



Муниципальное казенное учреждение
«Центр поддержки образования»
муниципального образования Динской район

**Сборник №3
по подготовке к ГИА по
ФИЗИКЕ по теме «Динамика
материальной точки. Примеры
решения задач по физике базового и
повышенного уровня сложности».**

Составитель учитель физики БОУ СОШ №1
Суздальцева Наталья Васильевна



ст. Динская, 2019

Задача № 1.

Чему равен модуль ускорения автомобиля массой 1000 кг при торможении на горизонтальной поверхности, если коэффициент трения об асфальт равен 0,4?

Дано: $m = 1000$ кг; $\mu = 0,4$; $a - ?$ **Решение:**

Уравнение динамики в векторной форме:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N}$$

В скалярной форме в проекциях на оси:

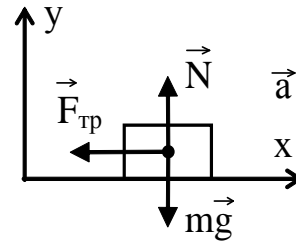
$$\text{ох: } ma = F_{\text{тр}}$$

$$\text{оу: } 0 = N - mg, \text{ т.е. } N = mg$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg;$$

$$ma = \mu mg,$$

$$a = \mu g = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ м/с}^2.$$



Ответ: 4

Задача № 2.

С каким ускорением нужно поднимать гирию, чтобы ее вес увеличился в 2 раза?

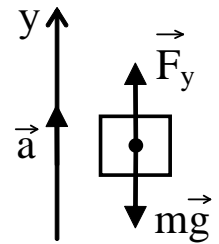
Дано: $P_2 = 2P_1$; $a - ?$ **Решение:**

Вес неподвижной гири $P_1 = mg$. Чтобы поднять гирию, к ней нужно приложить силу \vec{F}_y . Расставляем все силы, действующие на гирию в данном случае и записываем второй закон Ньютона в векторной форме

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_y \text{ и в скалярной форме. оу: } ma = F_y - mg.$$

Т.к. $F_y = P_2$, a $P_2 = 2P_1$, то $P_2 = 2mg$ и $a = g$.

Ответ: g



Задача № 3.

На каком расстоянии от центра Земли (в долях радиуса Земли R), ускорение свободного падения в 9 раз меньше, чем на поверхности Земли?

Дано: $g_3 = 9g_h$; $r - ?$

Решение:

Ускорение свободного падения на поверхности Земли : $g_3 = G \frac{M}{R_3^2}$;

ускорение свободного падения на высоте h : $g_h = G \frac{M}{r^2}$, где $r = R + h$, $g_3 = 9g_h$.

Поделив одно уравнение на другое, получим $r = 3R_3$.

Ответ: $3R_3$

Задача № 4.

Когда к пружине жесткостью 500 Н/м подвесили груз массой 1 кг, то ее длина стала 12 см. До какой длины растянется пружина, если к ней подвесить еще один груз массой 1 кг?

Дано: $k = 500$ Н/м; $m_1 = 1$ кг; $l_1 = 12$ см; $m_2 = 1$ кг; $l_2 - ?$ **Решение:**

На груз, подвешенный к пружине, действуют сила тяжести и сила упругости. Т.к. груз находится в равновесии, то эти силы компенсируют друг друга, т.е. $m_1g = k\Delta l_1$. Если подвесить еще один груз такой же массы, то $m_2g = k\Delta l_2$. $\Delta l_2 = \frac{m_2g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{500} = 0,02$ (м).

$l_2 = l_1 + \Delta l_2$; $l_2 = 12 + 2 = 14$ (см). Ответ: 14

Задача № 5.

Плотность некоторой планеты такая же, как у Земли, а радиус вдвое меньше. Во сколько раз первая космическая скорость для Земли больше первой космической скорости для данной планеты?

Дано: $\rho_n = \rho_3$; $R_3 = 2R_n$; $v_{1n}/v_{13} - ?$

Решение:

$$\rho_n = \rho_3; \quad R_n = \frac{R_3}{2}.$$

Первую космическую скорость можно определить как $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, где масса планеты $M = \rho V$

$$= \rho \frac{4}{3} \pi R^3. \text{ Тогда } v_1 = \sqrt{\frac{G\rho \frac{4}{3} \pi R^3}{R}} = \sqrt{\frac{4}{3} G\rho \pi R^2}; \quad \frac{v_{1n}}{v_{13}} = \sqrt{\frac{R_n^2}{R_3^2}} = \frac{1}{2}, \text{ отсюда } v_{13} = 2v_{1n}.$$

Ответ: $2v_{1n}$

Задача № 6.

Через сколько секунд тело, брошенное вертикально вверх со скоростью 44,8 м/с, упадет на землю, если сила сопротивления воздуха не зависит от скорости и составляет 1/7 силы тяжести?

Дано: $v_0 = 44,8$ м/с; $F_c = 1/7 F_m$; $t - ?$

Решение:

Искомое время полета t складывается из времени полета вверх t_1 и времени полета вниз t_2 . Неверно думать, что t_1 и t_2 равны друг другу! Дело в том, что в этом примере имеется сила сопротивления, которая вносит свои коррективы.

$$t = t_1 + t_2$$

Рассмотрим движение тела вверх. В этом случае сила тяжести mg и сила сопротивления F_c сонаправлены.

Из второго закона Ньютона следует: $ma_1 = F_c + mg$;

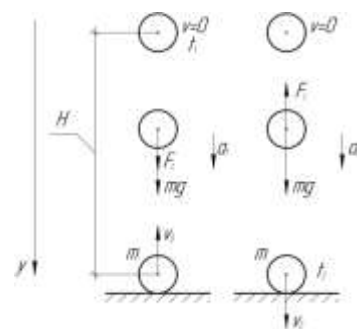
Так как по условию: $F_c = 1/7 F_T = 1/7 mg$, то: $ma_1 = \frac{mg}{7} + mg = \frac{8mg}{7}$, тогда $a_1 = \frac{8}{7}g = 11,2$ м/с².

Чтобы найти время t_1 , запишем формулу скорости для равнозамедленного движения: $v = v_0 - a_1 t_1$

В наивысшей точке полета, которую тело достигнет через время t_1 , скорость тела равна нулю ($v = 0$), поэтому: $v_0 - a_1 t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{44,8}{11,2} = 4$ (с).

$$H = \frac{v_0^2}{2a_1} = \frac{44,8^2}{2 \cdot 11,2} = 89,6 \text{ (м)}.$$

Теперь рассмотрим движение тела вниз. В этом случае сила тяжести mg и сила сопротивления F_c противоположно направлены. Аналогично, из второго закона Ньютона следует:



Аналогично: $ma_2 = mg - F_c$ $ma_2 = mg - \frac{mg}{7} = \frac{6}{7}mg \Rightarrow a_2 = \frac{6}{7}g = 8,4$.

Тело будет падать с высоты H без начальной скорости с ускорением a , поэтому верна

следующая формула: $H = \frac{a_2 t_2^2}{2}$. Отсюда $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{a_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 89,6}{8,4}} = 4,6$ (с). $t = t_1 + t_2 = 8,6$ с.

Ответ: $t = 8,6$ с

Задача № 7.

На наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м находится груз массой 50 кг. Какую силу надо приложить, чтобы:

- а) удерживать тело на наклонной плоскости ($\mu = 0,2$);**
- б) поднимать его вверх с ускорением 1 м/с^2 ;**
- в) опускать его вниз с ускорением 1 м/с^2 ?**

Дано: $l = 5 \text{ м}; h = 3 \text{ м}; m = 50 \text{ кг}; \mu = 0,2; a = 1 \text{ м/с}^2; F = ?$

Решение:

а) Условие равновесия в векторной форме:

$$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0;$$

В скалярной форме в проекциях на оси x и y :

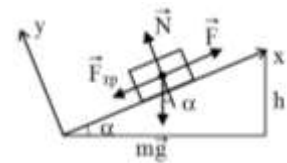
$$\text{оx: } F - mgsin\alpha - F_{\text{тр}} = 0, \text{ т.е. } F = mgsin\alpha + F_{\text{тр}}$$

$$\text{оу: } N - mgcos\alpha = 0;$$

$$\text{отсюда } N = mgcos\alpha; F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mgcos\alpha$$

$$\text{тогда } F = mg(sin\alpha + \mu cos\alpha); h/l = sin\alpha.$$

$$\text{Тогда } \alpha = arcsinh/l = 0,6 = 36,9^\circ. F = 50 \cdot 10(\sin 36,9 + 0,2 \cdot \cos 36,9) = 380 \text{ (Н)}.$$



б) Если $a \neq 0$, то векторное уравнение: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}}$.

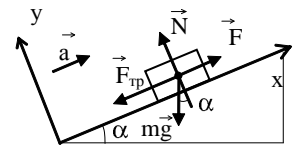
В скалярной форме в проекциях на оси x и y :

$$\text{оx: } ma = F - mgsin\alpha - F_{\text{тр}}, \text{ тогда } F = ma + mgsin\alpha + F_{\text{тр}}$$

$$\text{оу: } 0 = N - mgcos\alpha, \text{ отсюда } N = mgcos\alpha,$$

$$\text{след-но: } F = ma + mgsin\alpha + \mu mgcos\alpha = m(a + gsin\alpha + \mu gcos\alpha);$$

$$F = 50(1 + 10 \cdot \sin 36,9 + 0,2 \cdot 10 \cdot \cos 36,9) = 430 \text{ (Н)}.$$



в) Векторное уравнение: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}}$.

В скалярной форме в проекциях на оси x и y :

$$\text{оx: } ma = F + mgsin\alpha - F_{\text{тр}},$$

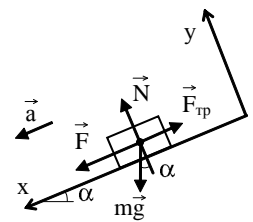
$$\text{тогда } F = ma - mgsin\alpha + F_{\text{тр}}$$

$$\text{оу: } 0 = N - mgcos\alpha, \text{ отсюда } N = mgcos\alpha,$$

$$\text{след-но: } F = ma - mgsin\alpha + \mu mgcos\alpha = m(a - gsin\alpha + \mu gcos\alpha);$$

$$F = 50(1 - 10 \cdot \sin 36,9 + 0,2 \cdot 10 \cdot \cos 36,9) = -170 \text{ (Н)}.$$

Ответ: а) $F = 380$ (Н). б) $F = 430$ (Н). в) $F = -170$ (Н).



Задача № 8.

Автомобиль массой $3 \cdot 10^3$ кг движется с постоянной скоростью $v = 36$ км/ч. Радиус кривизны моста 60 м. С какой силой давит автомобиль на мост в тот момент, когда линия, соединяющая центр кривизны моста с автомобилем составляет угол 10° с вертикалью.

- а) по вогнутому мосту;**

б) по выпуклому мосту.

