

06. Дроби и степени
Блок 1. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

$$1.1) \frac{2}{7} \cdot \frac{42}{5} = \frac{2 \cdot 42}{7 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 6}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$1.2) \frac{3}{16} : \frac{5}{8} = \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{5} = \frac{3 \cdot 8}{16 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$1.3) \left(\frac{7}{15} + \frac{19}{30} \right) \cdot \frac{9}{11} = \left(\frac{14}{30} + \frac{19}{30} \right) \cdot \frac{9}{11} = \frac{33}{30} \cdot \frac{9}{11} = \frac{33 \cdot 9}{30 \cdot 11} = \frac{11 \cdot 9}{10 \cdot 11} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$1.4) \left(\frac{3}{25} - \frac{2}{35} \right) \cdot 14 = \left(\frac{21}{5 \cdot 5 \cdot 7} - \frac{10}{7 \cdot 5 \cdot 5} \right) \cdot 14 = \frac{11}{5 \cdot 5 \cdot 7} \cdot \frac{14}{1} = \frac{11 \cdot 14}{5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1} = \frac{22}{25} = \frac{88}{100} = 0,88$$

$$1.5) \left(1\frac{3}{17} + \frac{1}{34} \right) \cdot 17 = \left(\frac{20}{17} + \frac{1}{34} \right) \cdot 17 = \left(\frac{40}{34} + \frac{1}{34} \right) \cdot 17 = \frac{41}{34} \cdot \frac{17}{1} = \frac{41}{2} = 20,5$$

$$1.6) 5\frac{2}{5} : \left(3\frac{1}{4} - 2\frac{4}{5} \right) = 5\frac{2}{5} : \left(3\frac{5}{20} - 2\frac{16}{20} \right) = 5\frac{2}{5} : \left(2\frac{25}{20} - 2\frac{16}{20} \right) = \frac{27}{5} : \frac{9}{20} = \frac{27 \cdot 20}{5 \cdot 9} = 12$$

$$1.7) \frac{1}{\frac{1}{28} + \frac{1}{12}} = 1 : \left(\frac{1}{28} + \frac{1}{12} \right) = 1 : \left(\frac{3}{4 \cdot 7 \cdot 3} + \frac{7}{4 \cdot 3 \cdot 7} \right) = 1 : \frac{10}{84} = \frac{1}{1} : \frac{10}{84} = \frac{1}{1} \cdot \frac{84}{10} = 8,4$$

$$1.8) 40 \cdot \left(\frac{1}{8} \right)^2 - 13 \cdot \frac{1}{8} = 40 \cdot \frac{1}{64} - 13 \cdot \frac{1}{8} = \frac{40}{64} - \frac{13}{8} = \frac{5}{8} - \frac{13}{8} = -\frac{8}{8} = -1$$

$$2.1) \frac{3,6}{5,9 - 1,1} = \frac{3,6}{4,8} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$2.2) \frac{28}{17,5 \cdot 0,5} = \frac{28 \cdot 10 \cdot 10}{17,5 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{28 \cdot 100}{175 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 20}{25 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 4}{5} = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3,2$$

$$2.3) \frac{5,6 \cdot 0,7}{0,8} = \frac{5,6 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10}{0,8 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{56 \cdot 7}{8 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 7}{10} = 4,9$$

$$2.4) \frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{20}{100} + \frac{15}{100} = \frac{35}{100} = 0,35$$

$$2.5) \frac{3,4}{1 - \frac{1}{18}} = 3,4 : \left(1 - \frac{1}{18} \right) = 3,4 : \left(\frac{18}{18} - \frac{1}{18} \right) = \frac{34}{10} : \frac{17}{18} = \frac{34 \cdot 17}{10 \cdot 17} = \frac{34 \cdot 18}{5 \cdot 1} = \frac{18}{5} = \frac{36}{10} = 3,6$$

$$3.1) -3 \cdot (-7,1) - 2,8 = 21,3 - 2,8 = 18,5$$

$$3.2) -0,4 \cdot (-10)^2 + 54 = -0,4 \cdot 100 + 54 = -40 + 54 = 14$$

$$3.3) 91 + 0,3 \cdot (-10)^3 = 91 + 0,3 \cdot (-1000) = 91 - 300 = -209$$

$$3.4) (5 \cdot 10^3)^2 \cdot (11 \cdot 10^{-3}) = 25 \cdot 10^6 \cdot 11 \cdot 10^{-3} = 25 \cdot 11 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 275 \cdot 10^3 = 275000$$

$$3.5) -0,7 \cdot (-10)^3 - 9 \cdot (-10)^2 - 51 = -0,7 \cdot (-1000) - 9 \cdot 100 - 51 = 700 - 900 - 51 = -251$$

