

Замечания по выполнению заданий с развернутым ответом
экзаменационных работ ОГЭ 2025 года по математике .

Критерии оценивания выполнения задания 20

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

20.Решите уравнение: $(2x - 3)^2 = (1 - 2x)^2$.

Решение. Перенесем все члены влево и применим формулу разности квадратов:

$$(2x - 3)^2 - (1 - 2x)^2 = 0; \quad -2(4x - 4) = 0; \quad x = 1.$$

Другой способ. Раскроем скобки, пользуясь формулой квадрата разности:

$$4x^2 - 12x + 9 = 1 - 4x + 4x^2; \quad 8x = 8; \quad x = 1.$$

Ответ: 1.

Задача 20.

Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду:

$$(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0.$$

Уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 + 4x - 5 = 0$ имеет корни -5 и 1 .

Ответ: -5 ; 1 .

Упражнение 20.1. Решите уравнение $(x-2) \cdot (x^2 + 6x + 9) = 6(x+3)$.

Ответ: $-4, -3, 3$.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{20} \quad & (x-2)(x^2+6x+9)=6(x+3) \\
 & (x-2)(x+3)^2-6(x+3)=0 \\
 & (x+3)((x-2)(x+3)-6)=0 \\
 & x=-3 \quad \text{и} \quad x^2+3x-2x-6-6=0 \\
 & \quad \quad \quad x^2+x-12=0 \\
 & \quad \quad \quad \begin{array}{l|l} a=1 & D=1+48=49 \\ b=1 & D>0, 2 \text{ корня} \\ c=-12 & x_1=\frac{-1-7}{2}=\frac{-8}{2}=-4 \\ & x_2=\frac{-1+7}{2}=\frac{6}{2}=3 \end{array} \\
 & \quad \quad \quad \text{Ответ: } -4; 3
 \end{aligned}$$

Типичные ошибки.

1. Алгебраическая ошибка при решении уравнения
2. Применение формулы разности квадратов, квадрата суммы или разности квадратов
3. Вычислительные ошибки

Критерии оценивания выполнения задания 21

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

21. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч пешехода за 57 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение. Пусть длина поезда l м. Скорость поезда относительно пешеход равна

$63 - 3 = 60$ км/ч, или $\frac{50}{3}$ м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за

$$l : \frac{50}{3} = \frac{3l}{50} \text{ секунд.}$$

Составим и решим уравнение:

$$\frac{3l}{50} = 57; l = 950.$$

Длина поезда составляет 950 м.

Ответ: 950 м.

21. Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

Решение. Заметим, что при сушке фруктов вода испаряется, поэтому необходимо рассматривать не количество воды, а количество питательного вещества, которое остается неизменным.

Свежие фрукты содержат $100\% - 80\% = 20\%$ питательного вещества, а высушенные — $100\% - 28\% = 72\%$. В 288 кг свежих фруктов содержится $0,2 \cdot 288 = 57,6$ кг питательного

вещества. Такое количество питательного вещества будет содержаться в $\frac{57,6}{0,72} = 80$ кг высушенных фруктов.

Ответ: 80 кг.

№21

	сухое вещество %	вода %	масса кг.
свежие ср.	12	88	x
высуш. ср.	25	25	44

Пусть x кг - масса свежих фруктов, которая требуется для изготовления 44 кг высушенных фруктов.

Пусть y кг - масса сухого вещества в 44 кг высушенных фруктах.

$$44 - 100 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{44 \cdot 25}{100} \Rightarrow y = 11 \text{ кг, найдем } x$$

$$y = 25$$

$$33 \text{ кг} - 100 \cdot 12 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{33 \cdot 100}{12} \Rightarrow x = 275 \text{ кг}$$

$$x = 100$$

Ответ: 275 кг.

Типичные ошибки.

1. Не составлена математическая модель
2. Неверно составлена таблица, потеряны единицы измерения
3. Алгебраические ошибки

Критерии оценивания выполнения задания 22

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

22. Постройте график функции $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