Дано: $m = 3 \cdot 10^3$ кг; $v = 36$ км/ч = 10 м/с; $\alpha = 10^\circ$; $R = 60$ м; $F_{д1} = ?$ $F_{д2} = ?$

Решение:

а) Согласно второму закону Ньютона:

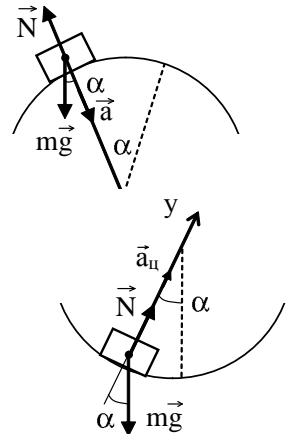
$$mg \cos \alpha - N = ma_{ц}; \quad N = mg \cos \alpha - \frac{mv^2}{R}; \quad \vec{F}_{д1} = -\vec{N}.$$

Тогда $F_{д1} = m \left(g \cos \alpha - \frac{v^2}{R} \right) = 24544$ Н.

б) $N - mg \cos \alpha = ma_{ц}; \quad N = m \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{R} \right);$

$$F_{д2} = m \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{R} \right) = 34544$$
 Н.

Ответ: а) $F_{д1} = 24544$ Н. б) $F_{д2} = 34544$ Н.



Задача № 9.

а) С какой максимальной скоростью может ехать по горизонтальной плоскости мотоциклист, описывая дугу радиусом 90 м, если коэффициент трения скольжения 0,4?

б) На какой угол от вертикали он должен при этом отклониться?

в) Чему будет равна максимальная скорость мотоциклиста, если он будет ехать по наклонному треку с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ при том же радиусе закругления и коэффициенте трения?

Дано: $R = 90$ м; $\mu = 0,4$; $\alpha = 30^\circ$; $v_{max} = ?$ $\alpha_1 = ?$ $v'_{max} = ?$

Решение:

а) $m\vec{a}_{ц} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр.п}.$

Запишем проекции на оси:

$ox: ma_{ц} = F_{тр.п}; \quad oy: 0 = N - mg.$

$$F_{тр.пmax} = \mu N = \mu mg; \quad \frac{mv_{max}^2}{R} = \mu mg;$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu g R} = 19 \text{ м/с.}$$

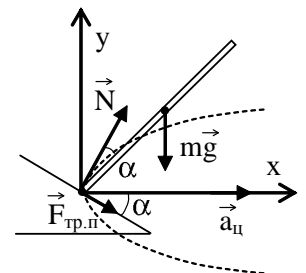
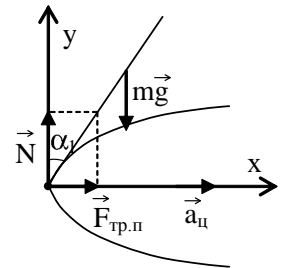
б) $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{F_{тр.п}}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu. \quad \alpha_1 = \operatorname{arctg} 0,4 = 22^\circ.$

в) $ox: ma_{ц} = F_{тр.п} \cos \alpha + N \sin \alpha;$

$oy: 0 = N \cos \alpha - mg - F_{тр.п} \sin \alpha.$

Решаем систему уравнений относительно v'_{max} .

Ответ: $v_{max} = 19$ м/с. $\alpha_1 = 22^\circ.$ $v'_{max} = 728$ м/с².



Задача № 10.

С каким ускорением надо поднимать груз на веревке, чтобы сила натяжения веревки была в 2 раза больше силы тяжести груза?

Дано: $T = 2P$; a - ?

Решение:

На груз действуют две силы: сила тяжести груза \vec{P} и сила реакции каната \vec{T} , численно равная по третьему закону Ньютона силе его натяжения ($T_{\text{нат}} = T$). Эти силы направлены в противоположные стороны, причем $T > P$ (груз движется вверх).

Силы \vec{T} и \vec{P} , действуя на тело, сообщают ему ускорение, поэтому их равнодействующая определится по второму закону.

Запишем векторное уравнение: $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

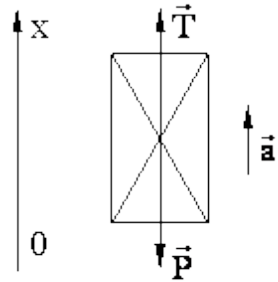
Абсолютное значение ускорения найдем из соотношения, записанного в проекциях на координатную ось OX

$$T - P = ma \quad \text{или} \quad T = P + ma = P + \frac{P}{g}a$$

По условию данной задачи сила натяжения веревки $T = 2P$, следовательно:

$$2P = P + \frac{P}{g}a = P \left(1 + \frac{a}{g} \right) \quad \left. \vphantom{2P} \right\} 2 = 1 + \frac{a}{g}$$

Ответ: с ускорением равному ускорению свободного падения $a = g$.



Задача № 11.

Определить силу давления груза весом \vec{P} на пол кабины лифта, движущегося равноускоренно с ускорением \vec{a} : при движении лифта вверх и при движении вниз.

Решение.

На груз действуют силы тяжести \vec{P} и сила реакции пола \vec{T} , численно равная силе давления груза на пол лифта (по третьему закону Ньютона):

а) при движении лифта вверх уравнение движения согласно второму закону Ньютона будет иметь вид

(рис а) в векторной форме: $\vec{T}_1 + \vec{P} = m\vec{a}$ (1)

Абсолютное значение T_1 найдем из уравнения (1) в

проекциях сил на ось OX: $T_1 - P = ma$, \Rightarrow

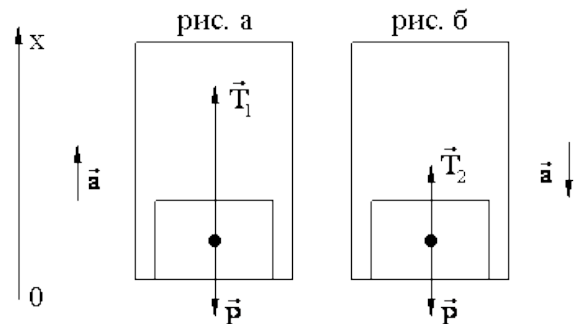
$$T_1 = P + ma = P \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

При движении лифта вверх с ускорением, направленным вверх, сила давления груза на пол кабины больше веса.

б) при движении лифта вниз (рис б):

$$\vec{T}_2 + \vec{P} = m\vec{a}, \quad T_2 - P = -ma, \quad T_2 = P - ma = P - \frac{P}{g}a = P \left(1 - \frac{a}{g} \right)$$

При движении лифта вниз с ускорением, направленным вниз, сила давления груза на пол кабины меньше его веса.



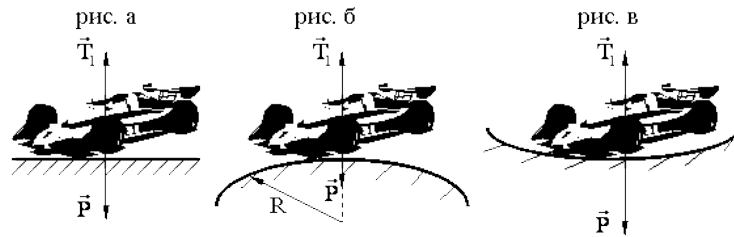
Задача № 12.

Автомобиль весом \vec{P} движется с постоянной скоростью v :

а) по плоскому горизонтальному мосту;

б) по выпуклому мосту;

в) по вогнутому мосту.



Радиус кривизны моста в двух последних случаях равен R .

Какое давление оказывает на мост автомобиль (в каждом случае), проезжая через середину моста?

Решение:

В вертикальном направлении на автомобиль действуют две силы: сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и вверх сила реакции \vec{T} моста (равная по третьему закону Ньютона силе давления автомобиля на мост).

1) Когда автомобиль едет по горизонтальной поверхности, он не испытывает никаких ускорений в вертикальном направлении. Это означает, что равнодействующая двух сил \vec{P} и \vec{T}_1 равна нулю, т.е. $\vec{P} + \vec{T}_1 = 0$ или $P - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = P$.

Таким образом на плоский горизонтальный мост автомобиль давит с силой, равной весу.

2) Когда автомобиль движется по выпуклому мосту, то он испытывает нормальное или

центростремительное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$, направленное вниз, к центру кривизны моста и по второму закону Ньютона центростремительная сила, очевидно, есть равнодействующая двух действующих сил \vec{P} и \vec{T}_2 :

$$\vec{P} + \vec{T}_2 = m\vec{a}_n \quad \text{или} \quad P - T_2 = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow T_2 = P - \frac{mV^2}{R} = P \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right),$$

т.е. давление, оказываемое автомобилем на мост, меньше его веса.

3) При движении по вогнутому мосту испытываемое автомобилем центростремительное

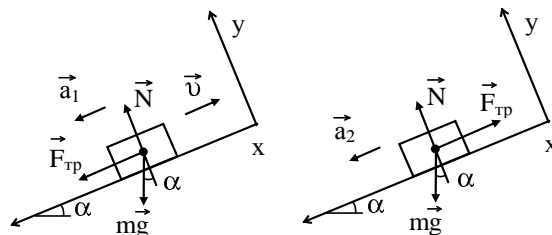
ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$ направлено вверх: $T_3 - P = \frac{mv^2}{R}$ Таким образом: $T_3 = P + \frac{mV^2}{R} = P \left(1 + \frac{V^2}{gR} \right)$,

т.е. давление, оказываемое на мост, больше веса автомобиля.

Задача № 13.

Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол 15° с горизонтом. Время подъема тела оказалось в два раза меньше времени спуска. Принять $\operatorname{tg} 15^\circ = 0,268$. Найдите коэффициент трения. Ответ округлите до сотых.

Дано: $\alpha = 15^\circ; 2t_n = t_c; \mu - ?$ Решение:



1) $ox: ma_1 = F_{\text{тр}} + mg \sin\alpha; oy: 0 = N - mg \cos\alpha$

2) $ox: ma_2 = mg \sin\alpha - F_{\text{тр}}; oy: 0 = N - mg \cos\alpha$

$$S_1 = \frac{a_1 t_{\pi}^2}{2}; S_2 = \frac{a_2 t_c^2}{2}; S_1 = S_2; \frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{t_c}{t_{\pi}}\right)^2; \frac{a_1}{a_2} = \frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 2^2.$$

Решаем относительно μ , получаем $\mu = 0,16$.

Ответ: $\mu = 0,16$

Задача № 14.

Спутник движется по орбите так, что он все время находится над одной и той же точкой экватора и той же высоте. Каково расстояние от такого спутника до центра Земли. Масса Земли $5,98 \cdot 10^{24}$ кг, гравитационная постоянная $6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг². Ответ представьте в мегаметрах и округлите до целого числа.