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

$$4.1) 0,003 \cdot 30 \cdot 300000 = 27000,000 = 27000$$

$$4.2) 0,04 \cdot 0,004 \cdot 400 = 0,06400 = 0,064$$

$$4.3) (1,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (6 \cdot 10^{-3}) = 1,3 \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} = 7,8 \cdot 10^{-5} = 7,8 \cdot 0,00001 = 0,000078$$

$$5.1) -0,1 \cdot (-5)^4 - 2 \cdot (-5)^3 - 16 = -62,5 + 250 - 16 = 171,5$$

$$5.2) 7 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-3} = 70 + 9 \cdot 1 + 0,008 = 79,008$$

Блок 3. ФИПИ. Типовые экзаменационные варианты*

ПРИМЕРЫ

$$6.1) \frac{11}{13} : \left(-\frac{22}{39} \right) + 4,1 = -\frac{11}{13} \cdot \frac{39}{22} + 4,1 = -\frac{3}{2} + 4,1 = -1,5 + 4,1 = 2,6$$

$$6.2) 5,6 - 3,5 \cdot 2,4 = 5,6 - 8,4 = -2,8$$

Об. Дроби и степени

Блок 1. ФИПИ

Задание 1. Найдите значение выражения

- | | | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|---|---|
| 1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}$ | 7) $\frac{12}{5} : \frac{15}{2}$ | 13) $\left(\frac{17}{10} - \frac{1}{20}\right) \cdot \frac{2}{15}$ | 19) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot 3$ |
| 2) $\frac{21}{5} \cdot \frac{3}{7}$ | 8) $\frac{6}{5} : \frac{4}{11}$ | 14) $\left(\frac{5}{22} - \frac{8}{11}\right) \cdot \frac{11}{5}$ | 20) $\left(\frac{2}{5} + \frac{13}{15}\right) \cdot 6$ |
| 3) $\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{4}$ | 9) $\frac{3}{5} : \frac{4}{35}$ | 15) $\left(\frac{5}{26} - \frac{3}{25}\right) \cdot \frac{13}{2}$ | 21) $\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{20}\right) \cdot 10$ |
| 4) $\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}$ | 10) $\frac{15}{4} : \frac{3}{7}$ | 16) $\left(\frac{10}{13} + \frac{15}{4}\right) \cdot \frac{26}{5}$ | 22) $\left(\frac{2}{20} + \frac{7}{30}\right) \cdot 15$ |
| 5) $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{2}$ | 11) $\frac{21}{2} : \frac{3}{5}$ | 17) $\left(\frac{17}{26} + \frac{11}{13}\right) \cdot \frac{17}{6}$ | 23) $\left(\frac{9}{10} - \frac{7}{15}\right) \cdot 3$ |
| 6) $\frac{7}{5} \cdot \frac{12}{35}$ | 12) $\frac{14}{5} : \frac{7}{2}$ | 18) $\left(\frac{11}{12} + \frac{11}{20}\right) \cdot \frac{15}{8}$ | 24) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \cdot 9$ |

Задание 2. Найдите значение выражения

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $\left(\frac{9}{16} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 4$ | 5) $\left(1\frac{3}{4} + 2\frac{4}{5}\right) \cdot 30$ | 9) $4\frac{7}{8} : \left(2\frac{3}{4} + 1\frac{10}{19}\right)$ |
| 2) $\left(\frac{4}{9} - 3\frac{1}{15}\right) \cdot 9$ | 6) $\left(\frac{1}{13} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot 26$ | 10) $1\frac{1}{12} : \left(1\frac{13}{18} - 2\frac{5}{9}\right)$ |
| 3) $\left(2\frac{3}{4} + 2\frac{1}{5}\right) \cdot 16$ | 7) $1\frac{8}{17} : \left(\frac{12}{17} + 2\frac{7}{11}\right)$ | 11) $3\frac{1}{2} : \left(1\frac{4}{15} + 2\frac{9}{10}\right)$ |
| 4) $\left(1\frac{11}{16} - 3\frac{7}{8}\right) \cdot 4$ | 8) $3\frac{4}{9} : \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{7}\right)$ | 12) $4\frac{1}{4} : \left(2\frac{7}{10} - 3\frac{1}{8}\right)$ |

