

ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНОВ МЕХАНИКИ (№ 26 ЕГЭ-2025)

Обоснование применимости второго закона Ньютона

Выбираем инерциальную систему отсчета

Систему отсчета, связанную с Землей, считаем инерциальной (ИСО)

Материальные точки

Тела считаем материальными точками, если

- размерами тела можно пренебречь по сравнению с расстоянием
- они движутся поступательно (вне зависимости от размера)
-

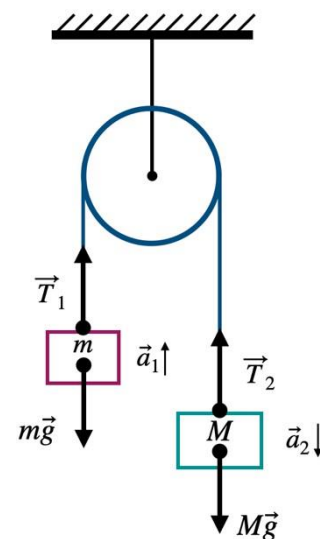
Применение второго закона Ньютона

В ИСО движение материальной точки описывается вторым законом Ньютона.

Для движения связанных тел, блок неподвижный

Условие равенства сил натяжения нити

Так как нить невесома, а блок идеальный (нить скользит по нему без трения), то $T_1 = T_2 = T$



Условие равенства ускорений грузов

Так как нить нерастяжима, а грузы движутся прямолинейно, то ускорения тел $a_1 = a_2 = a$

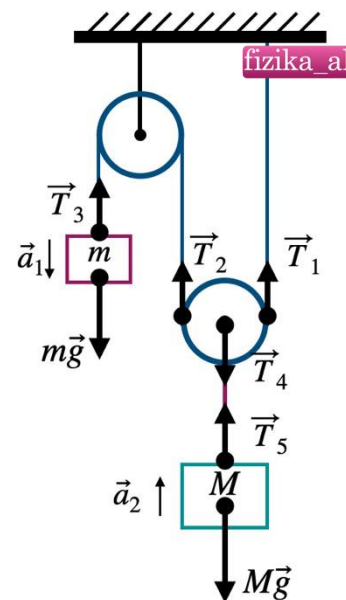
Для движения связанных тел, блок подвижный

Нить невесома, неподвижный блок идеальный (нить скользит по нему без трения), поэтому модуль силы натяжения нити во всех её точках один и тот же: $T_1 = T_2 = T_3 = T$

Подвижный блок идеальный (масса блока пренебрежимо мала), поэтому из второго закона Ньютона следует, что модуль T_4 силы, с которой груз M действует на блок, в 2 раза больше T : $T_4 = 2T$

По третьему закону Ньютона $\vec{T}_4 = -\vec{T}_5$ или $T_4 = T_5$

Грузы движутся прямолинейно. При этом если груз M под действием натянутой нити сдвинется относительно земли вверх на Δx , то левый отрезок нити укоротится на Δx , а правый удлинится на Δx , так как нить нерастяжима. В результате груз m сдвинется вниз относительно груза M с блоком на Δx , а относительно земли – на $2\Delta x$. Таким образом, перемещение груза m всегда в 2 раза больше перемещения груза M . Отсюда следует, что и скорость груза m в любой момент времени вдвое больше скорости груза M . При прямолинейном движении грузов из этого следует, что и ускорение груза m в любой момент времени вдвое больше ускорения груза M : $a_1 = 2a_2$



Примеры

Задача с неподвижным блоком

Система грузов M , m_1 и m_2 , показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола горизонтальная гладкая. Коэффициент трения между грузами и m_1 $\mu = 0,2$. Грузы M и m_2 связаны лёгкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть $M = 1,2$ кг, $m_1 = m_2 = m$.