Дано: $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ кг; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²; r – ? Решение:

$$F = G \frac{mM}{r^2}; F = ma_{ц}; a_{ц} = \frac{4\pi^2}{T^2} r; \omega_c = \omega_3; T_c = T_3 = 24 \cdot 3600 \text{ (с)}; G \frac{mM}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r,$$

$$\text{отсюда } r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}; r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot (86,4 \cdot 10^3)^2}{4\pi^2}} = 42 \cdot 10^6 \text{ (м)} = 42 \text{ (Мм)}.$$

Ответ: $r = 42$ Мм

Задача № 15.

Вертикально расположенная пружина соединяет два груза. Масса верхнего груза 2 кг, нижнего 3 кг. Когда система подвешена за верхний груз, длина пружины равна 10 см. Если же систему поставить вертикально на подставку, длина пружины равна 4 см. Определите длину ненапряженной пружины. Ответ представьте в сантиметрах.

Дано: $m_1 = 2$ кг; $m_2 = 3$ кг; $l_1 = 10$ см; $l_2 = 4$ см; l_0 – ? Решение:

1 случай: $F_{\text{упр}2} = m_2 g$;

2 случай: $F_{\text{упр}1} = m_1 g$.

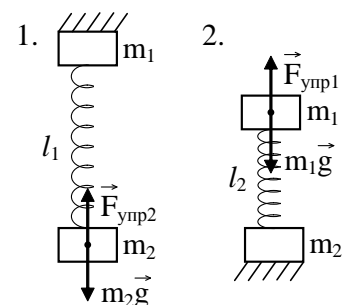
1 случай: $k(l_1 - l_0) = m_2 g$;

2 случай: $k(l_0 - l_2) = m_1 g$.

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_1 - l_0}{l_0 - l_2}, \text{ отсюда } l_0 = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 4}{2 + 3} = 6,4 \text{ (см)}.$$

Ответ: $l_0 = 6,4$ см

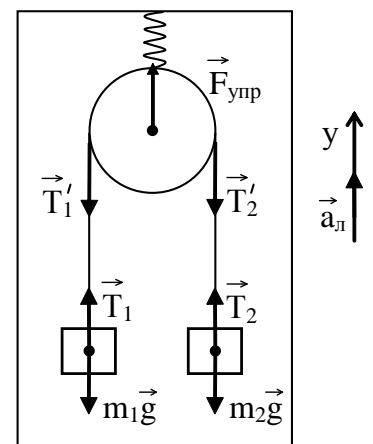


Задача № 16.

К потолку лифта, движущемуся вертикально вверх с ускорением $1,2$ м/с², прикреплен динамометр, к которому подвешен блок, свободно вращающийся вокруг горизонтальной оси. Через блок перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами $0,2$ кг и $0,3$ кг. Определите показания динамометра, считая блок и нити невесомыми. Принять $g = 10$ м/с². Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых.

Дано: $m_1 = 0,2$ кг; $m_2 = 0,3$ кг; $a_{\text{л}} = 1,2$ м/с²; $g = 10$ м/с²; P – ?

Решение:



Будем считать, что нить невесома и нерастяжима. Массой блока пренебрегаем.

$$|\vec{T}_2| = |\vec{T}_1|; |\vec{T}_1| = |\vec{T}_1|; |\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|; |\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|.$$

$$T_1 - m_1g = m_1(a_1 + a_{пл});$$

$$T_2 - m_2g = m_2(a_{пл} - a_2);$$

$$a + a_{пл} = \frac{T - m_1g}{m_1}; \quad a_{пл} - a = \frac{T - m_2g}{m_2}.$$

$$\text{Решим систему относительно } T: T = \frac{2(g + a_{пл})m_1m_2}{m_1 + m_2}; \quad F_{упр} = 2T; \quad \vec{F}_{упр} = -\vec{P}.$$

$$P = \frac{4m_1m_2(g + a_{пл})}{m_1 + m_2} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot (10 + 1,2)}{0,2 + 0,3} = 5,4 \text{ Н}$$

Ответ: $P = 5,4 \text{ Н}$

Задача № 17.

На платформе, масса которой 5 кг, лежит груз массой 500 г. Коэффициент трения между грузом и платформой равен 0,1. Платформу тянут с силой 7 Н. Определите ускорения платформы и груза, если платформа движется по абсолютно гладкой поверхности. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых.

Дано: $M = 5 \text{ кг}; m = 0,5 \text{ кг}; \mu = 0,1; F = 7 \text{ Н}; g = 10 \text{ м/с}^2; a_n - ? a_z - ?$ Решение:

Груз. ох: $ma_{г} = F_{21};$

оу: $0 = N_1 - mg;$

Платформа

ох: $Ma_{пл} = F - F_{12};$

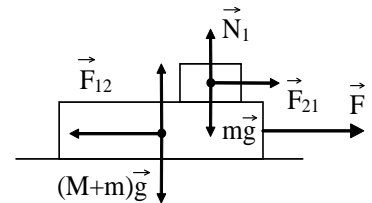
оу: $0 = N_2 - (m + M)g;$

$$|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}| = \mu N_1 = \mu mg;$$

$$a_{г} = \mu g = 1,0 \text{ (м/с}^2\text{)};$$

$$a_{пл} = \frac{F - \mu mg}{M} = \frac{7 - 0,1 \cdot 0,5 \cdot 10}{5} = 1,3 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Ответ: $a_{пл} = 1,3 \text{ м/с}^2; a_{г} = 1,0 \text{ м/с}^2$.



Задача № 18.

Бусинка может скользить по обручу радиусом 4,5 м, который вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его центр и лежащей в плоскости обруча, с угловой скоростью 2 рад/с. На какую максимальную высоту относительно нижней точки обруча может подняться бусинка? Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до целого числа.

Дано: $R = 4,5 \text{ м}; \omega = 2 \text{ рад/с}; g = 10 \text{ м/с}^2; h_{max} - ?$

Решение:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_{ц};$$

$$\text{ох: } T \sin \varphi = ma_{ц};$$

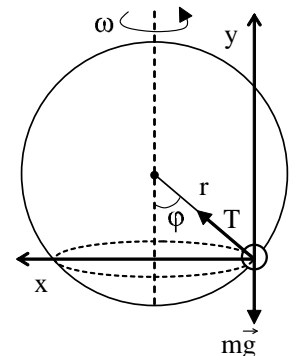
$$\text{оу: } T \cos \varphi - mg = 0;$$

$$a_{ц} = \omega^2 r; r = R \sin \varphi;$$

$$T \sin \varphi = m\omega^2 R \sin \varphi; T \cos \varphi = mg;$$

$$\frac{1}{\cos \varphi} = \frac{\omega^2 R}{g}; \cos \varphi = \frac{R - h}{R} = 1 - \frac{h}{R}; h = R \left(1 - \frac{g}{\omega^2 R} \right) = 4,5 \left(1 - \frac{10}{4 \cdot 4,5} \right) = 2 \text{ (м)}.$$

Ответ: $h_{max} = 2 \text{ м}$



Задача № 19.

Два одинаковых груза массой $M = 100 \text{ г}$ каждый подвешены на концах невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок с неподвижной осью. На один из них кладут перегрузок массой $m = 200 \text{ г}$, после чего система приходит в движение. Найдите модуль силы F действующей на ось блока во время движения грузов. Трением пренебречь.

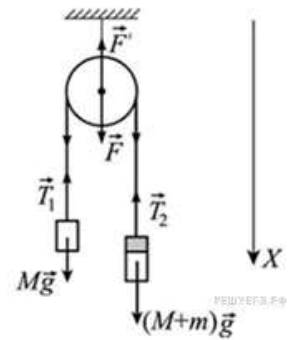
Дано: $M = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$; $m = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}$; F - ? Решение:

Запишем, на основании второго закона Ньютона, уравнения движения для обоих грузов в проекции на вертикальную ось, направленную вниз (см. рис.):

$$Ma_1 = Mg - T_1 \quad (M + m)a_2 = (M + m)g - T_2.$$

Здесь через a_1 и a_2 обозначены проекции ускорений грузов M и $(M + m)$ на вертикальную ось, а через T_1 и T_2 — проекции сил натяжения нити на ту же ось.

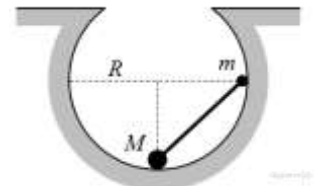
В силу условия задачи из-за нерастяжимости нити $a_1 = -a_2 = -a$, а из-за невесомости блока и нити и отсутствия трения $T_1 = T_2 = T$. Кроме того, в силу третьего закона Ньютона $F = F' = 2T$ (здесь F' — сила, действующая на блок со стороны его оси).



Из написанных уравнений получаем: $a = \frac{m}{m + 2M}g, F = 2T = 2Mg \frac{M + m}{M + (\frac{m}{2})}$.
Подставляя числовые данные и проверяя размерность, имеем: $F \approx 2,18 \text{ Н}$.
Ответ: 2,18 Н.

Задача № 20.

Внутри сферической поверхности помещена гантель. Масса большого шарика $M = 60 \text{ г}$. Стержень, соединяющий шарики, невесом. Коэффициент трения между большим шариком и сферической поверхностью 0,4. Трение между маленьким шариком и сферической поверхностью отсутствует. Определите, при каком значении массы шарика t гантель будет оставаться в неподвижном состоянии.



Дано: $M = 60 \text{ г}$; $\mu = 0,4$; t - ? Решение:

Изобразим силы, действующие на шарики:

По второму закону Ньютона в равновесии суммы сил, действующих на шарики, равны нулю. В проекциях на горизонтальную и вертикальную оси получаем

$$T \cos 45^\circ - N_1 = 0, \quad (1)$$

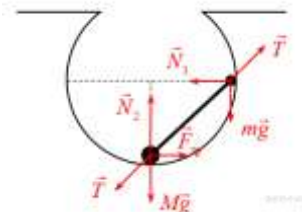
$$T \sin 45^\circ - mg = 0, \quad (2)$$

$$F_{\text{тр}} - T \cos 45^\circ = 0, \quad (3)$$

$$N_2 - T \sin 45^\circ - Mg = 0. \quad (4)$$

Из (2) и (3) получаем $F_{\text{тр}} = mg$ из (2) и (4) получаем $N_2 = (M + m)g$. В неподвижном состоянии $F_{\text{тр}} \leq \mu N_2$ значит, $mg \leq 0,4(M + m)g \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}M = 40 \text{ г}$.

Ответ: $m \leq 40 \text{ г}$.



Задача № 21.

На горизонтальном столе лежит деревянный брусок. Коэффициент трения между поверхностью стола и бруском $\mu = 0,1$. Если приложить к бруску силу, направленную вверх под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, то брусок будет двигаться по столу равномерно. С каким ускорением будет двигаться этот брусок по столу, если приложить к нему такую же по модулю силу, направленную под углом $\beta = 30^\circ$ к горизонту?

