Муниципальное казенное учреждение
«Центр поддержки образования»
муниципального образования Динской район

# Сборник материалов по подготовке к ГИА по ФИЗИКЕпотеме «Законы сохранения. Динамика периодического движения».

Составитель учитель физики БОУ СОШ №20
**Рязанцева Наталья Ивановна**

ст.Динская, 2019

*Задание №1.*

***Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна* 500 м/с. *В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в* 2 *раза больше начальной скорости снаряда, а второй в этом же месте — через* 100 с *после разрыва. Чему равно отношение массы первого осколка к массе второго осколка? Сопротивлением воздуха пренебречь***

**Решение**

Согласно закону сохранения энергии высоту подъема снаряда можно рассчитать по формуле

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Из закона сохранения энергии определяем начальную скорость первого осколка:

$$\frac{m_1(2v_0)^2}{2} = m_1gh + \frac{m_1v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{4v_0^2 - 2gh} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2} = \sqrt{3}v_0.$$

Начальная скорость $v_2$ второго осколка после разрыва снаряда определяется кинематически:

$$y(t) = h + v_2t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} + v_2t - \frac{gt^2}{2} = 0,$$ где $t$ — время полета второго осколка.

Отсюда $v_2 = \dfrac{g^2t^2 - v_0^2}{2gt}$.

Согласно закону сохранения импульса в момент разрыва снаряда

$$m_1v_1 = m_2v_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{g^2t^2 - v_0^2}{2gtv_0\sqrt{3}} \approx 0,43.$$

**Ответ:** $\dfrac{m_1}{m_2} \approx 0,43.$

*Задание №2.*

***Шарик скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиуса* R. *С какой силой давит шарик на желоб в верхней точке петли, если масса шарика* 100 г, *а высота, с которой его отпускают, равна* 4 R *считая от нижней точки петли?***

**Возможное решение**

| |
|---|
| $m = 0.1кг$ |
| $H = 4R$ |
| $g = 10\,\dfrac{м}{с^2}$ |
| $F$ - ? |

По II закону Ньютона в нижней точке петли:

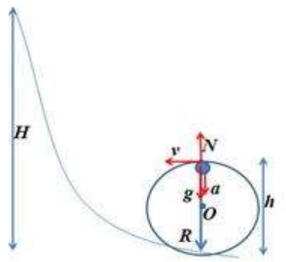
$$m \cdot \vec{g} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}$$

или в проекциях на ось Y

$N + m \cdot g = m \cdot a$, откуда $N = m \cdot (a - g)$ (1)

где $\vec{a}$ – центростремительное ускорение, равное:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (2)$$




Определим скорость из закона сохранения энергии:

$$E_p = E_k \qquad m \cdot g \cdot H = \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h$$

Учитывая, что $h = 2R$:

$$v^2 = 2g \cdot (H - h) = 4 \cdot g \cdot R,$$

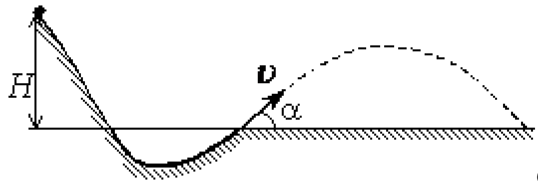
Подставляя значение скорости в (2), а затем значение ускорения в (1), получим:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4 \cdot g \cdot R}{R} = 4 \cdot g$$

$$N = m \cdot (4g - g) = 3 \cdot m \cdot g = 3Н$$

***Ответ:** $N = 3Н$*

*Задание №3.*




C2-28.

***При выполнении трюка «Летающий велосипедист» гонщик движется по гладкому трамплину под действием силы тяжести, начиная движение из состояния покоя с высоты* H *(см. рисунок). На краю трамплина скорость гонщика направлена под углом* α *= 60° к горизонту. Пролетев по воздуху, он приземлился на горизонтальный стол на той же высоте, что и край трамплина. Каково время полета?***

**Возможное решение**

| |
|---|
| $H$ |
| $\alpha = \frac{\pi}{3}$ |
| $g = 10\,\frac{м}{с^2}$ |
| $t$ - ? |

Модель гонщика — материальная точка. Считаем полет свободным падением с начальной скоростью $v_0$, направленной под углом $\alpha$ к горизонту.

Модуль начальной скорости определим из закона сохранения энергии

$$\frac{m\cdot(v_0)^2}{2} = m\cdot g\cdot h, \text{ откуда } v_0 = \sqrt{2\cdot g\cdot H}.$$

Проекции скорости на оси координат:

$$v_{0x} = v_0\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cdot v_0 = \sqrt{g\cdot\frac{H}{2}}, \quad v_{0y} = v_0\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{3}{2}\cdot g\cdot H}$$

Т.к. в верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости равна нулю, то:

$$0 = v_{0y} - g\cdot\frac{t}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}\cdot g\cdot H} - g\cdot\frac{t}{2}, \text{ откуда } t = \sqrt{6\cdot\frac{H}{g}}$$

***Ответ:** √(6H/g).*

*Задание №4.*

***На космическом аппарате, находящемся вдали от Земли, начал работать реактивный двигатель. Из сопла ракеты ежесекундно выбрасывается* 2 кг *газа* (Δm/Δt = 2 кг/с) *со скоростью* v = 500 м/с. *Исходная масса аппарата* M = 500 кг. *Какую скорость приобретет аппарат, пройдя расстояние* S = 36 м? *Начальную скорость аппарата принять равной нулю. Изменением массы аппарата за время движения пренебречь.***

**Решение:**

Закон сохранения импульса для системы «аппарат + газ, выброшенный за интервал времени $\Delta t$»:

$$0 = M\cdot\Delta u - \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot v\cdot\Delta t;$$

формула для ускорения аппарата:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t};$$

формула для скорости равноускоренного движения аппарата из состояния покоя:

$$u = \sqrt{2aS}.$$

Выполнив математические преобразования, получим ответ в общем виде:

$$u = \sqrt{\frac{2Sv}{M}\cdot\frac{\Delta m}{\Delta t}}.$$

**Ответ:** $u = 12$ м/с.

*Задание №5.*

***На краю стола высотой* h = 1,25 м *лежит пластилиновый шарик массой* m = 100 г. *На него со стороны стола налетает по горизонтали другой пластилиновый шарик, имеющий скорость* υ = 0,9 м/с. *Какой должна быть масса второго шарика, чтобы точка приземления шариков на пол была дальше от стола, чем заданное расстояние* L = 0,3 м*? (Удар считать центральным).***

**Возможное решение**

$h = 1.25 м$

$m = 0.1 кг$

$v = 0.9 \frac{м}{с}$

$L = 0.3 м$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

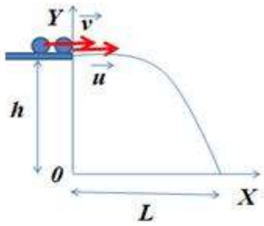
$M$ - ?

