

Задание 19 (№1420).

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **один** камень, или увеличить количество камней в куче в **два раза**. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать (10, 5). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (11, 5), (20, 5), (10, 6), (10, 10). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда произведение количеств камней в кучах становится не менее 63. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой произведение числа камней в кучах будет 63 или более.

В начальный момент в первой куче было 2 камня, во второй куче - S камней; $1 \leq S \leq 31$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т.е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом?

Ответ: 15

def f(x,s,p):

if x*s>=63 and p==3: # выигрыш Вани

return True

if x*s<63 and p==3: # после хода Вани нет выигрышной позиции

return False

if x*s>=63 and p<3: # позиция выигрышная, но Петин ход

return False

if p%2==1: # перед ходом Пети

return f(x+1,s,p+1) and f(x*2,s,p+1) and f(x,s+1,p+1) and f(x,s*2,p+1)

else: # перед ходом Вани

return f(x+1,s,p+1) or f(x*2,s,p+1) or f(x,s+1,p+1) or f(x,s*2,p+1)

```
for s in range(1,32):      # перебираем диапазон для S
    if f(2,s,1):           # начало игры всегда с позиции 1 и значением первой кучи
        print(s)          # 2 камня
```

Задание 20 .

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Ответ: 7 14 (выдает 7 10 14, но спрашивают мин и макс)

```
def f(x,s,p):
    if x*s>=63 and p==4:
        return True
    if x*s<63 and p==4:
        return False
    if x*s>=63:
        return False
    if p%2==1:
        return f(x+1,s,p+1) or f(x*2,s,p+1) or f(x,s+1,p+1) or f(x,s*2,p+1)
    else:
        return f(x+1,s,p+1) and f(x*2,s,p+1) and f(x,s+1,p+1) and f(x,s*2,p+1)
```

```
for s in range(1,32):  
    if f(2,s,1):  
        print(s)
```

Задание 21 .

Для игры, описанной в задании 19, найдите наибольшее значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ:

9

13

15

выигрыш Вани "чистым" первым ходом

15

(убираем из ответов 15, спрашивали максимальное S , поэтому ответ 13)

```
def f(x,s,p):  
    if x*s>=63 and (p==3 or p==5):  
        return True  
    if x*s<63 and p==5:  
        return False  
    if x*s>=63:
```

return False

if p%2==0:

return f(x+1,s,p+1) or f(x*2,s,p+1) or f(x,s+1,p+1) or f(x,s*2,p+1)

else:

return f(x+1,s,p+1) and f(x*2,s,p+1) and f(x,s+1,p+1) and f(x,s*2,p+1)

for s in range(1,32):

if f(2,s,1):

print(s)

print('выигрыш Вани "чистым" первым ходом ')

def f1(x,s,p):

if x*s>=63 and (p==3):

return True

if x*s<63 and p==3:

return False

if x*s>=63:

return False

if p%2==0:

return f1(x+1,s,p+1) or f1(x*2,s,p+1) or f1(x,s+1,p+1) or f1(x,s*2,p+1)

else:

return f1(x+1,s,p+1) and f1(x*2,s,p+1) and f1(x,s+1,p+1) and f1(x,s*2,p+1)

for s in range(1,32):

if f1(2,s,1):

print(s)