Решение:

1) Ускорение равно нулю, так как движение равномерное. $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_T = m\vec{a} = 0$

OX: $F_T \cos \alpha - \mu N = 0 \Leftrightarrow F_T \cos \alpha = \mu N. (1)$

OY: $N + F_T \sin \alpha = mg \Leftrightarrow N = mg - F_T \sin \alpha. (2)$

Из первого и второго уравнения получаем:

$$F_T \cos \alpha = \mu mg - \mu F_T \sin \alpha \Rightarrow F_T = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}. (3)$$

2) Ускорение не равно нулю, так как движение с ускорением.

$$\vec{F}_T + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр}1} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

OX: $F_T \cos \beta - \mu N_1 = ma \Leftrightarrow a = \frac{F_T \cos \beta - \mu N_1}{m}. (4)$

OY: $N_1 + F_T \sin \beta = mg \Leftrightarrow N_1 = mg - F_T \sin \beta. (5)$

Из четвертого и пятого уравнения получаем:

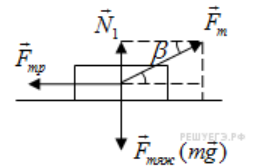
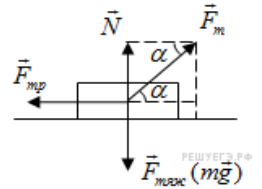
$$a = \frac{F_T \cos \beta - \mu mg + F_T \mu \sin \beta}{m} = \frac{F_T (\cos \beta + \mu \sin \beta)}{m} - \mu g. (6)$$

Из третьего и шестого уравнения получаем уравнение в общем виде:

$$a = \frac{\mu mg (\cos \beta + \mu \sin \beta)}{(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) m} - \mu g = \mu g \left(\frac{\cos \beta + \mu \sin \beta}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} - 1 \right)$$

$$a = 0,1 \cdot 10 \cdot \left(\frac{\cos 30^\circ + 0,1 \cdot \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ + 0,1 \cdot \sin 45^\circ} - 1 \right) \approx 0,18 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $0,18 \text{ м/с}^2$.

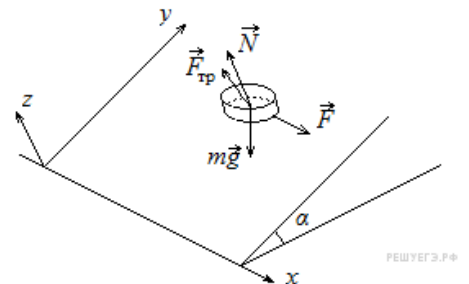


Задача № 22.

Шайба лежит на наклонной плоскости, расположенной под углом 30 градусов к горизонту. Масса шайбы 500 грамм, коэффициент трения о поверхность $0,7$. Какую минимальную горизонтальную силу, параллельную нижнему ребру наклонной плоскости, нужно приложить, чтобы сдвинуть шайбу с места? Ответ дайте в ньютонах и округлите до десятых долей.

Дано: $\alpha = 30^\circ; m = 500\text{г} = 0,5 \text{ кг}; \beta = 30^\circ; \mu = 0,7; F - ?$ **Решение:**

На шайбу действуют сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, сила реакции опоры \vec{N} , направленная перпендикулярно наклонной плоскости, внешняя сила \vec{F} , направленная горизонтально параллельно нижнему ребру, и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная вдоль наклонной плоскости под углом к нижнему ребру.



Сила трения компенсирует действие внешней силы и проекции силы тяжести на наклонную плоскость. В тот момент, когда удаётся сдвинуть шайбу, сила трения становится силой трения скольжения равной $F_{\text{тр}} = \mu N$. Выберем оси, как показано на рисунке. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на эти оси:

$$\begin{cases} O_x: F - F_{\text{тр},x} = 0, \\ O_y: F_{\text{тр},y} - mg \sin \alpha = 0, \\ O_z: N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} O_x: F_{\text{тр},x} = F, \\ O_y: F_{\text{тр},y} = mg \sin \alpha, \\ O_z: N = mg \cos \alpha. \end{cases}$$

Используя равенство $F_{\text{тр}} = \mu N$, получаем:

$$\begin{aligned} \sqrt{F_{\text{тр},x}^2 + F_{\text{тр},y}^2} &= \mu N \Leftrightarrow \sqrt{F^2 + (mg \sin \alpha)^2} = \mu mg \cos \alpha \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F &= mg \sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 0,5 \cdot 10 \cdot \sqrt{0,7^2 \cdot 0,75 - 0,25} \approx 1,7 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Ответ: 1,7 Н.

Задача № 23.

Сферическую оболочку воздушного шара делают из материала, квадратный метр которого имеет массу 2 кг. Шар наполняют гелием при атмосферном давлении 10^5 Па. Определите минимальную массу оболочки, при которой шар начнёт поднимать сам себя. Температура гелия и окружающего воздуха одинакова и равна 0°C .

Дано: $b = 2 \text{ кг/м}^2$; $p = 10^5 \text{ Па}$; $M_e = 29 \cdot 10^{-10} \text{ кг/моль}$; $M_{\text{He}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$; $T = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K}$;
 $m - ?$

Решение:

Искомая величина m может быть выражена так:

$m = b \cdot S$, где $b = 2 \text{ кг/м}^2$ — отношение массы оболочки к её площади.

$S = 4\pi r^2$ - площадь сферы, значит $m = bS = b \cdot 4\pi r^2$.

Чтобы найти r шара, воспользуемся оговоркой в условии о том, что шар должен начать подниматься. В этот момент действующая на него сила

Архимеда начинает превышать силу тяжести, т.е. $F_A \geq mg$. При этом минимальному g соответствует ситуация, когда $F_A = F_T$.

Значит: $F_A = \rho_e Vg$; $F_T = m_{\text{об}}g + m_{\text{He}}g$.

Второй закон Ньютона в проекциях на вертикаль: $F_A = m_{\text{об}}g + m_{\text{He}}g$.

Силы выражены через радиус r :

$$\rho_e g V = m_{\text{об}}g + m_{\text{He}}g = bSg + \rho_{\text{He}} Vg, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ - объем шара}$$

$$\text{откуда} \quad \rho_e g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = b \cdot 4\pi r^2 \cdot g + \rho_{\text{He}} g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3,$$

$$r = \frac{3b}{\rho_e - \rho_{\text{He}}},$$

откуда получаем радиус оболочки:

Плотности гелия и воздуха:

$$pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{Mp}{RT}$$

$$\rho_{\text{He}} = \frac{M_{\text{He}}p}{RT}$$

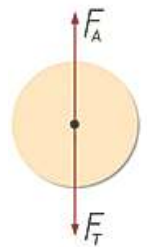
$$\rho_e = \frac{M_e p}{RT}$$

$$r = \frac{3bRT}{(M_e - M_{\text{He}})p} \approx 5,44$$

Радиус оболочки: $r \approx 5,44 \text{ м}$,

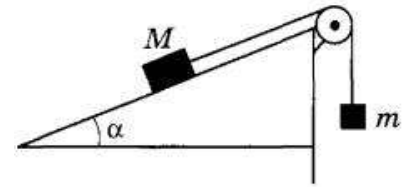
её масса: $m = bS = b \cdot 4\pi r^2 = 745 \text{ кг}$.

Ответ: 745 кг.



Задача № 24.

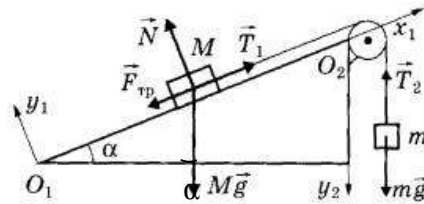
Грузы массами $M = 1$ кг и m связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок, по которому нить может скользить без трения (см. рисунок). Груз массой M находится на шероховатой наклонной плоскости (угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$, коэффициент трения $\mu = 0,3$). Чему равно максимальное значение массы m , при котором система грузов ещё не выходит из первоначального состояния покоя?



Дано: $M = 1$ кг $\mu = 0,3$; $\alpha = 30^\circ$; $m - ?$

Решение:

Если масса m достаточно велика, но грузы ещё покоятся, то сила трения покоя, действующая на груз массой M , направлена вниз вдоль наклонной плоскости (см. рисунок).



$$M\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 = M\vec{a}_1$$

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_2$$

2. Будем считать систему отсчёта, связанную с наклонной плоскостью, инерциальной. Запишем второй закон Ньютона для каждого из покоящихся тел в проекциях на оси введённой системы координат:

$$a_1 = a_2 = 0 \text{ - покой}$$

$$\left. \begin{aligned} O_1x_1: T_1 - Mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} &= 0 \\ O_1y_1: N - Mg \cos \alpha &= 0 \\ O_2y_2: mg - T_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Учтём, что $T_1 = T_2 = T$ (нить лёгкая, между блоком и нитью трения нет), $F_{\text{тр}} \leq \mu N$ (сила трения покоя). Тогда $T = mg$, $F_{\text{тр}} = mg - Mg \sin \alpha$, $N = Mg \cos \alpha$, и мы приходим к неравенству $mg - Mg \sin \alpha \leq \mu Mg \cos \alpha$ с решением $m \leq M (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$.

Таким образом, $m_{\text{max}} = M (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \approx 0,76$ кг.

Ответ: 0,76 кг

Задача № 25.

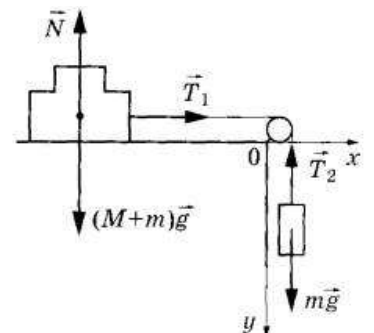
Система грузов M , m_1 и m_2 , показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола — горизонтальная гладкая. Коэффициент трения между грузами M и m_1 равен $\mu = 0,2$. Грузы M и m_2 связаны лёгкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть $M = 1,2$ кг, $m_1 = m_2 = m$. При каких значениях m грузы M и m_1 движутся как одно целое?

Дано: $M = 1,2$ кг; $\mu = 0,2$; $m_1 = m_2 = m$; $m - ?$

Решение:

1. Пока грузы M и m_1 движутся как одно целое, будем считать их одним телом ($M + m$) сложной формы. На рисунке показаны внешние силы, действующие на это тело и на груз.

2. Будем считать систему отсчёта, связанную со столом, инерциальной. Запишем второй закон Ньютона для каждого



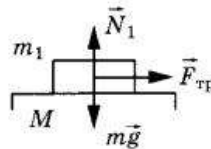
из тел в проекциях на оси Ox и Oy введённой системы координат:

$$\left. \begin{aligned} Ox: (M+m)a_1 &= T_1 \\ Oy: ma_2 &= mg - T_2 \end{aligned} \right\}$$

Учтём, что $T_1 = T_2 = T$ (нить лёгкая, скользит по блоку без трения), $a_1 = a_2 = a$ (нить нерастяжима), и сложим уравнения.