По закону сохранения импульса:

$$M \cdot v = (m + M) \cdot u,$$

где $u$ – общая скорость шариков после соударения.

$$u = \frac{M}{m + M} \cdot v$$




Зная высоту стола, найдем время падения шарика:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}, \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Т.к. горизонтальная составляющая скорости постоянна, то дальность полета:

$$L = u \cdot t = \frac{M}{m + M} \cdot v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{или} \quad \frac{L \cdot (m + M)}{M} = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

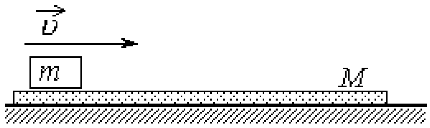
Откуда искомая масса второго шарика

$$M = \frac{m}{\frac{v}{L} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} - 1}, \qquad M = \frac{0.1 кг}{\frac{0.9 \frac{м}{с}}{0.3 м} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1.25 м}{10 \frac{м}{с^2}}} - 1} = 0.2 кг$$

***Ответ: при М > 200 г***

*Задание №6.*

***На гладкой горизонтальной плоскости покоится длинная доска массой* M = 2 кг. *На доске лежит шайба массой* m = 0,5 кг.**




***В начальный момент времени шайбе щелчком сообщили скорость* $v_0$ = 2 м/с. *Коэффициент трения между шайбой и доской* μ = 0,2. *Сколько времени потребуется для того, чтобы шайба перестала скользить по доске?***

**Решение:**

1. Внешние силы, действующие на систему тел «доска – шайба», направлены по вертикали и в сумме равны нулю. Импульс системы тел «доска – шайба» относительно Земли сохраняется:

$$mv_0 = (M + m)v,$$

где $v$ — скорость шайбы и доски после того, как шайба перестала скользить по доске.

2. Сила трения, действующая на доску со стороны шайбы, постоянна и равна

$$F_{тр} = \mu mg.$$

3. Под действием этой силы доска движется с ускорением

$$a = \mu \frac{m}{M} g$$

и достигает скорости $v$ за время

$$t = \frac{v}{a} = \frac{Mv}{\mu mg} = \frac{Mv_0}{\mu g(M + m)} = 0,8 \text{ с.}$$

**Ответ:** $t = 0,8$ с.

*Задание 7.*

***Снаряд, летящий с некоторой скоростью, разрывается на два осколка. Первый осколок летит под углом* 90° *к первоначальному направлению со скоростью* 50 м/с*, а второй – под углом* 30° *со скоростью* 100 м/с*. Найдите отношение массы первого осколка к массе второго осколка.***

**Возможное решение**

$\alpha = \frac{\pi}{2}$

$v_1 = 50\frac{м}{с}$

$\beta = \frac{\pi}{6}$

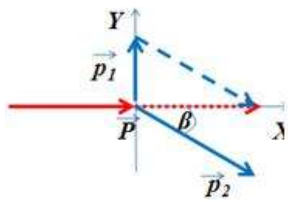
$v_2 = 100\frac{м}{с}$

$m_2/m_1$ - ?

Запишем закон сохранения импульса:

$$(m_1 + m_2)\cdot \vec{v} = m_1 \cdot \vec{v_1} + m_2 \cdot \vec{v_2},$$

где $v$ – скорость снаряда до разрыва.




В проекциях на ось Y (см, рисунок):

$p_1 = p_2 \cdot \sin(\beta)$ или $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \cdot \sin(\beta)$

Разделим обе части уравнения на $m_1$:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2 \cdot \sin(\beta)$$, откуда $$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2 \cdot \sin(\beta)}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{50\frac{м}{с}}{100\frac{м}{с}\cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)} = 1$$

***Ответ:*** $m_2/m_1 = 1$.

*Задание №8.*

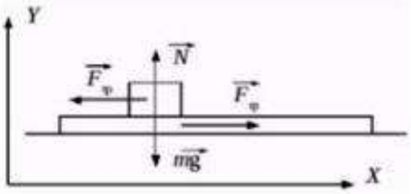
***На гладкой горизонтальной плоскости находится длинная доска массой* М = 2 кг. *По доске скользит шайба массой* m*. Коэффициент трения между шайбой и доской* μ = 0,2. *В начальный момент времени скорость шайбы* $v_0$ = 2 м/с*, а доска покоится. В момент* t = 0,8 с *шайба перестает скользить по доске. Чему равна масса шайбы* m?**

**Образец возможного решения:**

| | |
|---|---|
| $M = 2$ кг<br>$\mu = 0,2$<br>$v_0 = 2$ м/с<br>$\tau = 0,8$ с | |
| $m$ – ? | |

Рассмотрим силы, действующие на тела.

На шайбу - это сила тяжести, сила реакции доски и сила трения со стороны доски.




Такая же по модулю сила трения действует со стороны шайбы на доску (III закон Ньютона), но направлена эта сила в противоположную сторону, при этой шайбу она тормозит, а доску - разгоняет. Правда, эти силы должны еще и направлены быть вдоль одной линии (в плоскости соприкосновения), но я их для упрощения восприятия рисунка разделил.

Кроме того, на доску действуют вертикальные силы, которые в этой задаче роли не играют (так как плоскость, на которой лежит доска - гладкая): сила тяжести, реакции плоскости и вес шайбы - на рисунке их показывать не будем.

Запишем II-ой закон Ньютона через изменение импульса:

$$\Delta\vec{p}=\vec{F}\,\Delta t$$

В проекции на ось X для обоих тел:

$$\begin{cases} m(v_к - v_0) = -F_{тр}\tau \\ M v_к = F_{тр}\tau \end{cases}$$

где $v_K$ — конечная скорость и шайбы и доски (по условию в конце шайба перестает скользить по доске, то есть у них будут одинаковые скорости).