При каких значениях m грузы M и m_1 движутся как одно целое? Какие законы Вы использовали для описания движения системы грузов? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

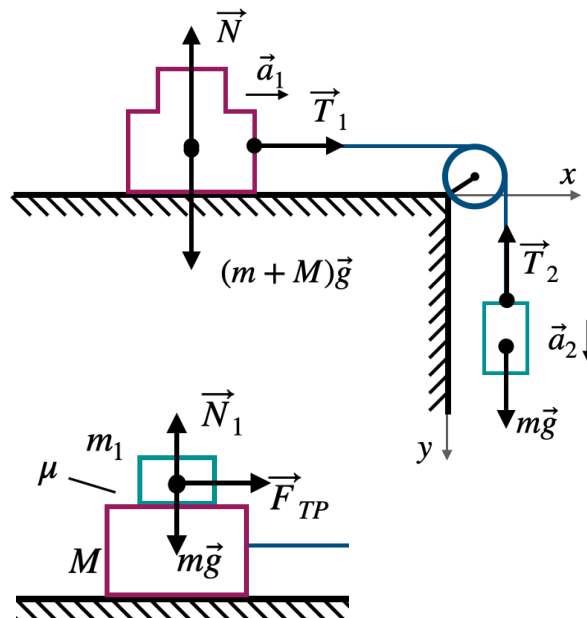
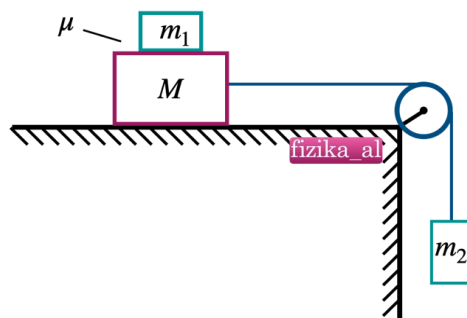
Обоснование.

Будем считать систему отсчёта, связанную со столом, инерциальной.

Пока грузы M и m_1 движутся как одно целое, их можно считать одним твёрдым телом

Тело $M+m_1$ движется поступательно, как и груз m_2 , поэтому эти тела можно описывать моделью материальной точки. В ИСО движение материальной точки описывается вторым законом Ньютона. На рисунке показаны внешние силы, действующие на это тело и на груз m_2 .

Так как нить лёгкая и скользит по блоку без трения, то можно считать $T_1 = T_2 = T$. Так как нить нерастяжима, то ускорения тел $a_1 = a_2 = a$. Груз m_1 покоится относительно груза M . Силы, действующие на этот груз, показаны на рисунке. Так как на груз действует сила трения покоя, то она удовлетворяет условию $F_{\text{тр}} < \mu N_1$.



Задача с пружиной

По неподвижной гладкой наклонной плоскости с углом $\alpha = 30^\circ$ движутся два одинаковых бруска массой $m = 0,25$ кг каждый, скреплённые между собой лёгкой пружиной с жёсткостью $k = 100$ Н/м.

Верхний брусок соединён невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через идеальный блок, с грузом массой $M = 2$ кг (см. рисунок). Чему равна длина пружины l в нерастянутом состоянии, если при движении брусков её длина постоянна и равна $L = 15$ см?

Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

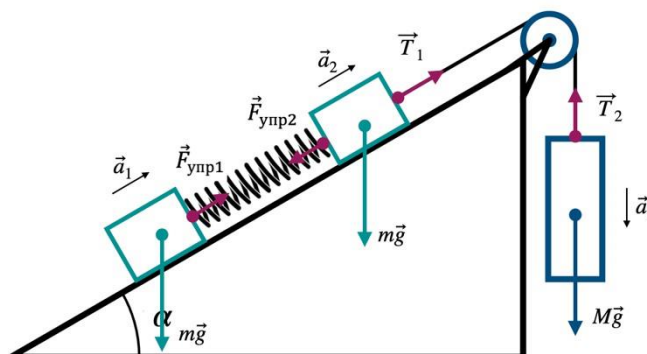
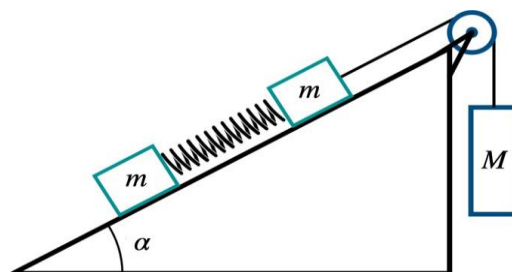
Обоснование.

Задачу будем решать в инерциальной системе отсчёта, связанной с наклонной плоскостью (или с Землей).

Тела будем считать материальными точками, так как они движутся поступательно. Трением о воздух пренебрежем.