Получим: $(M+2m)a = mg$, откуда $a = g \frac{m}{M+2m}$.

3. Рассмотрим груз m_1 отдельно. Запишем для него второй закон Ньютона в проекциях на оси Ox и Oy и учтём, что груз m_1 покоится относительно груза M :

$$\left. \begin{aligned} Ox: ma &= F_{\text{тр}} \\ Oy: mg - N_1 &= 0 \\ F_{\text{тр}} &\leq \mu N_1 \end{aligned} \right\}$$


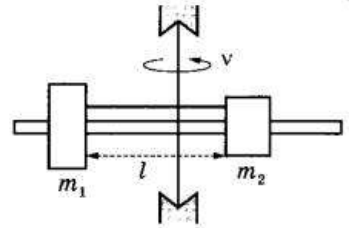
Получим: $ma \leq \mu N_1 = \mu mg$, откуда $a = g \frac{m}{M+2m} \leq \mu g$.

Решая неравенство $\frac{m}{M+2m} \leq \mu$ относительно m , получим: $m \leq \frac{\mu M}{1-2\mu} = 0,4$ кг.

Ответ: $m \leq 0,4$ кг

Задача № 26.

На вертикальной оси укреплена гладкая горизонтальная штанга, по которой могут перемещаться два груза массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 400$ г, связанные нерастяжимой невесомой нитью длиной $l = 30$ см. Нить закрепили на оси так, что грузы располагаются по разные стороны от оси и натяжение нити с обеих сторон от оси при вращении штанги одинаково (см. рисунок). С какой частотой необходимо вращать штангу, чтобы модуль силы натяжения нити, соединяющей грузы, составлял $T = 95$ Н?



Дано: $m_1 = 100$ г $m_2 = 400$ г; $l = 30$ см; $T = 95$ Н; m - ? Решение:

Для каждого груза выберем инерциальную систему отсчёта, ось которой направлена вдоль штанги к оси вращения (см. рисунок), и запишем в проекциях второй закон Ньютона для грузов:

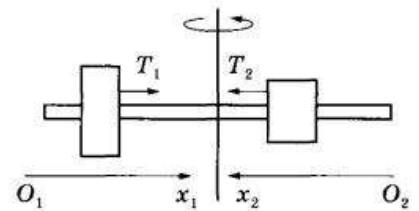
$$\left\{ \begin{aligned} m_1 a_1 &= T_1 \\ m_2 a_2 &= T_2 \end{aligned} \right., \quad \text{где} \quad a_1 = \omega^2 R_1, \quad a_2 = \omega^2 R_2$$

центростремительные ускорения грузов, $\omega = 2\pi\nu$ — угловая скорость вращения, R_1 и R_2 — радиусы окружностей.

Учитывая, что $T_1 = T_2 = T$ и $R_1 + R_2 = l$, из записи второго закона Ньютона получим:

$$R_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l, \quad T_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (2\pi\nu)^2 l = T$$

Подставляя значения физических величин, найдём частоту вращения штанги:



$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{T(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 l}}$$

$$v = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{95 \cdot (0,1 + 0,4)}{0,1 \cdot 0,4 \cdot 0,3}} \approx 10 \text{ об/с}$$

Ответ: 10

Задача № 27.

Свинцовый шар подвешен на нити и полностью погружён в воду (см. рисунок). Нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Модуль силы, с которой нить действует на шар, $T = 30 \text{ Н}$. Плотность свинца $\rho = 11300 \text{ кг/м}^3$. Чему равна масса шара? Трением шара о стенку пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шар.

Дано: $T = 30 \text{ Н}; \alpha = 30^\circ; \rho = 11300 \text{ кг/м}^3; m - ?$

Решение:

Систему отсчёта, связанную с Землёй, считаем инерциальной. Запишем

второй закон Ньютона: $T + mg + N + F_A = 0$.

Поскольку трение шара о стенку отсутствует, линия действия силы натяжения нити будет проходить через центр шара. В проекциях на оси Ох и Оу второй закон Ньютона запишем в виде:

$$Ox: N - T \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$Oy: mg - T \cos \alpha - F_A = 0 \quad (2)$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

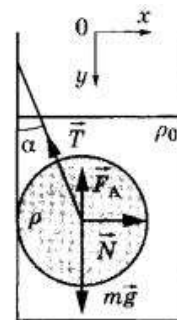
Объём шара $V = \frac{m}{\rho}$. Величина выталкивающей силы определяется по

закону Архимеда: $F_A = \rho_0 g V = mg \frac{\rho_0}{\rho}$, (3) где ρ_0 — плотность воды.

Выполняя математические преобразования с формулами (2) и (3), получим:

$$m = \frac{\rho T \cos \alpha}{g(\rho - \rho_0)} \approx \frac{11300 \cdot 30 \cdot 0,866}{10 \cdot (11300 - 1000)} \approx 2,85 \text{ кг.}$$

Ответ: 2,85



Задача № 28.

Тело малых размеров подвешено на невесомой нерастяжимой нити к потолку вагона, движущемуся прямолинейно с ускорением 580 см/с^2 . Определите угол отклонения нити от вертикали.

Дано: $a = 5,8 \text{ м/с}^2; \alpha - ?$

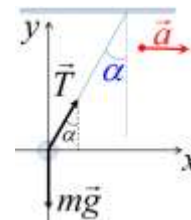
Решение:
Делаем рисунок к задаче относительно инерциальной системы отсчёта (поверхности Земли).

Определим силы, действующие на грузик, висящий на нити.

По условию задачи, грузик не имеет электрического заряда, не намагничен и по нему не протекает электрический ток. Поэтому электрическое, магнитное и электромагнитное поля на него действовать не будут. Однако грузик обладают массой, поэтому из всех физических полей на него будет действовать только сила тяжести mg со стороны гравитационного поля Земли.

Теперь рассмотрим, какие тела действуют на грузик. Это невесомая нерастяжимая нить, которая будет действовать на грузик с силой натяжения нити T .

По условию задачи, грузик имеет малые размеры, то есть его можно рассматривать как материальную точку. Следовательно, сила Архимеда действовать на тело не будет.



Силами гравитационного притяжения $F_{гpk}$ окружающим телам, ввиду их чрезвычайной малости, пренебрегаем.

Запишем второй закон Ньютона для тела: $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Распишем уравнение на оси координат:

$$\begin{aligned} \text{OX: } T \sin \alpha &= ma \\ \text{OY: } T \cos \alpha - mg &= 0 \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{aligned} \text{OX: } T \sin \alpha &= ma \\ \text{OY: } T \cos \alpha &= mg \end{aligned}$$

Разделим последние уравнения друг на друга: $\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg}, \Rightarrow, \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}, \Rightarrow, \alpha = \operatorname{arctg} \frac{a}{g}$.

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{5,80 \frac{M}{c^2}}{10 \frac{M}{c^2}} = \operatorname{arctg} 0,58 \approx 30^\circ.$$

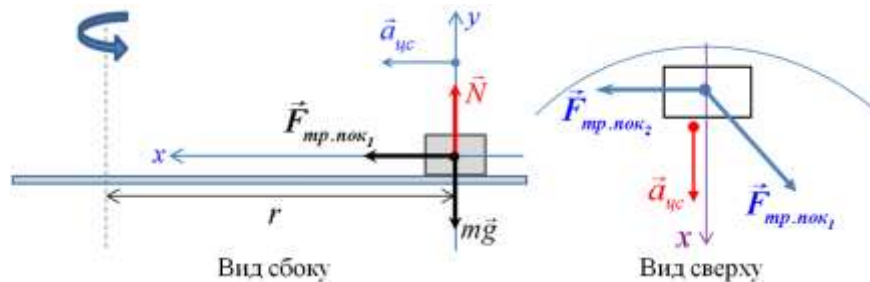
Ответ: 30

Задача № 29.

Тело малых размеров массой 200 г лежит на равномерно вращающемся с частотой 30 об/мин горизонтальном диске. На каком максимальном расстоянии r_{max} от оси вращения диска может находиться тело, чтобы оно не соскользнуло с диска. Коэффициент трения скольжения тела о диск равен 0,5.

Дано: $m = 0,2 \text{ кг}; n = 0,5 \text{ об/с}; \mu = 0,5; r_{max} - ?$ Решение:

Делаем рисунок к задаче относительно инерциальной системы отсчёта (поверхности Земли).



Запишем второй закон Ньютона для тела относительно поверхности Земли:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр.пок1} + \vec{F}_{тр.пок2} = m\vec{a}_{цс}.$$

Распишем уравнение на оси координат:

$$\begin{aligned} \text{OX: } F_{тр.пок} &= m\omega^2 r, \\ \text{OY: } N - mg &= 0, \end{aligned}$$

где $F_{тр.пок}$ - это результирующая сил трения покоя $F_{тр.пок1}$ и $F_{тр.пок2}$, действующих на тело, которая направлена по радиусу к центру траектории тела.

При максимальном расстоянии r_{max} тела от оси вращения, сила трения покоя будет достигать своего максимального значения $F_{тр.пок}^{max} = \mu N$.

Если расстояние тела от оси вращения диска окажется больше максимального (то есть $r_{max} > r$), то сила трения покоя уже не сможет удержать тело на диске, и оно начнёт с него соскальзывать.

Учтя, что $\omega = 2\pi n$, $\mu N = m4\pi^2 n^2 r_{max}$.

Силу реакции опоры выразим из уравнения $N = mg$.

$$r_{\max} = \frac{\mu \Delta m g}{4\pi^2 n^2} = \frac{\mu g}{4\pi^2 n^2} \cdot [r_{\max}] = \frac{M}{\rho^2} \cdot \frac{\rho^2}{1} = M.$$

$$r_{\max} = \frac{0,5 \cdot 10 \frac{M}{c^2}}{4 \cdot 3,14^2 \cdot \left(0,5 \frac{\text{об}}{c}\right)^2} = 0,5M.$$

Ответ: 0,5M

Задача № 30.

Наибольшее удаление от земной поверхности первого искусственного спутника Земли равнялось $h = 947$ км. Какой скоростью должен был обладать спутник на этой высоте, чтобы удержаться на круговой орбите? Каков при этом период обращения спутника вокруг Земли? Сопротивлением атмосферы движению пренебречь. Ускорение силы тяжести на поверхности Земли принять равным $g = 9,8$ м/с², а радиус Земли $R_3 = 6370$ км.

Дано: $h = 947$ км; $g = 9,8$ м/с²; $R_3 = 6370$ км; $v, T - ?$ **Решение:**

На спутник действует только сила притяжения к Земле, которая сообщает спутнику

$$\gamma \frac{mM_3}{R_2} = \frac{mv^2}{R},$$

центростремительное ускорение. Поэтому выполняется равенство: где m – масса спутника, $R = (R_3 + h)$ – расстояние между центрами Земли и спутника.