Так как

$$F_{тр}=\mu N$$

а из проекции на ось Y II закона Ньютона для шайбы:

$$N=mg,$$

То

$$\begin{cases} m(v_к - v_0) = -\mu m g\tau \\ M v_к = \mu m g\tau \end{cases}$$

Из первого уравнения находим общую конечную скорость:

$$v_к = v_0 - \mu g\tau = 2 - 0,2\times10\times0,8 = 0,4 \text{ м/с}$$

Подставляя её во второе уравнение - искомую массу шайбы:

$$m=\frac{M v_к}{\mu g\tau}=\frac{2\times0,4}{0,2\times10\times0,8}=0,5 \text{ кг}$$

***Ответ: 5 кг.***

***Задание №9.***

***Летящая горизонтально со скоростью* 20 м/с *пластилиновая пуля массой* 9 г *попадает в неподвижно висящий на нити груз массой* 81 *г, в результате чего груз с прилипшей к нему пулей начинает совершать колебания. Максимальный угол отклонения нити от вертикали при этом равен* α = 60°. *Какова длина нити?***

$v = 20\frac{м}{с}$
$m = 0.009кг$
$M = 0.081кг$
$\alpha = \frac{\pi}{3}$
$g = 10\frac{м}{с^2}$
$l$ - ?

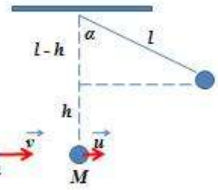
**Возможное решение**

По закону сохранения импульса:

$$m \cdot v = (m + M) \cdot u,$$

откуда

$$u = \frac{m \cdot v}{m + M} \qquad u = \frac{0.009кг \cdot 20\frac{м}{с}}{0.009кг + 0.081кг} = 2\frac{м}{с}$$




По закону сохранения энергии:

$$\frac{(m + M) \cdot u^2}{2} = (m + M) \cdot g \cdot h$$

откуда

$$h = \frac{u^2}{2 \cdot g} \qquad h = \frac{\left(2\frac{м}{с}\right)^2}{2 \cdot 10\frac{м}{с^2}} = 0.2м$$

По свойству треугольника с углом $30^0$:

$l = 2h$, откуда $l = 2 \cdot 0.2м = 0.4м$

1) 10 см 2) 20 см 3) 40 см 4) 1 м

***Задание №10.***

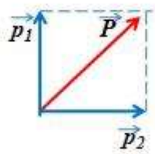
***Перед ударом два пластилиновых шарика движутся взаимно перпендикулярно с одинаковыми импульсами* 1 кг•м/с. *Массы шариков* 100 г *и* 150 г. *После столкновения слипшиеся шарики движутся поступательно. Их общая кинетическая энергия после соударения равна***

$m_1 = 0.1кг$
$m_2 = 0.15кг$
$p_1 = p_2 = 1кг\frac{м}{с}$
$E$ - ?

**Возможное решение**

По закону сохранения импульса (см.рисунок):

$$p = \sqrt{(p_1)^2 + (p_2)^2} = (m_1 + m_2) \cdot u$$




откуда

$$u = \frac{\sqrt{(p_1)^2 + (p_2)^2}}{m_1 + m_2} \qquad u = \frac{\sqrt{\left(1кг\frac{м}{с}\right)^2 + \left(1кг\frac{м}{с}\right)^2}}{0.1кг + 0.15кг} = 5.657\frac{м}{с}$$

Тогда их общая кинетическая энергия после соударения равна

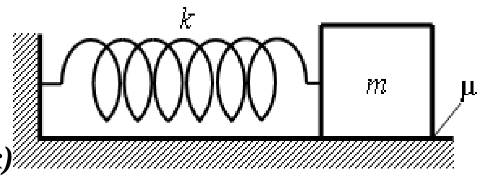
$$E = \frac{(m_1 + m_2) \cdot u^2}{2} \qquad E = \frac{(0.1кг + 0.15кг) \cdot \left(5.657\frac{м}{с}\right)^2}{2} = 4Дж$$

1) 1,7 Дж 2) 4,0 Дж 3) 8,0 Дж 4) 8,3 Дж

***Задание №11.***

***К одному концу лёгкой пружины жёсткостью* k = 100 Н/м *прикреплён массивный груз, лежащий на горизонтальной плоскости, другой конец пружины закреплён неподвижно.***

**(см. рисунок)**




.

***Коэффициент трения груза по плоскости*** μ = 0,2. ***Груз смещают по горизонтали, растягивая пружину, затем отпускают с начальной скоростью, равной нулю. Груз движется в одном направлении и затем останавливается в положении, в котором пружина уже сжата. Максимальное растяжение пружины, при котором груз движется таким образом, равно*** d = 15 см. ***Найдите массу m груза.***

**Возможное решение**

Дано:

$k = 100\,\frac{Н}{м}$

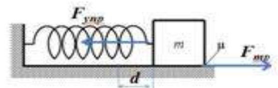
$\mu = 0.2$

$d = 15см = 0.15м$

$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

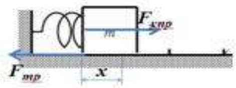
$m$ - ?

При максимальном сжатии пружины силу упругости уравновешивает сила трения покоя:




$$F_{упр} = F_{тр},$$

где




$$F_{упр} = k\cdot x$$

$$F_{тр} = \mu\cdot m\cdot g$$

(x – расстояние от положения равновесия до максимального сжатия).

Получим:

$$k\cdot x = \mu\cdot m\cdot g \quad (1)$$

Изменение энергии системы тел при переходе из начального состояния в конечное равно работе силы трения скольжения

$$\frac{k\cdot d^2}{2} - \frac{k\cdot x^2}{2} = \mu\cdot m\cdot g\cdot(d + x) \quad (2)$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} k\cdot x = \mu\cdot m\cdot g \\ \frac{k\cdot d^2}{2} - \frac{k\cdot x^2}{2} = \mu\cdot m\cdot g\cdot(d + x) \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{\mu}{k}\cdot m\cdot g \\ \frac{k}{2}\cdot(d - x) = \mu\cdot m\cdot g \end{cases}$$

$$d - \frac{\mu}{k}\cdot m\cdot g = 2\cdot\frac{\mu}{k}\cdot m\cdot g$$

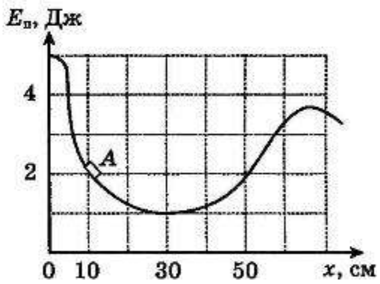
$$3\cdot\frac{\mu}{k}\cdot m\cdot g = d \qquad m = \frac{d\cdot k}{3\cdot\mu\cdot g}$$

$$m = \frac{1}{3}\cdot\frac{0.15м\cdot 100\,\frac{Н}{м}}{0.2\cdot 10\,\frac{м}{с^2}} = 1.5кг$$

