http://legionr.ru

Электронная почта: legionrus@legionrus.com

Почта: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550

Тел.: (863) 303-05-50, 248-14-03