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M_3}{R_3 + h}}.$$

После преобразований получим:

Подкоренное выражение удобно умножить и разделить на квадрат радиуса Земли, так как

$$\gamma \frac{M_3}{R_3^2} = g = 9,8 \text{ м/с}^2.$$

$$v = \sqrt{\frac{gR_3^2}{R_3 + h}} = R_3 \sqrt{\frac{g}{R_3 + h}},$$

$$v = 6,37 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{9,8}{6,37 \cdot 10^6 + 0,947 \cdot 10^6}} = 7400 \text{ м/с} = 7,4 \text{ км/с}.$$

$$T = \frac{2\pi \cdot (R_3 + h)}{v} = 2\pi \frac{R_3 + h}{R_3 \sqrt{g}} = 6120 \text{ с} = 1 \text{ ч } 42 \text{ мин}.$$

Для периода обращения имеем:

Ответ: период обращения спутника 1 ч 42 мин, а скорость 7,4 км/с.

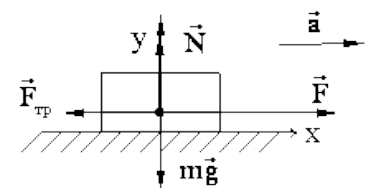
Задача № 31.

Под действием силы тяги F , направленной вдоль горизонтальной плоскости, по ее поверхности начинает скользить без начальной скорости тело массой 4 кг и через 3 с после начала движения приобретает скорость 0,6 м/с. Найти силу F , если коэффициент трения между телом и плоскостью 0,2.

Дано: $v_0 = 0$; $m = 4$ кг; $t = 3$ с; $v = 0,6$ м/с; $k = 0,2$; $F - ?$

Решение:

На движущееся тело действует четыре силы: сила тяги \vec{F} , сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции \vec{N} плоскости. Вектор \vec{a} направлен параллельно плоскости вправо. Запишем для данного тела уравнение второго закона Ньютона в



векторной форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$ (1)

За положительное направление оси X примем направление движения тела, ось Y направим вертикально вверх. Спроецировав все силы на ось X, составим уравнение движения тела:

$$F - F_{\text{тр}} = ma. \text{ Отсюда } F = F_{\text{тр}} + ma$$

Найдя проекции сил на ось Y, запишем уравнение (1) в проекции на эту ось:

$$N - mg = 0, \quad N = mg.$$

Учитывая, что $F_{\text{тр}} = k \cdot N$, получим $F_{\text{тр}} = k \cdot mg$ (2)

Так как тело двигалось равноускоренно без начальной скорости, то в момент времени t

скорость тела: $v = at$ Отсюда находим: $a = \frac{v}{t}$ (3)

Подставив значения $F_{\text{тр}}$ и a из формул (2) и (3) в формулу (1), найдем: $F = m \left(kg + \frac{v}{t} \right)$

$$F = kM + \frac{mv}{t}$$

Проверим размерность:

$$F = 4 \cdot \left(0,2 \cdot 9,8 + \frac{0,6}{3} \right) \text{Н} = 8,6 \text{ Н.}$$

Ответ: сила тяги равна $F = 8,6 \text{ Н}$.

Задача № 32.

Груз массой 45 кг перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы 294 Н, направленной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения груза о плоскость 0,1. Определить величину ускорения груза.

Дано: $F = 294 \text{ Н}$; $m = 45 \text{ кг}$; $k = 0,1$; $\alpha = 30^\circ$; $a = ?$ **Решение:**

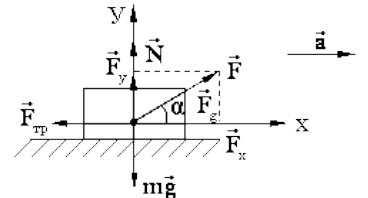
На груз действуют:

$m\vec{g}$ – сила тяжести;

\vec{N} – сила нормальной реакции плоскости;

\vec{F} – сила тяги;

$\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения.



Вектор \vec{a} направлен параллельно плоскости направо. Запишем для данного тела уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a} \quad (1)$$

Выбрав за положительное направление оси X направление движения тела, а ось Y направив вертикально вверх, и, найдя проекции сил на оси, запишем уравнение (1) в проекциях на эти оси:

$$ox: F \cdot \cos\alpha - F_{\text{тр}} = ma, \quad (2)$$

$$oy: N + F \cdot \sin\alpha - mg = 0. \quad (3)$$

Из уравнения (3) находим, что $N = mg - F \cdot \sin\alpha$.

Тогда $F_{\text{тр}} = kN = k \left(mg - F \cdot \sin\alpha \right)$

Подставим это выражение в (2) получим: $F \cdot \cos\alpha - k \left(mg - F \cdot \sin\alpha \right) = ma$,

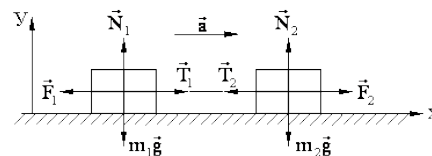
откуда $a = \frac{F \cdot \cos\alpha - k \left(mg - F \cdot \sin\alpha \right)}{m}$,

$$a = \frac{294 \cdot 0,87 - 0,1 \cdot (45 \cdot 9,8 - 294 \cdot 0,5)}{45} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 5,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: груз перемещается с ускорением $a = 5,9 \text{ м/с}^2$

Задача № 33.

На гладком столе лежат два связанных нитью груза массами 0,2 кг и 0,3 кг. К ним приложены силы 0,6 Н и 1 Н соответственно, линии действия которых совпадают с нитью. С каким ускорением движутся грузы? Чему равно натяжение нити? Трение не учитывать.



Дано: $F_1 = 0,6 \text{ Н}$; $F_2 = 1,0 \text{ Н}$; $m_1 = 0,2 \text{ кг}$; $m_2 = 0,3 \text{ кг}$; a , T – ?

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз.

На первый груз действуют:

$m_1 \vec{g}$ – сила тяжести,

\vec{N}_1 – сила нормальной реакции;

\vec{T}_1 – сила натяжения нити,

\vec{F}_1 – приложенная сила.

Уравнение движения для первого груза: $\vec{F}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}_1$.

Проецируя векторное уравнение второго закона Ньютона для первого груза на оси OX и OY ,

$$T_1 - F_1 = m_1 a_1;$$

получаем:

$$N_1 - m_1 g = 0.$$

(1)

На второй груз действуют силы:

$m_2 \vec{g}$ – сила тяжести,

\vec{N}_2 – сила нормальной реакции;

\vec{T}_2 – сила натяжения нити,

\vec{F}_2 – приложенная сила.

Запишем второй закон Ньютона для второго груза в проекциях на те же оси:

$$F_2 - T_2 = m_2 a_2,$$

$$N_2 - m_2 g = 0.$$

(2)

Складывая уравнения (1) и (2) и учитывая, что для невесомой и нерастяжимой нити: $T_1 = T_2 = T$, $a_1 = a_2 = a$.

получим $F_2 - F_1 = a m_1 + m_2 a$ отсюда $a = \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2}$;

$$a = \frac{1 - 0,6}{0,2 + 0,3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Из уравнения (1):

$$T = F_1 + m_1 a; T = (0,6 + 0,2 \cdot 0,8) \cdot \text{Н} = 0,76 \text{ Н}.$$

Ответ: ускорение, с которым движется система грузов равно $a = 0,8 \text{ м/с}^2$; сила натяжения нити $T = 0,76 \text{ Н}$.

Задача № 34.

Брусок массой 2 кг скользит по горизонтальной поверхности под действием груза массой 0,5 кг, прикрепленного к концу нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Коэффициент трения бруска о поверхность 0,1. Найти ускорение движения тела и силу натяжения нити. Массами блока и нити, а также трением в блоке пренебречь.

Дано: $m_1 = 2 \text{ кг}$; $m_2 = 0,5 \text{ кг}$; $k = 0,1$; a_1, T – ? **Решение:**

Рассмотрим движение каждого груза отдельно.

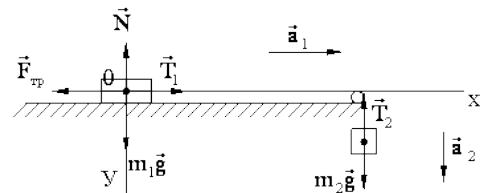
На брусок действуют:

$m_1 \vec{g}$ – сила тяжести;

\vec{N} – сила нормальной реакции плоскости;

\vec{T}_1 – сила натяжения нити;

$\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения.



Запишем для бруска уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\text{тр}} = m_1 \vec{a}_1.$$

Спроецировав полученное уравнение на выбранные направления осей $0X$ и $0Y$, получим:

$$T_1 - F_{\text{тр}} = m_1 a_1; \quad (1)$$

$$m_1 g - N = 0. \quad (2)$$

Поскольку из уравнения (2) следует, что $N = m_1 g$, то $F_{\text{тр}} = kN = km_1 g$

Тогда уравнение примет вид: $T_1 - km_1 g = m_1 a_1. \quad (3)$

На груз действуют: $m_2 \vec{g}$ – сила тяжести; \vec{T}_2 – сила натяжения нити.

Запишем для груза уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2. \quad (4)$$

Спроецировав уравнение (4) на ось $0Y$, получим:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2. \quad (5)$$

Решая совместно систему уравнений (3) и (5) методом почленного сложения уравнений и учитывая, что $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$, получаем:

$$m_2 g - T + T - km_1 g = m_2 + m_1 \cdot a,$$

$$a = \frac{m_2 g - km_1 g}{m_2 + m_1} = \frac{m_2 - km_1}{m_2 + m_1} g,$$

откуда

$$a = \frac{9,8(0,5 - 0,1 \cdot 2)}{0,5 + 2} \text{ м/с}^2 = 1,2 \text{ м/с}^2.$$

Силу натяжения нити находим из уравнения (5):

$$T = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a);$$

$$T = 0,5 \cdot (9,8 - 1,2) \text{ Н} \approx 4,3 \text{ Н}.$$

Ответ: ускорение блока $a = 1,2 \text{ м/с}^2$; сила натяжения нити $T \approx 4,3 \text{ Н}$.

Задача № 35.

Груз массой 5 кг движется вверх по наклонной плоскости под действием связанного с ним невесомой и нерастяжимой нити груза массой 2 кг. Начальные скорости тела и груза равны нулю, коэффициент трения тела о плоскость 0,1, угол наклона плоскости 36° . Определить ускорение, с которым движется тело, и силу натяжения нити. Массами нитей, блока, а также трением в блоке пренебречь.

Дано: $m_1 = 5 \text{ кг}$; $m_2 = 2 \text{ кг}$; $k = 0,1$; $\alpha = 36^\circ$; $a, T - ?$

Решение:

Рассмотрим движение каждого груза отдельно.

