



Государственное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования

**ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
Краснодарского края**



Тригонометрические уравнения и неравенства

Власова Александра Анатольевна
Старший преподаватель кафедры МИТО
ГБОУ ИРО Краснодарского края



1. Решите уравнение:

а) $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0;$

б) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2;$

в) $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3} \right);$

г) $\operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg} x;$

д) $3 \cos 3x + 2 \cos x = 0;$



$$\text{е) } 5 \sin x + |\sin x| = \cos x;$$

$$\text{ж) } \cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8};$$

$$\text{з) } x^2 - 2x \cos \pi x + 1 = 0;$$

$$\text{и) } \cos 5x - \cos 2x + 2 = 0;$$

$$\text{к) } \cos^3 x + \sin^8 x = 1.$$



1. Решите неравенство:

а) $\cos 3x > -0,5;$

б) $\sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) < \frac{\sqrt{2}}{2};$

в) $\operatorname{tg} \left(\frac{x}{7} + \frac{\pi}{6} \right) \geq 1;$

г) $\cos \frac{x}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \leq \sqrt{3}.$

2. При каких значения β определено выражение

$$\sqrt{\sin 4\beta + \sin 2\beta}?$$



3. Найдите все t , удовлетворяющие условию

$$\frac{\operatorname{tg} t \cos(\pi t)}{\sqrt{2\pi^2 + \pi t - t^2}} \leq 0.$$

4. Для каких значений a неравенство $a \cos x - 2 < 0$ выполняется при всех значениях x ?



Решите данное уравнение тремя способами (с помощью формул двойного угла, метода вспомогательного угла и универсальной тригонометрической подстановки) и докажите, что полученные ответы совпадают:

$$3\cos x - 4\sin x = 5.$$

Используя умножение на тригонометрическую функцию, решите уравнение:

$$\text{а) } \cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = \\ = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x. \end{aligned}$$



**Используя замену переменных,
решите неравенство:**

а) $\cos 2x + 3\cos x \leq 1;$

б) $\frac{2}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x - 3 < 0;$

в) $2\sin 2x + 3\operatorname{tg} x \leq 5;$

г) $2\sin^2 x + \sin 2x - 4\cos^2 x > 0.$



**Используя метод интервалов,
решите неравенство:**

а) $\sin 3x - 2\sin x \leq 0;$

б) $\cos x \cos 7x > \cos 3x \cos 5x;$

в) $1 + \sin x \leq \operatorname{ctg} x + \cos x.$



$$12. \sqrt{4 \cos 2x - 2 \sin 2x} = 2 \cos x$$

$$13. \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$14. \sqrt{21} \cos x \cdot \operatorname{ctgx} - \sqrt{7} \cos x - \sqrt{7} \operatorname{ctgx} = 0$$

$$15. 2 \sin 2x - \cos x = \sqrt{3} \sin x$$

$$16. 2 \sin 2x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{2} \sin x$$



$$7. \cos x - \sqrt{3} \sin x = \sqrt{3}$$

$$8. \sin \frac{x}{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cos \frac{x}{3}$$

$$9. \sin x + 2 \cos 3x = \sqrt{3} \cos x$$

$$10. \sqrt{3} \sin x = \cos x - 2 \cos 3x$$

$$11. \sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$$



$$\cos^8 x + \sin^7 x = 1$$

$$\sin^4 x + \cos^3 x = 1$$

$$\sin^8 x - \cos^5 x = 1$$

$$\sin^5 x + \cos^5 x = 2 - \sin^4 x$$



Государственное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования

ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
Краснодарского края



$$\sin x \cdot \sin 3x = -1$$

$$\sin 2x \sin 6x = 1$$

$$(\sin x + \sqrt{3} \cos x) \sin 3x = 2$$



$$\cos \frac{x^2 - 8x}{5} = x^2 + 1$$

$$2 \cos 2\pi x = x + \frac{1}{x}$$

$$\sin \frac{\pi x}{4} = x^2 - 4x + 5$$

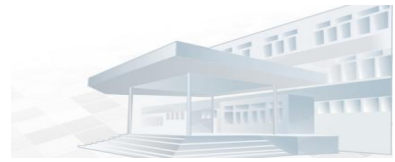
$$x^2 - 2x \sin \frac{\pi x}{2} + 1 = 0$$

$$4y^2 - 4y \cos x + 1 = 0$$



Государственное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования

**ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
Краснодарского края**



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!