***Ответ: m = 2.5кг.***

***Задание №12.***

***После толчка льдинка закатилась в яму с гладкими стенками, в которой она может двигаться практически без трения. На рисунке приведен график зависимости энергии взаимодействия льдинки с Землей от её координаты в яме.***




***В некоторый момент времени льдинка находилась в точке А с координатой*** x = 10 см ***и двигалась влево, имея кинетическую энергию, равную*** 2 Дж. ***Сможет ли льдинка выскользнуть из ямы? Ответ поясните, указав, какие физические закономерности вы использовали для объяснения.***

**Образец возможного решения:**

1. Льдинка сможет выскользнуть из ямы через ее правый край.

2. Трения при движении льдинки нет, поэтому ее механическая энергия сохраняется. Запас кинетической энергии льдинки в точке *A* позволяет ей подняться до уровня, где ее потенциальная энергия составит ***4 Дж***.

3. Левый край ямы поднят до большей высоты. Следовательно, этого края льдинка не достигнет и заскользит вправо. Правый же край ямы ниже: на верху этого края потенциальная энергия льдинки меньше ***4 Дж***. Поэтому льдинка выскользнет из ямы через правый край.

***Задание №13.***

***Пуля летит горизонтально со скоростью* $v_0$ = 150 м/с*, пробивает стоящий на горизонтальной поверхности льда брусок и продолжает движение в прежнем направлении со скоростью* $V_0$/3*. Масса бруска в* 10 раз *больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между бруском и льдом* μ = 0,1*. На какое расстояние* S *сместится брусок к моменту, когда его скорость уменьшится на* 10%*?***

**Возможное решение**

$v_0 = 150\,\frac{м}{с}$

$v_1 = \frac{1}{3}\cdot v_0$

$\frac{M}{m} = 10$

$\mu = 0.1$

$\Delta u = 10\%$

$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

$s$ - ?

По закону сохранения импульса:

$$m\cdot v_0 = m\cdot v_1 + M\cdot u_1$$

где $u_1$ – скорость бруска после того, как его пробила пуля.

$$u_1 = \frac{m}{M}\cdot\left(v_0 - \frac{v_0}{3}\right) = \frac{2}{3}\cdot\frac{m}{M}\cdot v_0 \,, \qquad u_1 = \frac{2}{3}\cdot 0.1\cdot 150\,\frac{м}{с} = 10\,\frac{м}{с} \,.$$

Изменение энергии бруска происходит за счет работы силы трения:

$$\frac{M\cdot(u_1)^2}{2} = A = \Delta W_k = \frac{M\cdot(u_1)^2}{2} - \frac{M\cdot(u_2)^2}{2} = F_{тр}\cdot s$$

Используя условие: $u_2 = 0.9\,u_1$, получим:

$$\frac{M\cdot(u_1)^2}{2} - \frac{M\cdot(0.9\cdot u_1)^2}{2} = \mu\cdot M\cdot g\cdot s$$

откуда:

$$s = \frac{M\cdot\left[(u_1)^2 - (0.9\cdot u_1)^2\right]}{2\cdot\mu\cdot M\cdot g} = \frac{0.19\cdot(u_1)^2}{2\cdot\mu\cdot g}$$

$$s = \frac{0.19\cdot\left(10\,\frac{м}{с}\right)^2}{2\cdot 0.1\cdot 10\,\frac{м}{с^2}} = 9.5м$$

***Ответ: 9.5 м***

***Задание №14.***

***Брусок массой* $m_1$ = 500 г *соскальзывает по наклонной плоскости с высоты* h *и, двигаясь по горизонтальной поверхности, сталкивается с неподвижным бруском массой* $m_2$ = 300 г*. В результате абсолютно неупругого соударения общая кинетическая энергия брусков становится равной* 2,5 Дж*. Определите высоту наклонной плоскости* h*. Трением при движении пренебречь. Считать, что наклонная плоскость плавно переходит в горизонтальную.***

**Образец возможного решения:**

Кинетическая энергия брусков после столкновения

$$E = \frac{(m_1 + m_2)\,v^2}{2},$$

где $v$ — скорость системы после удара, определяемая из закона сохранения импульса на горизонтальном участке:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\,v.$$

Исключая из системы уравнений скорость $v$, получим:

$$E = \frac{(m_1 + m_2)\,v^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Кинетическая энергия первого бруска перед столкновением определяется из закона сохранения механической энергии при скольжении по наклонной плоскости:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h,$$

что дает выражение

$$E = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot m_1 g h.$$

Следовательно

$$h = \frac{E\,(m_1 + m_2)}{g m_1^2}.$$

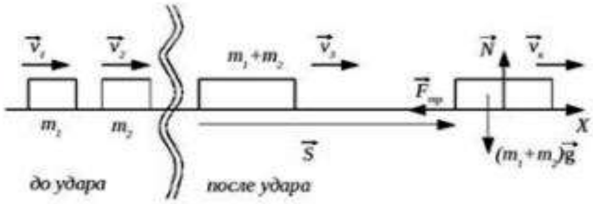
Подставляя значения, получим $h = 0{,}8$ *м*.

***Задание №15.***

***Брусок массой* m *скользит по горизонтальной поверхности стола и нагоняет брусок массой* 6m*, скользящий по столу в том же направлении. В результате неупругого соударения бруски слипаются. Их скорости перед ударом были* $v_0 = 7$ м/с *и* $v_0/3$. *Коэффициент трения скольжения между брусками и столом* $\mu = 0{,}5$. *На какое расстояние переместятся слипшиеся бруски к моменту, когда их скорость станет* $2v_0/7$?.**

**Образец возможного решения:**

При соударении двух тел временем взаимодействия можно пренебречь, а значит сила трения не успевает оказать какое-либо действие на тела. Поэтому, можно воспользоваться законом сохранения импульса:




$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_3$$

$$v_3 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m v_0 + 6m(v_0/3)}{7m} = \frac{3v_0}{7} = 3\,\text{м/с}$$ - скорость тел сразу после соударения.