На первый груз действуют:

$m_1 \vec{g}$ – сила тяжести;

\vec{N} – сила нормальной реакции наклонной плоскости;

\vec{T}_1 – сила натяжения нити;

$\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения.

По условию задачи вектор ускорения для первого груза направлен вверх по наклонной плоскости. Запишем для первого груза уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\text{тр}} = m_1 \vec{a}_1. \quad (1)$$

Направим ось X вверх по наклонной плоскости, ось Y_1 – перпендикулярно к ней. Проецируя уравнение (1) на выбранные направления осей X и Y_1 , получаем:

$$T_1 - m_1 g \sin \alpha - F_{\text{тр}} = m_1 a_1 \quad (2)$$

$$-m_1 g \cos \alpha + N = 0 \quad (3)$$

Из уравнения (3) находим, что $N = mg \cos \alpha$, поэтому

$$F_{\text{тр}} = kN = kmg \cos \alpha \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в уравнение (2), получаем:

$$T_1 - m_1 g \sin \alpha - kmg \cos \alpha = m_1 a_1 \quad (5)$$

На второй груз действуют: $m_2 \vec{g}$ – сила тяжести; \vec{T}_2 – сила натяжения нити. Ускорение \vec{a}_2 второго груза направлено вертикально вниз. Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме для второго груза:

$$m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2. \quad (6)$$

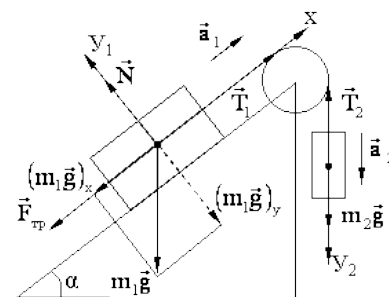
Ось Y_2 направим вертикально вниз. Спроецировав уравнение (6) на ось Y_2 , получим:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \quad (7)$$

Сложив почленно уравнения (5) и (7), получим:

$$T_1 - m_1 g \sin \alpha - kmg \cos \alpha + m_2 g - T_2 = m_1 a_1 + m_2 a_2$$

Учитывая, что $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$, находим:



$$a = g \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + k \cos\alpha)}{m_1 + m_2}$$

$$a = 9,8 \frac{2 - 5 \cdot (0,59 + 0,1 \cdot 0,81)}{5 + 2} \text{ м/с}^2 \approx -1,93 \text{ м/с}^2.$$

Силу натяжения нити определим из уравнения (7):

$$T = m_2 g + m_2 a = m_2 (g + a);$$

$$T = 2(9,8 - 1,93) \text{ Н} = 15,74 \text{ Н}.$$

Ответ: ускорение движения тела $a = -1,93 \text{ м/с}^2$; сила натяжения нити $T = 15,74 \text{ Н}$.
Полученные ответы справедливы только в том случае, если тело m_1 двигалось вверх по наклонной плоскости. Если же в начальный момент тела были неподвижны или двигались в противоположном направлении, задачу следует переделать, так как направление силы трения при таком движении изменяется на противоположное.

Задача № 36.

Груз массой 100 г, привязанный на невесомой нити длиной 50 см, движется в вертикальной плоскости с постоянной скоростью 5 м/с. Определить натяжение нити при прохождении грузом нижней и верхней точек траектории. Чему равна разность сил натяжения в этих точках? Как она зависит от скорости движения груза?

Дано: $m = 0,1 \text{ кг}$; $\ell = 0,5 \text{ м}$; $v = 5 \text{ м/с}$; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; $T_1, T_2 - ?$; $\Delta T = T_1 - T_2$

Решение:

На груз действуют две силы: сила тяжести и сила натяжения нити.

Величина и направление силы тяжести не зависят от положения груза, а величина и направление силы натяжения изменяются при движении. Рассмотрим каждый случай отдельно.

1-ый случай (рис. а): тело находится в нижней точки траектории. Сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ направлена вертикально вниз, сила натяжения \vec{T}_1 вертикально вверх, и обе направлены перпендикулярно к скорости, следовательно и результирующая сила также перпендикулярна скорости и создаёт только нормальное

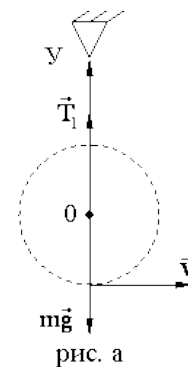


рис. а

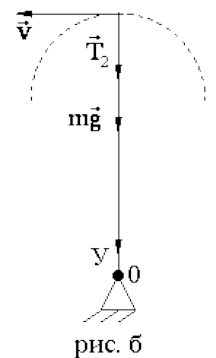


рис. б

ускорений $\vec{a} = \vec{a}_n$. Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a}.$$

Направим ось Y по радиусу к центру окружности и запишем второй закон Ньютона в проекции на это направление:

$$T_1 - mg = ma_y, \quad \text{где } a_y = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{\ell}; \quad \text{тогда } T_1 - mg = m \frac{v^2}{\ell},$$

$$\text{откуда } T_1 - mg + m \frac{v^2}{\ell} = m \left(g + \frac{v^2}{\ell} \right), \quad T_1 = 0,1 \cdot \left(9,8 + \frac{5^2}{0,5} \right) = 6 \text{ Н}.$$

2-ой случай (рис. б): тело находится в верхней точке траектории.

В этом случае обе силы и сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения \vec{T}_2 , направлены вниз и обе, как и в 1 случае, перпендикулярны к скорости. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{T}_2 = m\vec{a}$.

Направим ось Y опять по радиусу к центру окружности и запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось:

$$mg + T_2 = ma_y, \quad \text{где} \quad a_y = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{\ell};$$

$$\text{откуда} \quad T_2 = ma_n - mg = m \left(\frac{v^2}{\ell} - g \right)$$

$$T_2 = 0,1 \cdot \left(\frac{5^2}{0,5} - 9,8 \right) = 4 \text{ Н.}$$

$$\text{определим} \quad T = T_1 - T_2 = \left(mg + \frac{mv^2}{\ell} \right) - \left(\frac{mv^2}{\ell} - mg \right) = mg + \frac{mv^2}{\ell} - \frac{mv^2}{\ell} + mg = 2mg$$

$$T = 2 \cdot 0,1 \cdot 10 = 2 \text{ Н.}$$

Ответ: $T_1 = 6 \text{ Н}$; $T_2 = 4 \text{ Н}$; $T = 2 \text{ Н}$.

Задача № 37.

Две гири весом $P_1 = 3 \text{ кг}$ и $P_2 = 5 \text{ кг}$ соединены нерастяжимой невесомой нитью и перекинута через неподвижный блок. Определить ускорение, с которым движутся гири и натяжение нити.

Дано: $P_1 = 3 \text{ кг}$; $P_2 = 5 \text{ кг}$; a , T – ? Решение:

Оба груза движутся с одним и тем же ускорением \vec{a} . На каждый груз действуют две силы: сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$, появляющаяся в результате взаимодействия этого груза с Землей и сила реакции нити \vec{T} , численно равная силе натяжения нити \vec{T}' , т.е. $\vec{T} = -\vec{T}'$ или $T = T'$.

Уравнение движения грузов в проекциях сил на ось Ox имеет вид:

$$\text{для первого} \quad T - P_1 = \frac{P_1}{g} a \quad (1)$$

$$\text{для второго} \quad T - P_2 = -\frac{P_2}{g} a \quad (2)$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$a = \frac{P_2 - P_1}{P_1 + P_2} g \quad \text{или} \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \quad (3)$$

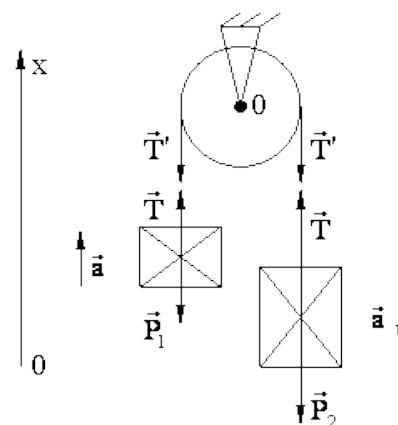
Все данные выражаем в СИ: $P_1 = 3 \text{ кг} = 3 \cdot 9,8 \text{ Н}$;
 $P_2 = 5 \text{ кг} = 5 \cdot 9,8 \text{ Н}$;

$$m_1 = \frac{3 \cdot 9,8 \text{ Н}}{9,8 \text{ м/с}^2} = 3 \text{ кг}, \quad m_2 = 5 \text{ кг}. \quad \text{Получаем} \quad a = 2,45 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}.$$

В формулу (1) или (2) подставим значение ускорения и определим силу натяжения нити:

$$T = P_1 \left(\frac{a}{g} + 1 \right) = 36,75 \text{ Н}$$

Ответ: ускорение движения гирь $a = 2,45 \text{ м/с}^2$; сила натяжения нити $T = 36,75 \text{ Н}$.



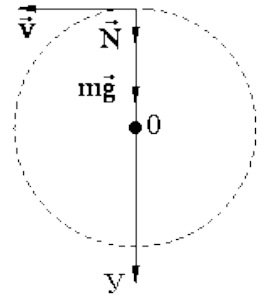
Задача № 38.

Ведро с водой, укрепленное на веревке, вращают в вертикальной плоскости. С какой наименьшей частотой нужно его вращать, чтобы при прохождении через верхнюю

точку траектории удержат воду в ведерке? Расстояние от центра вращения до дна ведерка равно 0,5 м.

Дано: $\ell = 0,5 \text{ м}$; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; $n - ?$ **Решение:**

На движение воды в ведерке действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции со стороны дна веревка \vec{N} . При прохождении верхней точки траектории обе эти силы направлены вертикально вниз. Запишем второй закон Ньютона в векторном виде: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$



Так как каждая сила перпендикулярна к скорости, то результирующая этих сил создает только нормальное ускорение. Направим ось Y по радиусу к центру и запишем второй закон в проекции на эту ось:

$$mg + N = ma, \quad \text{где} \quad a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{\ell} = \omega^2 \ell = 4\pi^2 n^2 \ell.$$

При больших скоростях вращения (больших частотах обращения) $N \gg mg$, при уменьшении частоты обращения N уменьшается и в предельном случае обращается в ноль, поэтому второй закон Ньютона для этого предельного случая будет иметь вид:

$$\begin{aligned} mg &= ma_n; \\ mg &= m \cdot 4\pi^2 n^2 \ell; \\ n &= \sqrt{\frac{g}{4\pi^2 \ell}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}; \\ n &= \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{9,8}{0,5}} = 0,7 \text{ об/с}. \end{aligned}$$

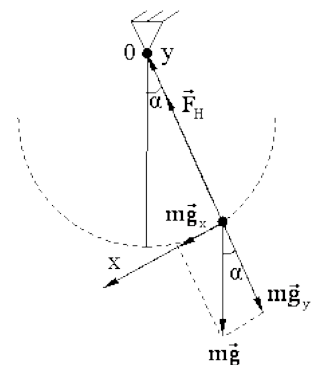
Ответ: частота вращения равна $n = 0,7 \text{ об/с}$.