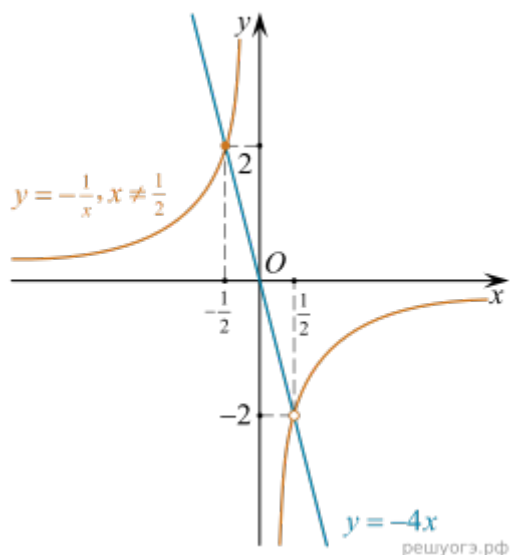
Решение. Упростим выражение для функции:

$$y = \frac{1-2x}{2x^2-x} = -\frac{1-2x}{x(1-2x)} = -\frac{1}{x} \text{ (при } x \neq 0, 5).$$

Таким образом, получили, что график нашей функции сводится к графику функции

$$y = -\frac{1}{x} \text{ с выколотой точкой } (0,5; -2).$$

Построим график функции (см. рис.).

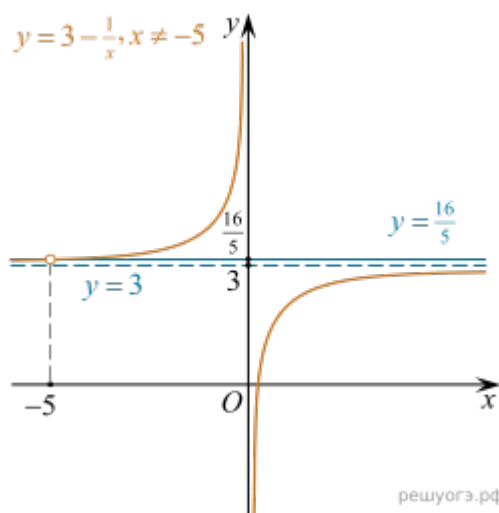


Заметим, что прямая $y = kx$ проходит через начало координат и будет иметь с графиком функции ровно одну общую точку только тогда, когда будет проходить через выколотую точку $(0,5; -2)$. Подставим координаты этой точки в уравнение прямой и найдем коэффициент k .

$$-2 = 0,5k \Leftrightarrow k = -4.$$

Ответ: -4

2. Постройте график функции $y = 3 - \frac{x+5}{x^2+5x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

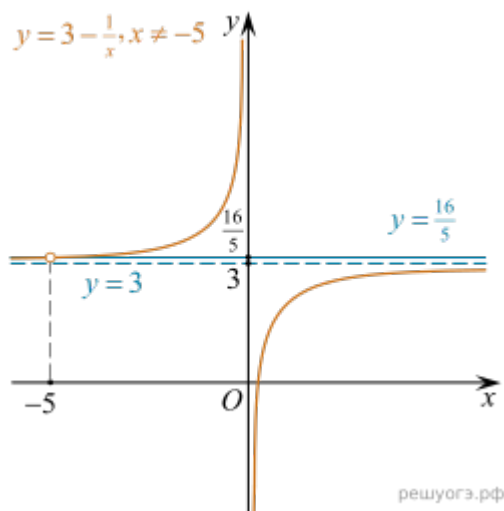


Решение.

Преобразуем выражение:

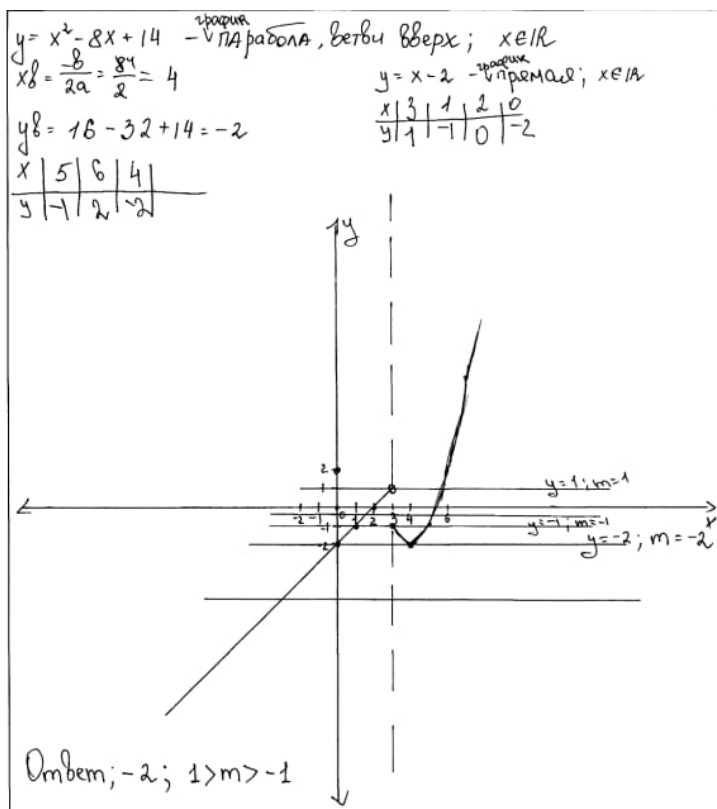
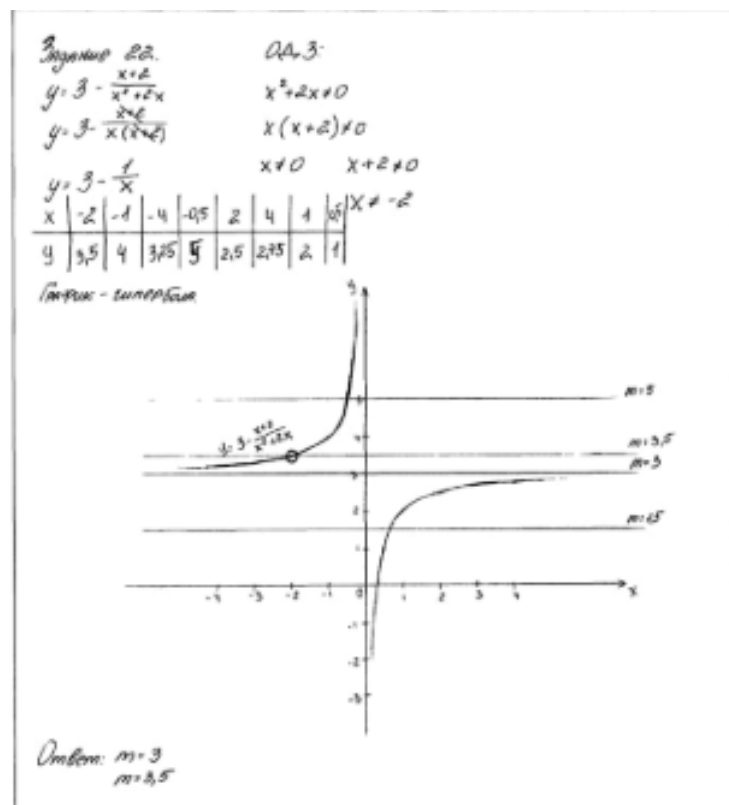
$$3 - \frac{x+5}{x^2+5x} = 3 - \frac{x+5}{x(x+5)} = 3 - \frac{1}{x}, \text{ при условии, что } x \neq -5.$$

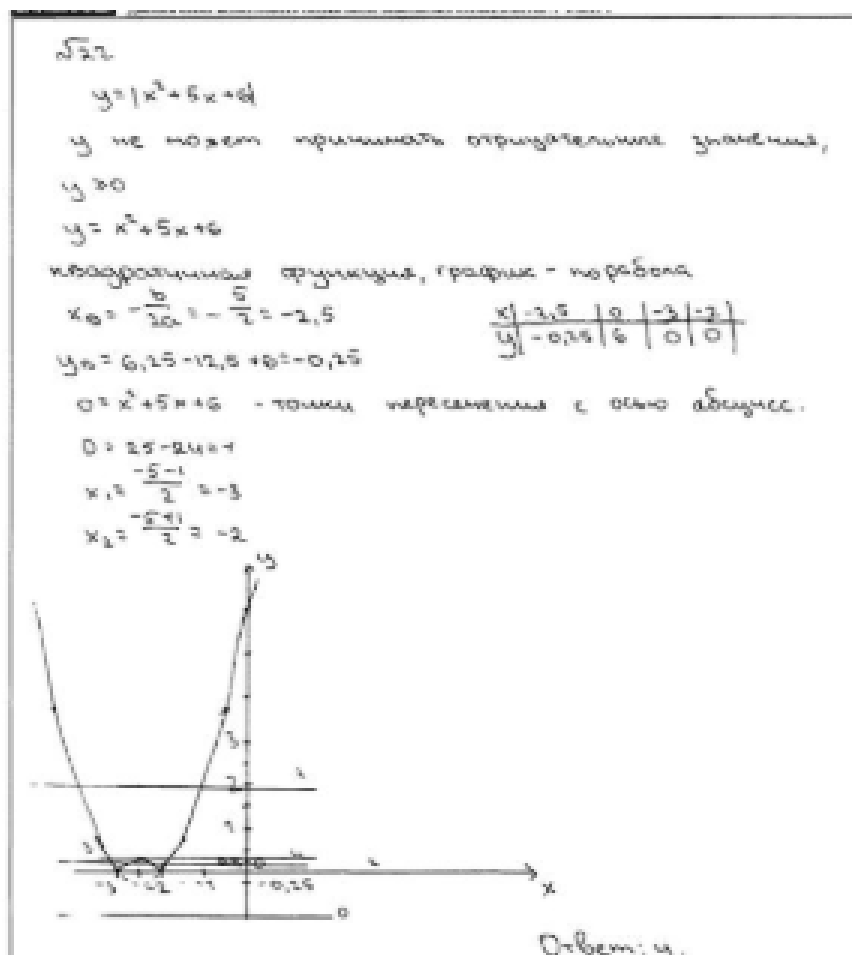
График данной функции получается из графика функции $y = \frac{1}{x}$ отражением относительно оси Ox и сдвигом на вектор $(0; 3)$ (см. рис.)