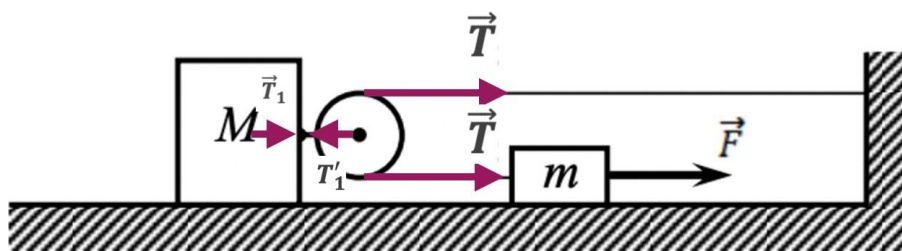
Так как нить нерастяжима, а длина пружины неизменна при движении, ускорения всех брусков и груза равны по модулю: $a_1 = a_2 = a_3 = a$. Так как блок и нити невесомы, а трение отсутствует, то модули сил натяжения нити, действующие на груз и верхний брусок, одинаковы: $T_1 = T_2 = T$

Так как пружина, соединяющая бруски, легкая, то $F_{\text{упр1}} = F_{\text{упр2}} = F_{\text{упр}}$.



Задача с подвижным блоком

Грузы $M = 2 \text{ кг}$ и $m = 1 \text{ кг}$ связаны нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через идеальный блок, прикрепленный к грузу M . Отрезки нити, не касающиеся блока, горизонтальны и параллельны друг другу. Грузы находятся на гладкой горизонтальной плоскости. Каково ускорение a_1 груза M , когда к грузу m приложена сила F , модуль которой $F = 3 \text{ Н}$? Сила направлена вдоль нити. Обоснуйте применимость использующихся законов к решению задачи.



Обоснование.

Систему отсчёта, связанную с Землёй, считаем инерциальной.

Грузы будем считать материальными точками независимо от их размеров, так как они движутся поступательно.

Движение грузов в ИСО можно описывать вторым законом Ньютона.

Нить невесома, блок идеальный (нить скользит по нему без трения), поэтому модуль T силы натяжения нити во всех её точках один и тот же.

Блок идеальный (масса блока пренебрежимо мала), поэтому из второго закона Ньютона следует, что модуль T_1 силы, с которой груз M действует на блок, вдвое больше T .

По третьему закону Ньютона со стороны блока на груз M действует сила T' , модуль которой $T_1 = T'$.

Грузы движутся прямолинейно. При этом если груз M под действием натянутой нити сдвинется относительно стола вправо на Δx , то верхний отрезок нити укоротится на Δx , а нижний удлинится на Δx , так как нить нерастяжима. В результате груз m сдвинется вправо относительно груза M с блоком на Δx , а относительно стола – на $2\Delta x$. Таким образом, перемещение груза m всегда вдвое больше перемещения груза M . Отсюда следует, что и скорость груза m в любой момент времени вдвое больше скорости груза M . При прямолинейном движении грузов из этого следует, что и ускорение груза m в любой момент времени вдвое больше ускорения груза M .

Обоснование применимости закона сохранения импульса

Выбираем инерциальную систему отсчета

Систему отсчета, связанную с Землей, считаем инерциальной (ИСО)

Материальные точки

Тела считаем материальными точками, если

- размерами тела можно пренебречь
- они движутся поступательно (вне зависимости от размера)

Применение закона сохранения импульса

Для взрыва, разрыва, удара, действует сила тяжести

В ИСО выполняется закон сохранения импульса, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести mg , которая не равна нулю. Но этим можно пренебречь, считая время разрыва малым. За малое время разрыва импульс каждого из тел меняется на конечную величину за счёт больших внутренних сил (разрывающих или возникающих при столкновении). По сравнению с этими большими силами конечная сила тяжести пренебрежимо мала. Следовательно, импульс системы тел, при разрыве (ударе) сохраняется.

Тела движутся по горизонтальной поверхности, упругое и неупругое столкновение

В ИСО выполняется закон сохранения импульса в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил, приложенных к телам системы на эту ось, равна нулю. Выбранную ось направим горизонтально (вправо/влево). Все внешние силы, действующие на тела вертикальны (сила тяжести, сила реакции опоры). Поверхность по которой движутся тела гладкая, сила сопротивления воздуха не играет роли (если не сказано ей пренебречь), так как скорости тел рассматриваются непосредственно перед ударом. Следовательно, импульс системы тел, первоначально горизонтальный сохраняется.