Задача № 39.

Математический маятник массой 500 г и длиной 1 м равномерно вращается в вертикальной плоскости со скоростью 1,5 м/с. Определить натяжение нити в тот момент, когда она образует с вертикалью угол 60° . Чему равно в этот момент тангенциальное (касательное) ускорение?

Дано: $m = 0,5 \text{ кг}$; $\ell = 1 \text{ м}$; $\alpha = 60^\circ$; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; $F_H, a_\tau - ?$ **Решение:**

На маятник действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила натяжения \vec{F}_H , направленная по радиусу к центру окружности.



Выбираем координатные оси: X – по направлению касательной к траектории; Y – по радиусу к центру.

Раскладываем силу тяжести на составляющие по этим направлениям:

$$m\vec{g} = m\vec{g}_x + m\vec{g}_y$$

Сила натяжения имеет только одну составляющую по оси Y :

$$F_{Hy} = F_H$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на выбранные направления:

на ось X : $m\vec{g}_x = m\vec{a}_\tau$;

$$mg \sin \alpha = ma_{\tau};$$

$$a_{\tau} = g \sin \alpha;$$

$$a_{\tau} = 9,8 \cdot \sin 60^{\circ} = 8,50 \text{ м/с}^2;$$

на ось Y:

$$F_H - mg_y = ma_n;$$

$$F_H = m \frac{v^2}{\ell} + mg \cos \alpha;$$

$$F_H = 0,5 \left(\frac{1,5^2}{1} + 9,8 \cdot 0,5 \right) = 3,58 \text{ Н.}$$

Ответ: сила натяжения нити $F_H = 3,58 \text{ Н}$; касательное ускорение $a_{\tau} = 8,50 \text{ м/с}^2$.

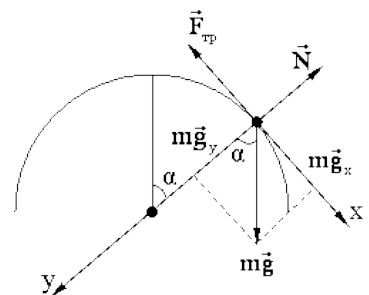
Задача № 40.

Камень соскальзывает с полусферы радиуса R . В момент, когда угол, образованный радиусом, проведенным в точку, где находится камень, и вертикалью равен α , скорость камня равна v . Масса камня m , коэффициент трения камня о сферу k . Найти давление камня на сферу и его тангенциальное ускорение.

Дано: m ; v ; α ; k ; r ; F_g , a_{τ} – ? **Решение:**

На камень при его движении действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз; сила реакции полусферы \vec{N} , направленная

по продолжению радиуса OA , и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная по касательной к траектории, т.е. перпендикулярно радиусу OA . Выберем направление координатных осей следующим образом: ось X по касательной к окружности в сторону, совпадающую со скоростью движения; ось Y по радиусу к центру окружности. Разложим силу тяжести по этим направлениям:



$$mg_x = mg \sin \alpha;$$

$$mg_y = mg \cos \alpha.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на эти направления:

$$\text{на ось X: } mg_x - F_{\text{тр}} = ma_{\tau}; \quad (1)$$

$$\text{на ось Y: } mg_y - N = ma_n; \quad \text{где } a_n = \frac{v^2}{R},$$

$$N = mg \cos \alpha - \frac{mv^2}{R} = m \left(g \cos \alpha - \frac{v^2}{R} \right).$$

следовательно,

$$\text{По третьему закону Ньютона: } |\vec{F}_{\text{дав}}| = |-\vec{N}|.$$

Теперь определим из уравнения (1) найдем a_{τ} :

$$F_{\text{тр}} = kN = km \left(g \cos \alpha - \frac{v^2}{R} \right) a_{\tau} = g \sin \alpha - k \left(g \cos \alpha - \frac{v^2}{R} \right)$$

Ответ: $N = m(g \cos\alpha - \frac{v^2}{R})$; $a\tau = g \sin\alpha - k(g \cos\alpha - \frac{v^2}{R})$.

Задача № 41.

К концам нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены два груза массами 90 г и 110 г. Первоначально они находятся на одном уровне. С каким ускорением движутся тела? На сколько опустится больший груз за 2 с?

Решение:

Изображаем условие графически, указав действующие на тело силы. Обозначаем на рисунке систему отсчета. В данном случае достаточно одной оси.

Записываем в векторной форме второй закон Ньютона и уравнения движения.

$$\sum \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}$$

$$\sum \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

Записываем эти уравнения в скалярной форме: в проекциях на оси координат.

$$m_1 g - T = -m_1 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$

Решаем уравнения в общем виде. Вычитаем первое уравнение из второго.

$$m_2 g - m_1 g = m_2 a + m_1 a$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$$

Подставляем в выражение для нахождения пройденного пути.

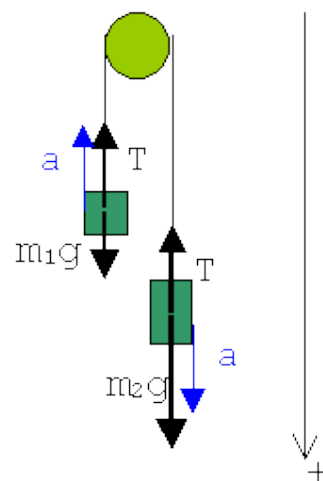
$$s = \frac{(m_2 - m_1)gt^2}{2(m_2 + m_1)}$$

Подставляем величины в общее решение, вычисляем.

$$a = \frac{20}{200} \cdot 9,8 = 0,98 \text{ м/с}^2$$

$$s = 0,46 \cdot 4 = 1,84 \text{ м}$$

Ответ: тела будут двигаться с ускорением 0,98 м/с² и за две секунды пройдут 1,84 метра.



Задача № 42.

На концах нити, перекинутой через блок, подвешены тела разных масс. Под действием силы тяжести каждый из грузов проходит за 2 с после начала движения путь в 2 м. Определить массу меньшего груза, если масса большего равна 5 кг.

Решение:

Изображаем условие графически, указав действующие на тело силы. Обозначаем на рисунке систему отсчета. В данном случае достаточно одной оси.

Записываем в векторной форме второй закон Ньютона и уравнения движения.

$$\sum \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}$$

$$\sum \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}$$

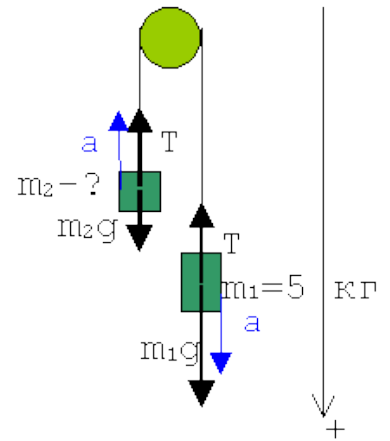
$$\vec{s} = \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

Записываем эти уравнения в скалярной форме: в проекциях на оси координат.

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$m_2 g - T = -m_2 a$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$



Решаем уравнения в общем виде. Вычитаем второе уравнение из первого.

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$m_2 = m_1 \frac{g - a}{g + a}$$

$$a = \frac{s}{2t^2}$$

Из уравнения движения находим ускорение.

Подставляем величины в общее решение, вычисляем. Чтобы избежать громоздких выражений, сначала найдем ускорение, а затем подставим его численное значение в выражение для массы второго тела.

$$a = \frac{2}{8} = 0,25$$

$$m_2 = 5 \cdot \frac{9,8 - 0,25}{9,8 + 0,25} = 4,55 \text{ кг}$$

Ответ: масса второго тела 4,55 кг.

Задача № 43.

Тело массой 2 кг скользит по горизонтальной поверхности стола под действием груза массой 0,5 кг, прикрепленного к вертикальному концу шнура, привязанного к телу и перекинутого через неподвижный блок, закрепленный на краю. С каким ускорением движется тело? Трение не учитывать.

Решение:

Изображаем условие графически. Обозначаем на рисунке силы, действующие на каждое из тел и их ускорения.

Корректируем и обозначаем на рисунке систему отсчета, вводя начало отсчета времени и уточняя оси координат для силы и ускорения. Положительное направление по оси ординат выбираем вниз, для оси абсцисс - вправо.

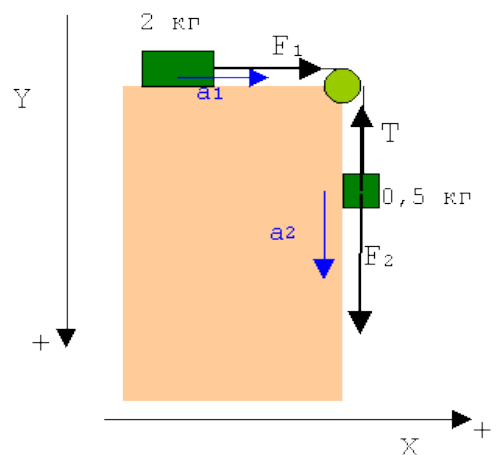
Записываем в векторной форме второй закон Ньютона для каждого из тел

$$\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

$$\vec{F}_2 - T = m_2 \vec{a}_2$$

Тела связаны нитью, поэтому абсолютные

величины их ускорений равны. $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$



Записываем эти же уравнения в скалярной форме: в проекциях на оси координат.

Для первого тела: На ось "OX". $F_{1x} = m_1 a_{1x}$

Так как силы, действующие на первое тело и его ускорение перпендикулярны оси "Y", то их проекции на эту ось равны нулю, и мы их не записываем.

Для второго тела. Так как силы, действующие на второе тело и его ускорение перпендикулярны оси "X", то их проекции на эту ось равны нулю, и мы их не записываем.

На ось "OY". $F_{2y} - T_y = m_2 a_{2y}$

Решаем уравнения в общем виде. Учитываем, что в данном случае проекции на оси численно равны длинам векторов, груз на столе движется именно силой натяжения нити, а

$$F_{1x} = T$$

ко второму грузу приложена сила тяжести, то есть $F_{2y} = m_2 g$

$$F_1 = m_1 a$$

$$F_2 - T = m_2 a$$

$$F_1 = T$$

получаем систему уравнений: $F_2 = m_2 g$

$$T = m_1 a$$

Откуда: $m_2 g - T = m_2 a$

$$m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$$

Складываем два уравнения, получаем:

$$a = \frac{0,5}{2,5} \cdot 9,8 = 1,96 \text{ м/с}^2$$

Подставляем величины в общее решение, вычисляем.

Ответ: Ускорение тела $1,96 \text{ м/с}^2$.