При дальнейшем движении на тела действует неконсервативная сила - сила трения, которая уменьшает механическую (в данном случае только кинетическую) энергию:

$$\Delta E_{мех} = A_{н.с.} = A_{тр},$$

Учтем, что сила трения:

$$F_{тр} = \mu N,$$

а так как движение происходит по горизонтальной поверхности, то сила реакции опоры:

$$N = (m_1 + m_2)\,g;$$

кроме того, работа силы трения отрицательна, так сила направлена противоположно перемещению (поэтому, появится знак "минус" в выражении для работы).

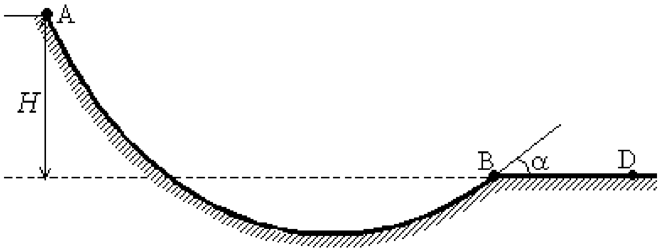
Тогда

$$\frac{(m_1+m_2)v_к^2}{2} - \frac{(m_1+m_2)v_3^2}{2} = -F_{тр}S = -(m_1+m_2)g\mu S \;\Rightarrow\; S = \frac{v_3^2 - v_к^2}{2g\mu} = \frac{3^2 - 2^2}{2\times 10\times 0{,}5} = 0{,}5\ \text{м}.$$

***Ответ: 0,5 м***

*Задание №16.*

***Шайба массой* m *начиняет движение по желобу* AB *из точки* A *из состояния покоя. Точка* A *расположена выше точки* H *на высоте* H = 6 м.**




***В процессе движения по желобу механическая энергия шайбы из-за трения уменьшается на* ΔE = 3 Дж. *В точке* B*шайба вылетает из желоба под углом* $\alpha = 15^0$ *к горизонту и падает на землю в точке* D, *находящейся на одной горизонтали с точкой* B *(см, рисунок). Найдите массу шайбы* m. *Сопротивлением воздуха пренебречь.***

**Возможное решение**

$H = 6м$
$\Delta E = 2Дж$
$\alpha = \frac{\pi}{12}$
$L = 4м$
$g = 10\frac{м}{c^2}$
$m$ - ?

Модуль начальной скорости определим из закона сохранения энергии

$$\frac{m\cdot(v_0)^2}{2} = m\cdot g\cdot h - \Delta E$$ , откуда $$v_0 = \sqrt{2\cdot g\cdot H - \frac{2\cdot\Delta E}{m}}$$ .

Проекции скорости в точке $B$ на оси координат:

$$v_{0x} = v_0\cdot\cos\left(\frac{\pi}{12}\right), \qquad v_{0y} = v_0\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

Дальность полета $AB$ Определяется выражением:

$$AB = L = v_{0x}\cdot t \qquad (1)$$

Т.к. в верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости равна нулю, а время полета до нее равно половине всего времени полета, то:

$$0 = v_{0y} - g\cdot\frac{t}{2}, \text{ откуда: } \quad t = \frac{2\cdot v_{0y}}{g} \qquad (2)$$

Подставляя время (2) в выражение (1), получим:

$$L = v_{0x}\cdot\frac{2\cdot v_{0y}}{g} = \frac{2}{g}\cdot v_0\cdot\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\cdot v_0\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{(v_0)^2}{g}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(2\cdot H - \frac{2\cdot\Delta E}{m\cdot g}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

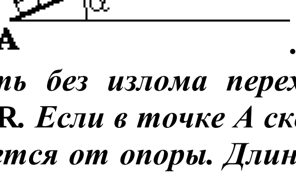
Тогда масса шайбы:

$$m = \frac{\Delta E}{g\cdot\left(H - \frac{L}{2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}\right)} \qquad m = \frac{2Дж}{10\frac{м}{c^2}\cdot\left(6м - \frac{4м}{2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}\right)} = 0.1кг = 100г$$

*Ответ: 0,1 кг.*

*Задание №17.*

***Небольшая шайба после удара скользит вверх по наклонной плоскости из точки А (см. рисунок)***




***В точке В наклонная плоскость без излома переходит в наружную поверхность горизонтальной трубы радиусом* R. *Если в точке А скорость шайбы превосходит* $v_0$ = 4 м/с, *то в точке* B *шайба отрывается от опоры. Длина наклонной плоскости* AB = L = 1 м, *угол* α = 30°. *Коэффициент трения между наклонной плоскостью и шайбой* μ = 0,2. *Найдите внешний радиус трубы* R.**

**Возможное решение**

Изменение механической энергии шайбы происходит за счет работы силы трения:

$$W_p + \Delta W_k = A_{mp}$$

$v_0 = 4\frac{м}{с}$

$l = 1м$

$\alpha = \frac{\pi}{6}$

$\mu = 0.2$

$g = 10\frac{м}{с^2}$

$R$ - ?

Т.к. $W_p = m \cdot g \cdot l \cdot sin(\alpha)$

$$\Delta W_k = \frac{m \cdot (v_B)^2}{2} - \frac{m \cdot (v_0)^2}{2}$$

$A_{mp} = F_{mp} \cdot l \cdot cos(\alpha) = \mu \cdot m \cdot g \cdot l \cdot cos(\alpha)$, получим

$$m \cdot g \cdot l \cdot sin(\alpha) + \frac{m \cdot (v_B)^2}{2} - \frac{m \cdot (v_0)^2}{2} = \mu \cdot m \cdot g \cdot l \cdot cos(\alpha) \qquad (1)$$

В точке B условием отрыва будет равенство центростремительного ускорения величине нормальной составляющей ускорения свободного падения:

$a = g \cdot cos(\alpha) = \frac{(v_B)^2}{R}$, откуда $(v_B)^2 = g \cdot R \cdot cos(\alpha) \qquad (2)$

Подставляя (2) в (1) находим внешний радиус трубы $R$:

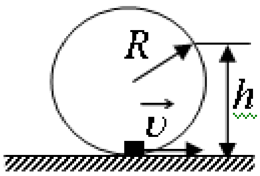
$$g \cdot l \cdot sin(\alpha) + \frac{g \cdot R \cdot cos(\alpha)}{2} - \frac{(v_0)^2}{2} = \mu \cdot g \cdot l \cdot cos(\alpha),$$

$$R = \frac{(v_0)^2}{g \cdot cos(\alpha)} - 2 \cdot l \cdot (tg(\alpha) + \mu) \qquad R = \frac{\left(4\frac{м}{с}\right)^2}{10\frac{м}{с^2} \cdot cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} - 2 \cdot 1м \cdot \left(tg\left(\frac{\pi}{6}\right) + 0.2\right) = 0.3м$$

*Ответ: 0,3 м.*

***Задание №18.***

***Небольшая шайба после толчка приобретает скорость* v = 2 м/с *и скользит по внутренней поверхности гладкого закреплённого кольца радиусом* R = 0,14**




**м.** ***На какой высоте* h *шайба отрывается от кольца и начинает свободно падать?***

**Возможное решение**

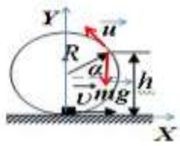
$v = 2\frac{м}{с}$

$R = 0.14м$

$g = 10\frac{м}{с^2}$

$h$ - ?