В том случае, когда приходится при столкновении записывать закон сохранения импульса на ось Y и проекция силы тяжести не равна нулю, пользуемся предыдущим пунктом

Обоснование применимости закона сохранения механической энергии

Выбираем инерциальную систему отсчета

Систему отсчета, связанную с Землей, считаем инерциальной (ИСО)

Материальные точки

Тела считаем материальными точками, если

- размерами тела можно пренебречь
- они движутся поступательно (вне зависимости от размера)

Применение закона сохранения энергии

- Закон сохранения механической энергии выполняется в ИСО, если на тело (систему тел) не действуют внешние непотенциальные силы (силы трения, сопротивления, реакции опоры, натяжения нити).

- Закон сохранения механической энергии выполняется в ИСО, если сумма работ непотенциальных сил, действующих на тело (систему тел) равна нулю.

- При упругом взаимодействии.

Работа непотенциальной силы равна нулю, если она направлена всюду перпендикулярно скорости движения тела.

Если непотенциальная сила совершает работу, то изменение механической энергии равно работе всех непотенциальных сил

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

Примеры

1. Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая – в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается на 0,5 МДж. Найдите скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

Обоснование.

Введём инерциальную систему отсчёта, связанную с Землёй, и направим ось Ox системы координат в направлении начальной скорости движения снаряда.

При описании движения снаряда и осколков используем модель материальной точки.

Для описания разрыва снаряда использован закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести mg , которая не равна нулю. Но этим можно пренебречь, считая время разрыва снаряда малым. За малое время разрыва импульс каждого из осколков меняется на конечную величину за счёт больших внутренних сил, разрывающих снаряд при взрыве. По сравнению с этими большими силами конечная сила тяжести пренебрежимо мала.

Так как время разрыва снаряда считаем малым, то можно пренебречь и изменением потенциальной энергии снаряда и его осколков в поле тяжести в процессе разрыва.

2. По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, скользит из состояния покоя брусок массой $M = 250$ г. В тот момент, когда брусок прошёл по наклонной плоскости расстояние $x = 3,6$ м, в него попала и застряла в нём летящая навстречу ему вдоль наклонной плоскости пуля массой $m = 5$ г. После попадания пули брусок поднялся вверх вдоль наклонной плоскости на расстояние $s = 2,5$ м от места удара. Найдите скорость пули перед попаданием в брусок. Трение бруска о плоскость не учитывать.

Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование.

Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении бруска вниз и вверх по наклонной плоскости на него действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная скорости движения бруска (трения нет, так как поверхность гладкая).

Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении бруска по наклонной плоскости равна нулю. Следовательно, механическая энергия бруска при его движении до удара сохраняется. Аналогично сохраняется механическая энергия бруска и при его движении после удара.

Закон сохранения импульса выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил на эту ось равна нулю. В данном случае выбранную ось направим параллельно движению бруска. Проекции на эту наклонную ось сил тяжести, действующих на брусок и на пулю, не равны нулю. Но надо учесть, что при столкновении бруска и пули импульс каждого из двух тел меняется на конечную величину, тогда как время столкновения мало. Следовательно, на каждое из двух тел в это время действовала огромная сила (это силы взаимодействия бруска и пули), по сравнению с которой сила тяжести ничтожна.

Поэтому при столкновении тел силы тяжести не учитываем. Вследствие этого при описании столкновения бруска с пулей соблюдается закон сохранения импульса для системы тел «брусок + пуля».

3. В маленький шар массой $M = 250$ г, висающий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля массой $m = 10$ г. При какой минимальной скорости пули шар после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости? Сопротивлением воздуха пренебречь

Обоснование.

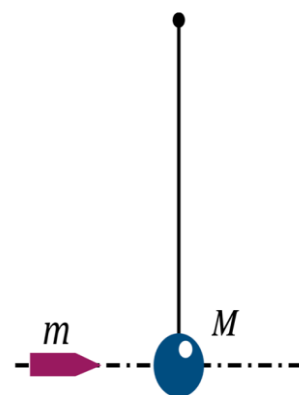
Систему отсчёта, связанную с Землей, считаем инерциальной (ИСО). Тела считаем материальными точками, так как длина нити много больше размера шара и пули.