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 3$ и $m = \frac{16}{5}$.

Ответ: $3; \frac{16}{5}$.





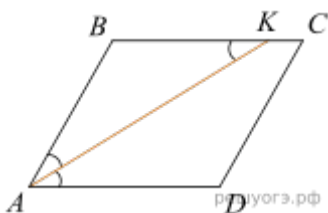
Типичные ошибки

1. Неверно построен график
2. На графике не показана выколота точка
3. Составленная таблица значений, содержит вычислительные ошибки
4. Не указываются все значения параметра

Критерии оценивания выполнения задания 23

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

1. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 6$, $CK = 10$.



Решение. Накрест лежащие углы BKA и KAD равны, AK — биссектриса угла BAD , следовательно,

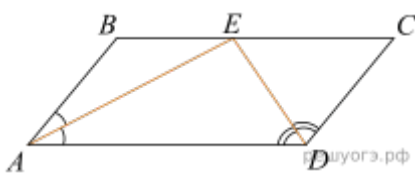
$$\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK.$$

Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 6$. Длина стороны BC равна сумме длин BK и CK , следовательно, равна 16. Найдём периметр параллелограмма:

$$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (6 + 16) = 2 \cdot 22 = 44.$$

Ответ: 44.

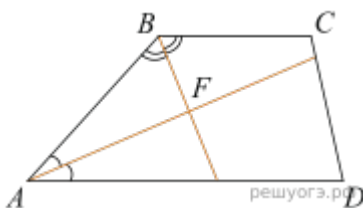
2. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите BC , если $AB = 34$.



Решение. По определению параллелограмма $BC \parallel AD$, AE — секущая при параллельных прямых, следовательно, углы BEA и EAD равны как накрест лежащие. Поскольку $\angle BEA = \angle BAE$, треугольник ABE — равнобедренный, откуда $AB = BE$. Аналогично, треугольник CED — равнобедренный и $EC = CD$. Стороны AB и CD равны, как противоположные стороны параллелограмма, следовательно, $AB = BE = EC = CD = 34$. Таким образом, $BC = 2BE = 68$.

Ответ: 68.

3. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 20$, $BF = 15$.



Решение. Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° , значит,

$$\angle ABF + \angle BAF = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ.$$

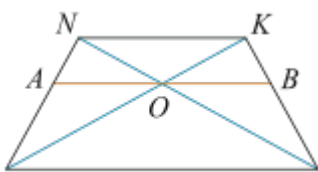
Получаем, что треугольник ABF прямоугольный с прямым углом F . По теореме Пифагора находим AB :

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25.$$

Ответ: 25.

№23
Дано:
 $AB \parallel DC$
 $AB = 14$
 $DC = 56$
 $AC = 40$
Найти:
 MC - ?
Решение:
Рассмотрим $\triangle ABM$ и $\triangle DCM$
1. $\angle MDC = \angle MAB$ (как накрест лежащие при параллельных прямых AB и DC и секущей DB)
2. $\angle BAM = \angle MCD$ (как накрест лежащие при параллельных прямых AB и DC и секущей DB). $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle DCM$ - по двум равным углам (по 1 признаку).
Пусть x - MC , тогда $(40-x)$ - $AM \Rightarrow$
составим пропорцию, чтобы найти x :
 $\frac{CD}{AB} = \frac{CM}{AM} \Rightarrow \frac{56}{14} = \frac{x}{40-x} \Rightarrow 56(40-x) = 14x \Rightarrow 2240 = 56x - 14x \Rightarrow$
 $\Rightarrow -56x - 14x = -2240$
 $-70x = -2240$
 $x = 32$
4. 32 - MC
Ответ: 32

4. Прямая, параллельная основаниям MP и NK трапеции $MNKP$, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает ее боковые стороны MN и KP в точках A и B соответственно. Найдите длину отрезка AB , если $MP = 40$ см, $NK = 24$ см.