В момент отрыва от кольца на высоте $h$ шайба имела скорость $u$ (см. рисунок), определяемую из закона сохранения энергии:




$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot u^2}{2} + m \cdot g \cdot h \quad \text{или} \quad v^2 = u^2 + 2g \cdot h \qquad (1)$$

При этой скорости ее центростремительное ускорение

$a = \frac{u^2}{R}$, откуда $u^2 = a \cdot R$

в инерциальной системе отсчета *Oxy*, связанной с Землёй, в. соответствии со вторым законом Ньютона обеспечивалось составляющей силы тяжести, действующей на шайбу и направленной к центру кольца:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot sin(\alpha)$$

Учитывая, что

$sin(\alpha) = \frac{h - R}{R}$, получим: $a = g \cdot \frac{h - R}{R}$ или $u^2 = g \cdot \frac{h - R}{R} \cdot R = g \cdot (h - R)$

Подставляя найденное значение в (1), имеем:

$$v^2 = g \cdot (h - R) + 2g \cdot h = 3 \cdot g \cdot h - g \cdot R,$$

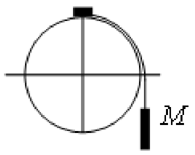
откуда

$$h = \frac{v^2}{3 \cdot g} + \frac{R}{3},$$

$$h = \frac{\left(2\frac{м}{с}\right)^2}{3 \cdot 10\frac{м}{с^2}} + \frac{0.14м}{3} = 0.18м$$

*Ответ: h ≈ 0,18м.*

*Задание №19.*

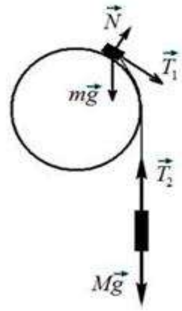



***Система из грузов* m *и* M *и связывающей их лёгкой нерастяжимой нити в начальный момент покоится в вертикальной плоскости, проходящей через центр закреплённой сферы. Груз* m *находится в точке* A *на вершине сферы (см. рисунок). В ходе возникшего движения груз* m *отрывается от поверхности сферы, пройдя по ней дугу* 30°. *Найдите массу* M, *если* m = 100 г. *Размеры груза* m *ничтожно малы по сравнению с радиусом сферы. Трением пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы.***

**Возможное решение**

1. Будем считать систему отсчёта, связанную с Землёй, инерциальной.

2. На рисунке показан момент, когда груз $m$ ещё скользит по сфере. Из числа сил, действующих на грузы, силы тяжести $m\vec{g}$ и $M\vec{g}$ потенциальны, а силы натяжения нити $\vec{T_1}$ и $\vec{T_2}$, а также сила реакции опоры $\vec{N}$ – непотенциальны.




Поскольку нить лёгкая и трения нет,

$$|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = T.$$

Сила $\vec{T_1}$ направлена по скорости $\vec{v_1}$ груза $m$, а сила $\vec{T_2}$ – противоположно скорости $\vec{v_2}$ груза $M$. Модули скоростей грузов в один и тот же момент времени одинаковы, поскольку нить нерастяжима. По этим причинам суммарная работа сил $\vec{T_1}$ и $\vec{T_2}$ при переходе в данное состояние из начального равна нулю. Работа силы $\vec{N}$ также равна нулю, так как из-за отсутствия трения $\vec{N} \perp \vec{v}$.

3. Таким образом, сумма работ всех непотенциальных сил, действующих на грузы $m$ и $M$, равна нулю. Поэтому в инерциальной системе отсчёта, связанной с Землёй, механическая энергия системы этих грузов сохраняется.

4. Найдём модуль скорости груза $m$ в точке его отрыва от поверхности сферы. Для этого приравняем друг другу значения механической энергии системы грузов в начальном состоянии и в состоянии, когда груз $m$ находится в точке отрыва (потенциальную энергию грузов в поле тяжести отсчитываем от уровня центра сферы, в начальном состоянии груз $M$ находится ниже центра сферы на величину $h_0$):

$$mgR - mgh_0 = \frac{mv^2}{2} + mgR\cos\alpha + \frac{Mv^2}{2} + Mg(-h),$$

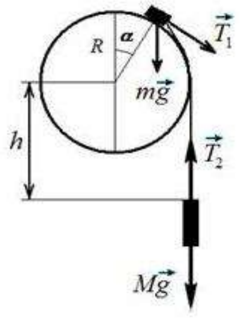
где $R$ – радиус сферы,

$$h - h_0 = R.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2gR\left[m(1-\cos\alpha) + M\frac{\pi}{6}\right]}{m+M}}$$

5. Груз $m$ в точке отрыва ещё движется по окружности радиусом $R$, но уже не давит на сферу. Поэтому его центростремительное ускорение вызвано только силой тяжести, так как сила $\vec{T_1}$ направлена по касательной к сфере (см. рисунок):




$$m\frac{v^2}{R} = mg\cos\alpha.$$

Подставляя сюда значение $v$, получим

$$\frac{2}{m+M}\left[m(1-\cos\alpha) + M\frac{\pi}{6}\right] = \cos\alpha.$$

Отсюда

$$M = \frac{m(3\cos\alpha - 2)}{\frac{\pi}{3} - \cos\alpha} = \frac{0.1\text{кг}\left(3\frac{\sqrt{3}}{2} - 2\right)}{\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 0,33\text{кг} = 330\text{г}$$