Задание 3. Найдите значение выражения

- | | | | |
|--|--|---|--|
| 1) $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42}}$ | 4) $\frac{1}{\frac{1}{35} - \frac{1}{60}}$ | 7) $10 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 12 \cdot \frac{1}{5}$ | 10) $6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 17 \cdot \frac{1}{3}$ |
| 2) $\frac{1}{\frac{1}{36} - \frac{1}{44}}$ | 5) $\frac{1}{\frac{1}{21} + \frac{1}{28}}$ | 8) $8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 14 \cdot \frac{1}{4}$ | 11) $18 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 20 \cdot \frac{1}{9}$ |
| 3) $\frac{1}{\frac{1}{36} + \frac{1}{45}}$ | 6) $\frac{1}{\frac{1}{72} - \frac{1}{99}}$ | 9) $21 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 - 10 \cdot \frac{1}{7}$ | 12) $15 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 8 \cdot \frac{1}{5}$ |

Задание 4. Найдите значение выражения

- | | | | |
|--------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1) $9,3+7,8$ | 7) $5,2 \cdot 3,1$ | 13) $\frac{2,1}{6,6-2,4}$ | 19) $\frac{9,5+8,9}{2,3}$ |
| 2) $8,7+4,6$ | 8) $2,1 \cdot 9,6$ | 14) $\frac{7,2}{8,3-8,6}$ | 20) $\frac{6,8-4,7}{1,4}$ |
| 3) $6,9+7,4$ | 9) $8,9 \cdot 4,3$ | 15) $\frac{9,2}{0,5-2,8}$ | 21) $\frac{7,5+3,5}{2,5}$ |
| 4) $5,7-7,6$ | 10) $\frac{8,2}{4,1}$ | 16) $\frac{1,6}{2,5+0,7}$ | 22) $\frac{6,9-4,1}{0,2}$ |
| 5) $4,9-9,4$ | 11) $\frac{13,2}{1,2}$ | 17) $\frac{5,6}{1,9+2,1}$ | 23) $\frac{1,7+3,8}{2,2}$ |
| 6) $6,1-2,5$ | 12) $\frac{6,5}{1,3}$ | 18) $\frac{9,4}{4,1+5,3}$ | 24) $\frac{7,2-6,1}{2,2}$ |

Задание 5. Найдите значение выражения

- | | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\frac{27}{3 \cdot 4,5}$ | 7) $\frac{8,4 \cdot 1,3}{0,7}$ | 13) $\frac{1}{4} - \frac{3}{25}$ | 19) $\frac{14}{25} + \frac{3}{2}$ |
| 2) $\frac{16}{3,2 \cdot 2}$ | 8) $\frac{4,4 \cdot 0,3}{6,6}$ | 14) $\frac{1}{5} - \frac{27}{50}$ | 20) $\frac{9}{4} + \frac{8}{5}$ |
| 3) $\frac{36}{4 \cdot 4,5}$ | 9) $\frac{4,8 \cdot 0,4}{0,6}$ | 15) $\frac{1}{2} - \frac{9}{25}$ | 21) $\frac{11}{5} + \frac{13}{4}$ |
| 4) $\frac{21}{17,5 \cdot 0,8}$ | 10) $\frac{8,8 \cdot 0,8}{4,4}$ | 16) $\frac{1}{5} - \frac{3}{4}$ | 22) $\frac{1}{10} + \frac{21}{50}$ |
| 5) $\frac{22}{4,4 \cdot 2,5}$ | 11) $\frac{0,3 \cdot 7,5}{0,5}$ | 17) $\frac{1}{2} - \frac{13}{50}$ | 23) $\frac{3}{4} + \frac{7}{25}$ |
| 6) $\frac{7}{12,5 \cdot 1,4}$ | 12) $\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8}$ | 18) $\frac{1}{10} - \frac{23}{20}$ | 24) $\frac{4}{25} + \frac{15}{4}$ |

Задание 6. Найдите значение выражения

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\frac{0,9}{1+\frac{1}{5}}$ | 3) $\frac{1,3}{1+\frac{1}{12}}$ | 5) $\frac{0,6}{1+\frac{1}{2}}$ |
| 2) $\frac{2,6}{1-\frac{1}{14}}$ | 4) $\frac{1,2}{1-\frac{1}{3}}$ | 6) $\frac{0,8}{1-\frac{1}{9}}$ |