В ИСО выполняется закон сохранения импульса в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил, приложенных к телам системы на эту ось, равна нулю. Считаем, что за малое время взаимодействия пули и шара нить не успевает заметно отклониться от вертикали. Внешними силами является сила тяжести и сила натяжения нити, которые не равны нулю. В момент неупругого соударения пули и шара проекция силы тяжести и силы натяжения нити на горизонтальное направление равна нулю. Следовательно, импульс тел на горизонтальное направление для момента удара относительно Земли сохраняется.

Закон сохранения механической энергии выполняется в ИСО, если на тело не действуют внешние непотенциальные силы или сумма работ внешних непотенциальных сил равна нулю.

Внешними силами, действующими на шар с пулей после их неупругого взаимодействия, является потенциальная сила тяжести и сила натяжения нити, которые не равны нулю (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Сила натяжения всегда перпендикулярна направлению движения шара и пули, поэтому работа силы натяжения равна нулю. Следовательно, механическая энергия при подъеме шара и пули сохраняется.

Условие минимальности скорости означает, что шар совершит полный оборот, но при этом натяжение нити в верхней точке окружности обращается в ноль. В ИСО движение материальной точки описывается вторым законом Ньютона.



Обоснование равенства угла падения и угла отражения при упругом ударе

4. Шарик падает с высоты $H = 3$ м над поверхностью Земли из состояния покоя. На высоте $h = 2$ м он абсолютно упруго ударяется о доску, расположенную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рисунок). На какую максимальную высоту h_1 после этого удара поднимется шарик от поверхности Земли? Сопротивлением воздуха пренебечь.

Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование.

Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

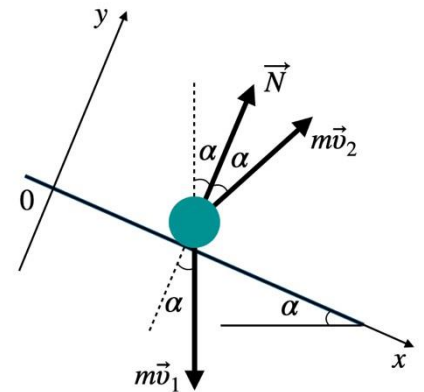
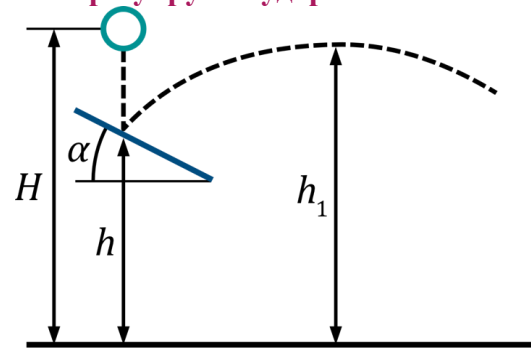
При свободном падении шарика из начального положения на наклонную доску и после удара о доску до падения на землю на шарик действует только потенциальная сила тяжести. Поэтому во введённой нами ИСО при этом движении сохраняется механическая энергия шарика:

При абсолютно упругом ударе шарика о доску механическая энергия шарика сохраняется. Следовательно, сила трения равна нулю, а направление силы реакции опоры $\vec{N}$, действующей на шарик при ударе, перпендикулярно плоскости доски.

Отметим, что $N \gg mg$, так как время удара коротко, а изменение импульса шарика за время удара конечно. Поэтому при описании удара пренебрегаем величиной mg и записываем второй закон Ньютона для шарика в виде:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{N}\Delta t$$

Из того, что $\vec{N} \parallel Oy$ (см. рисунок), следует, что $v_{2x} = v_{1x}$. При абсолютно упругом ударе угол падения шарика на доску равен углу отражения.



Обоснование применимости условий равновесия твердого тела

Выбираем инерциальную систему отсчета

Систему отсчета, связанную с Землей, считаем инерциальной (ИСО)

Модель твердого тела

Описываем стержень/балку/палку моделью твёрдого тела так как форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным

Применение условий равновесия

Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения, другое — для вращательного движения.