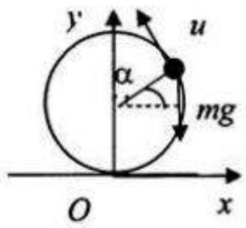
***Ответ: 330 г.***

*Задание №20.*

***Небольшая шайба после толчка приобретает скорость* v = 2 м/с *и скользит по внутренней поверхности гладкого закреплённого кольца радиусом* R = 0,14 м. *На какой высоте* h *шайба отрывается от кольца и начинает свободно падать?***

**Образец возможного решения**

В момент отрыва от кольца на высоте $h$ шайба имела скорость $u$, определяемую из закона сохранения энергии:




$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + mgh \cdot$$

При этой скорости ее центростремительное ускорение

$$a_{цс} = \frac{u^2}{R}$$

в инерциальной системе отсчета $Oxy$, связанной с Землёй, в. соответствии со вторым законом Ньютона обеспечивалось составляющей силы тяжести, действующей на шайбу и направленной к центру кольца:

$$ma_{цс} = mg\sin\alpha.$$

Учитывая, что

$$\sin\alpha = \frac{h-R}{R},$$

исключим из системы уравнений $a_{цс}$ и $u$:

$$v^2 = g(h-R) + 2gh \cdot$$

Отсюда

$$h = \frac{R}{3} + \frac{v^2}{3g} \approx 0{,}18\text{м}.$$

***Ответ:** $h \approx 0{,}18$м.*

*Задание №21.*

***Пуля летит горизонтально со скоростью* $v_0$ = 150 м/с, *пробивает стоящий на горизонтальной поверхности льда брусок и продолжает движение в прежнем направлении со скоростью* $v_0$/3. *Масса бруска в* 10 раз *больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между бруском и льдом* μ = 0,1. *На какое расстояние* S *сместится брусок к моменту, когда его скорость уменьшится на* 10%?**

**Образец возможного решения (рисунок не обязателен):**

Пусть $m$ — масса пули, $M$ — масса бруска, $u_0$ — начальная скорость бруска после взаимодействия с пулей. Согласно закону сохранения импульса $mv_0 = m\frac{v_0}{3} + Mu_0$.

Так как $M = 10m$, то $mv_0 = m\frac{v_0}{3} + 10mu_0 \Rightarrow u_0 = \frac{1}{15}v_0$.

Конечная скорость бруска $u = 0{,}9u_0$.

Изменение механической энергии бруска равно работе силы трения:

$$\frac{Mu^2}{2} - \frac{Mu_0^2}{2} = -\mu MgS \Rightarrow \frac{u_0^2}{2} - \frac{0{,}81u_0^2}{2} = \mu gS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{0{,}19}{2} \cdot \frac{u_0^2}{\mu g} \Rightarrow \frac{0{,}19}{2} \cdot \left(\frac{v_0}{15}\right)^2 \cdot \frac{1}{\mu g}.$$

**Ответ:** $S = 9{,}5$ м.

*Задание №22.*

***Кусок пластилина сталкивается с покоящимся на горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорость пластилина перед ударом равна*** **$v_{пл}$ = 5 м/с.** ***Масса бруска в*** **4 раза** ***больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом*** **μ = 0,25.** ***На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на*** **40%?.**

**Возможное решение:**

**С2. Движущийся кусок пластилина обладает импульсом, который при столкновении передается бруску. В результате брусок движется вместе с прилипшим к нему пластилином. Применим закон сохранения импульса. Перед столкновением импульсом обладает только движущийся кусок пластилина, импульс покоящегося бруска равен нулю. Импульс системы брусок-пластилин перед столкновением: $p_1 = mv_{пл}$, где масса пластилина обозначена $m$.**

**После столкновения пластилин и брусок двигаются вместе с одинаковой скоростью. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина, т.е. равна $4m$. Общая масса равна $5m$. Импульс системы после столкновения $p_2 = 5mv$. Приравняв импульсы, находим скорость бруска с пластилином после столкновения: $mv_{пл} = 5mv \Rightarrow v = \frac{v_{пл}}{5} = 1$ м/с.**

**После столкновения брусок с пластилином приобретают кинетическую энергию, которая уменьшается в процессе движения за счет работы силы трения. Изменение кинетической энергии равно работе силы трения $E_{k2} - E_{k1} = A_{тр}$.**

**Начальная энергия $E_{k1} = \frac{5mv^2}{2}$. Энергия в тот момент, когда скорость уменьшилась на 40% (т.е. стала равной $v - 0,4v = 0,6v$) $E_{k2} = \frac{5m(0,6v)^2}{2}$.**

**Работа силы трения равна произведению силы трения, перемещения и косинуса угла между ними $A_{тр} = F_{тр}S\cos\alpha$. Сила трения равна произведению коэффициента трения и силы реакции опоры $F_{тр} = \mu N = \mu 5mg$, так как при движении по горизонтальной поверхности сила реакции опоры равна силе тяжести. Угол между силой трения и перемещением равен 180°, так как эти вектора направлены противоположно. Следовательно, работа силы трения $A_{тр} = \mu 5mgS\cos 180° = -\mu 5mgS$.**

Приравнивая изменение кинетической энергии работе силы трения, получаем

$$\frac{5m(0,6v)^2}{2} - \frac{5mv^2}{2} = -5\mu mgS \Rightarrow S = \frac{v^2 - 0,36v^2}{2\mu g} = \frac{0,64v^2}{2\mu g} = \frac{0,64}{5} = 0,128 \text{ м}$$

Приравнивая изменение кинетической энергии работе силы трения, получаем

$$\frac{5m(0,6v)^2}{2} - \frac{5mv^2}{2} = -5\mu mgS \Rightarrow S = \frac{v^2 - 0,36v^2}{2\mu g} = \frac{0,64v^2}{2\mu g} = \frac{0,64}{5} = 0,128 \text{ м}$$

**Ответ: $S$ = 0,128 м.**

*Задание №23.*

***От удара копра массой*** **450 кг,** ***падающего свободно с высоты*** **5 м,** ***свая массой*** **150 кг** ***погружается в грунт на*** **10 см.** ***Определите силу сопротивления грунта, считая ее постоянной, а удар — абсолютно неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи в поле тяготения Земли пренебречь***

**Возможное решение:**

Закон сохранения механической энергии при падении копра до удара:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Закон сохранения импульса системы тел «копер + свая» при ударе:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2.$$