Решение. $\triangle MOP \sim \triangle KON$ по двум углам:

а) $\angle NOK = \angle MOP$ как вертикальные;

б) $\angle PMO = \angle NKO$ как внутренние накрест лежащие углы при $NK \parallel MP$ и секущей MK .

$$\frac{NO}{PO} = \frac{KO}{MO} = \frac{NK}{MP} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

$$KO = \frac{3}{5}MO; NO = \frac{3}{5}PO$$

2) $\triangle AMO \sim \triangle NMK$ по двум углам:

а) $\angle M$ — общий;

б) $\angle MAO = \angle MNK$ как соответственные при $AO \parallel NK$ и секущей MN .

$$\frac{AO}{NK} = \frac{MO}{MK} = \frac{MO}{MO + KO} = \frac{MO}{MO + \frac{3}{5}MO} = \frac{5MO}{8MO} = \frac{5}{8}.$$

$$AO = \frac{5}{8}NK = 15 \text{ см.}$$

3) Аналогично $BO = \frac{5}{8}NK = 15 \text{ см.}$

4) $AB = 30 \text{ см.}$

Ответ: 30 см.

Критерии оценивания выполнения задания 24

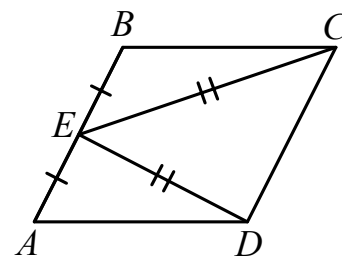
Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задача 24

В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство. Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам.

Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна 180° , то углы равны 90° . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Дано
 $ABCD$ -параллелограмм
 Доказать:
 $AN = LC$

Решение

Рассмотрим параллелограмм $ABCD$.
 Точка пересечения диагоналей делит их пополам. Следовательно
 $AO = OC$
 Рассмотрим $\triangle AON$ и $\triangle LCO$.
 $\angle AON = \angle LCO$ как вертикальные при прямых BD и AC .
 $\angle NAO = \angle LCO$ как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD секущей AL . $AO = OC$ (было)
 Из всего этого следует, что
 $\triangle AON = \triangle LCO$ по стороне и двум прилегающим к ней углам
 $\Rightarrow AO = OC, LO = ON$ и $AN = LC$

Типичные ошибки

1. Вычислительные ошибки.
2. Рисунок не соответствует решению.
3. Нет логического обоснования, например, равенства углов при параллельных прямых
4. Неверно формулируются признаки равенства треугольников

Критерии оценивания выполнения задания 25

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задание 25

В треугольнике ABC биссектриса угла A , делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $25:24$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 14$.

Решение. Пусть биссектриса, проведенная из угла A , пересекает высоту BH в точке O (см. рис.). Пользуясь свойством биссектрисы, из треугольника ABH находим:

$$\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{25}{24}.$$

Следовательно,

$$\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{24}{25}.$$

Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2} = \frac{7}{25}.$$

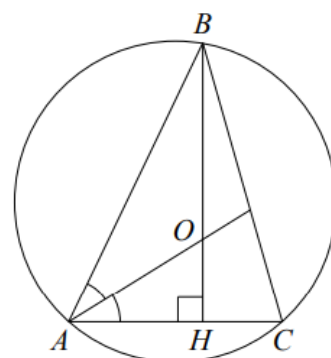
По теореме синусов из треугольника ABC находим:

$$\frac{BC}{2\sin A} = \frac{14 \cdot 25}{2 \cdot 7} = 25.$$

Ответ: 25.

Типичные ошибки.

1. Алгебраические вычисления.
2. Утверждения необоснованные.



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО НАДЗОРУ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЙ»

Методические материалы для предметных
комиссий субъектов Российской Федерации
по проверке выполнения заданий с развернутым
ответом экзаменационных работ ОГЭ 2024 года

МАТЕМАТИКА

Москва
2024