Условия равновесия твердого тела – равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к телу, относительно этой оси и равенство нулю суммы сил, приложенных к телу.

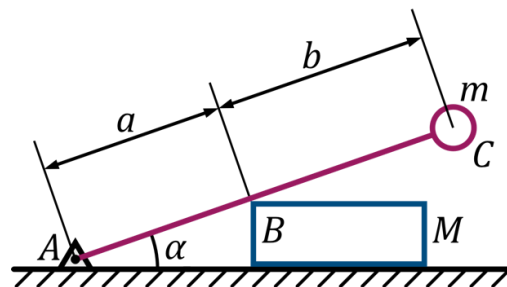
Выбираем ось, относительно которой будем записывать правило моментов

Если стержень (палка, балка) легкий – его массу считаем равной нулю. Если такого условия нет, то обязательно прикладываем силу тяжести к геометрическому центру тела, если оно однородно.

Примеры

1. Легкий стержень AC прикреплен нижним концом к шарниру, относительно которого он может поворачиваться без трения. На верхнем конце стержня закреплён маленький шарик массой $m = 1$ кг. В точке B стержень опирается на середину ребра однородного бруска массой $M = 4$ кг, который имеет форму прямоугольного параллелепипеда и лежит на горизонтальной плоскости (см. рисунок).

Стержень образует угол α ($\operatorname{tg} \alpha = 0,75$) с горизонтальной плоскостью и перпендикулярен ребру бруска, на которое он опирается. Трение между стержнем и ребром бруска отсутствует, коэффициент трения между бруском и горизонтальной плоскостью равен μ . $AB = a = 0,2$ м, $BC = b = 0,3$ м. Покажите на рисунке силы, действующие на брусок и стержень с шариком. Найдите минимальное значение μ , при котором система тел остается неподвижной.



Обоснование.

Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной (ИСО).

Стержень с шариком будем считать твердым телом с осью вращения, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку А.

Условие равновесия относительно вращения твердого тела на оси – равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к телу, относительно этой оси.

Стержень легкий, поэтому его массу считаем равной нулю.

В условиях данной задачи брусок может двигаться только поступательно вдоль горизонтальной оси Ox , лежащей в плоскости рисунка.

В этом случае для бруска используем модель материальной точки и применяем второй закон Ньютона. Вследствие этого условие равновесия сумма приложенных к бруску сил равна нулю.

Стержень и брусок в точке их соприкосновения друг с другом действуют друг на друга по третьему закону Ньютона силами, равными по модулю $F_1 = F_2$ и направленными перпендикулярно как стержню, так и ребру бруска, так как трения между ними нет.

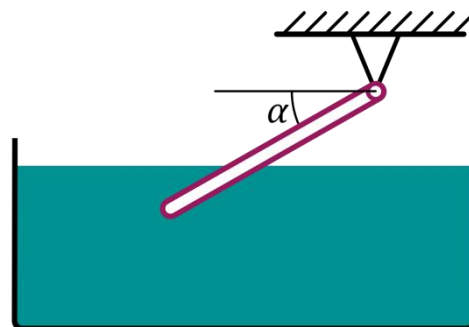
Условие минимальности коэффициента трения: $\mu \geq F_{\text{тр}} / N$

2. Тонкая палочка длиной $L = 20$ см и постоянного поперечного сечения $S = 0,25$ см² закреплена шарнирно на одном конце и опущена свободным концом в воду. Найдите величину и направление силы

$\vec{F}$, с которой палочка в равновесии действует на шарнир. Плотность материала палочки 800 кг/м³.

Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на палочку.

Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



Обоснование

Выберем систему отсчета, неподвижно связанную с Землей, и будем считать эту систему отсчета инерциальной (ИСО).

Палочку будем считать твердым телом с осью вращения, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку О.

Условия равновесия твердого тела – равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к телу относительно этой оси и равенство нулю суммы сил, приложенных к телу.

На палочку действует три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда $\vec{F}_A$ и сила реакции шарнира. Силы $m\vec{g}$ и $\vec{F}_A$ направлены вертикально, поэтому из условий равновесия следует, что и сила направлена вертикально.

Силы $\vec{F}$ и $\vec{N}$ связаны третьим законом Ньютона: $\vec{F} = -\vec{N}$, поэтому сила $\vec{F}$ тоже направлена вертикали.