Связь работы силы сопротивления грунта с изменением кинетической энергии системы тел «копер + свая» после удара:

$$0 - \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2} = -F h_2.$$

Ответ в общем виде:

$$F = \frac{m_1^2 g h_1}{(m_1 + m_2) h_2}$$

и правильный числовой ответ:

$$F \approx 170 \text{ кН}.$$

***Задание №24.***

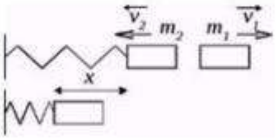
***Пушка, закрепленная на высоте* 5 м*, стреляет в горизонтальном направлении снарядами массы* 10 кг*. Вследствие отдачи ее ствол, имеющий массу* 1000 кг*, сжимает на* 1 м *пружину жесткости* $6 \cdot 10^3$ Н/м*, производящую перезарядку пушки. Считая, что относительная доля* η = 1/6 *энергии отдачи идет на сжатие пружины, найдите дальность полетаснаряда*.**

$h = 5$ м
$m_1 = 10$ кг
$m_2 = 1000$ кг
$x = 1$ м
$k = 6\times10^3$ Н/м
$\eta = 1/6$

$L - ?$

**Образец возможного решения:**

Рассмотрим взаимодействие снаряда и ствола пушки. В момент выстрела **сумма всех внешних сил,** действующих на них, **равнялась нулю.** Поэтому выполняется **закон сохранения импульса:**




$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \textbf{(1)}$$

где слева стоит импульс до выстрела (всё покоилось), справа - непосредственно после.

$v_1$ - скорость, с которой полетел снаряд,

$v_2$ - начальная скорость ствола

Энергия отдачи — это начальная энергия ствола:

$$E_{отд} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

Энергия сжатой пружины:

$$E_{пр} = \frac{k x^2}{2}$$

По условию

$$E_{пр} = \eta E_{отд}$$

то есть

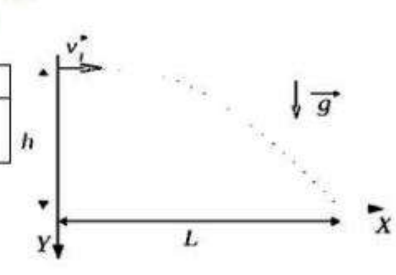
$$\frac{k x^2}{2} = \frac{1}{6} \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{6k}{m_2}} x.$$

Подставляя это выражение в (1), найдем начальную скорость снаряда:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2 = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{\frac{6k}{m_2}} x = \frac{\sqrt{6km_2}}{m_1} x = \frac{\sqrt{6 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 1000}}{10} 1 = 600 м/с$$

Теперь запишем **кинематические законы движения снаряда в проекциях** на оси X и Y:

| *На ось X* | *На ось Y* |
|---|---|
| $L = v_1 t$ | $h = \frac{g t^2}{2}$ |




Из второго выражения можно найти время полета:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times5}{10}} = 1 \text{с}$$

а из первого - дальность полёта:

$$L = 600 \times 1 = 600 \text{м}$$

*Задание №25.*

***Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии* 2 м *от него. Совершив работу* 0,12 Дж*, пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на* 2 см*, а ее жесткость* 100 Н/м*?***

**Образец возможного решения:**

Согласно закону сохранения механической энергии, имеем два равенства:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}, \quad (1)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

где $v_0$ и $v_1$ — скорости летящей пули соответственно на высоте $h$ и непосредственно перед мишенью.

Вся энергия подлетевшей к мишени пули потрачена на механическую работу, так что

$$\frac{mv_1^2}{2} = A. \quad (3)$$

Решая полученную систему уравнений, находим массу пули:

$$m = \frac{2A - kx^2}{2gh} = 5 \text{ г.}$$

*Задание №26.*

***Каково среднее давление пороховых газов в стволе орудия, если скорость вылетевшего из него снаряда равна* 1,5 км/с*? Длина ствола* 3 м*, его диаметр* 45 мм*, масса снаряда* 2 кг*. (Трение пренебрежимо мало.)***

**Возможное решение**

Поскольку трением снаряда в стволе пренебрегаем, можем утверждать, что сила давления пороховых газов на снаряд совершила работу по увеличению кинетической энергии снаряда при его движении внутри ствола:

$$A = W.$$

Работа силы давления пороховых газов:

$$A = Fl,$$

где $l$ – длина ствола.

Сила давления пороховых газов на снаряд:

$$F = pS,$$

где $p$ – среднее давление пороховых газов,

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения ствола,

$d$ – диаметр ствола.

Кинетическая энергия вылетевшего снаряда:

$$W = \frac{mv^2}{2},$$

где $m$ - масса снаряда, $v$ - его скорость.

Таким образом,

$$v\frac{\pi d^2}{4}l = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v = \frac{2mv^2}{\pi d^2 l}.$$

Подставляя известные данные, получаем:

$$p = 4{,}7 \cdot 10^8 \text{ Па}.$$

***Ответ:** $p = 4{,}7 \cdot 10^8$ Па.*

*Задание №27.*

***При выполнении трюка «Летающий велосипедист» гонщик движется по трамплину под действием силы тяжести, начиная движение из состояния покоя с высоты* H *(см.***

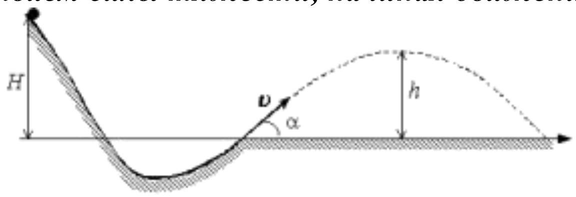



***рисунок). На краю трамплина скорость гонщика направлена под таким углом к горизонту, что дальность его полёта максимальна. Пролетев по воздуху, гонщик приземляется на горизонтальный стол, находящийся на той же высоте, что и край трамплина. Какова высота полёта* h *на этом трамплине? Сопротивлением воздуха и трением пренебречь.***

**Возможное решение**

$H$

$l = max$

$g = 10\frac{м}{c^2}$

$h$ - ?

Модель гонщика — материальная точка. Считаем полет свободным падением с начальной скоростью $\vec{v}$, направленной под углом $\alpha$ к горизонту.

Модуль начальной скорости определим из закона сохранения энергии

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$, откуда $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$.

Дальность полета максимальна, если начальная скорость направлена под углом $45^0$, тогда проекции скорости на оси координат:

$$v_{0x} = v_{0y} = v_0 \cdot cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v_0$$

Высота полета определяется из выражения:

$$h = \frac{(v_{0y})^2}{2g} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v_0\right)^2}{2g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{(v_0)^2}{g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot g \cdot H}{g} = \frac{H}{2}$$

***Ответ: H/2.***