Задание 7. Найдите значение выражения

1) $-7 \cdot (-4,7) - 6,8$

7) $-0,8 \cdot (-10)^2 - 95$

13) $30 - 0,8 \cdot (-10)^2$

2) $-13 \cdot (-9,3) - 7,8$

8) $0,7 \cdot (-10)^3 - 20$

14) $80 + 0,4 \cdot (-10)^3$

3) $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$

9) $-0,2 \cdot (-10)^2 + 55$

15) $55 + 0,2 \cdot (-10)^2$

4) $7,6 - 8 \cdot (-5,2)$

10) $0,9 \cdot (-10)^3 + 50$

16) $-60 + 0,4 \cdot (-10)^2$

5) $6,8 - 11 \cdot (-6,1)$

11) $-0,7 \cdot (-10)^2 - 120$

17) $-80 + 0,3 \cdot (-10)^3$

6) $5,3 - 9 \cdot (-4,4)$

12) $0,6 \cdot (-10)^3 + 50$

18) $-45 + 0,5 \cdot (-10)^2$

Задание 8. Найдите значение выражения

1) $(7 \cdot 10^3)^2 \cdot (16 \cdot 10^{-4})$

4) $(9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (11 \cdot 10^5)$

2) $(2 \cdot 10^2)^4 \cdot (19 \cdot 10^{-6})$

5) $(16 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (13 \cdot 10^4)$

3) $(8 \cdot 10^2)^2 \cdot (3 \cdot 10^{-2})$

6) $(14 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (12 \cdot 10^3)$

Задание 9. Найдите значение выражения

1) $0,7 \cdot (-10)^3 - 4 \cdot (-10)^2 - 63$

4) $-0,7 \cdot (-10)^4 - 8 \cdot (-10)^2 - 26$

2) $-0,4 \cdot (-10)^4 + 3 \cdot (-10)^2 - 98$

5) $0,4 \cdot (-10)^3 + 7 \cdot (-10)^2 + 64$

3) $0,8 \cdot (-10)^4 + 3 \cdot (-10)^3 + 78$

6) $-0,3 \cdot (-10)^4 + 4 \cdot (-10)^2 - 59$

Об. Дроби и степени
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

Задание 1. Найдите значение выражения

1) $0,0006 \cdot 6 \cdot 600000$

3) $0,0008 \cdot 0,008 \cdot 80000$

2) $0,007 \cdot 0,7 \cdot 70$

4) $0,005 \cdot 0,5 \cdot 50$

Задание 2. Найдите значение выражения

1) $(2,6 \cdot 10^{-2}) \cdot (9 \cdot 10^{-3})$

3) $(1,7 \cdot 10^{-3}) \cdot (5 \cdot 10^{-4})$

5) $(2,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-4})$

2) $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (6 \cdot 10^{-2})$

4) $(2,1 \cdot 10^{-2}) \cdot (2 \cdot 10^{-2})$

6) $(1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (7 \cdot 10^{-2})$

Задание 3. Найдите значение выражения

1) $-0,2 \cdot (-7)^4 - 1 \cdot (-7)^3 - 13$

3) $0,1 \cdot (-8)^3 + 0,2 \cdot (-8)^2 - 25$

2) $-0,9 \cdot (-2)^3 + 2,9 \cdot (-2)^2 - 22$

4) $0,5 \cdot (-6)^4 + 2 \cdot (-6)^2 - 30$

Задание 4. Запишите десятичную дробь, равную сумме

1) $1 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-4}$

4) $8 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-4}$

2) $9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-4}$

5) $6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$

3) $2 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-3}$

6) $5 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-4}$

Об. Дроби и степени
Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

Задание 1. Найдите значение выражения

1) $\frac{3}{16} : \left(-\frac{5}{56}\right) + 3,8$

3) $-\frac{14}{23} : \frac{35}{46} + 2,9$

2) $\frac{7}{18} : \left(-\frac{10}{27}\right) - 2,4$

4) $-\frac{15}{58} : \frac{3}{29} - 5,63$

Задание 2. Найдите значение выражения

1) $1,9 - 3,5 \cdot 7,2$

3) $5,1 + 2,8 \cdot 2,5$

2) $-9,2 - 0,4 \cdot 6,5$

4) $-3,6 + 7,2 \cdot 1,5$

07. Числа, координатная прямая

Блок 1. ФИПИ

ПРИМЕРЫ

Задание 1. На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений для этого числа является верным?

- 1) $a - 3 < 0$ 2) $a - 4 > 0$ 3) $5 - a < 0$ 4) $4 - a > 0$



Вариант 1.

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1) $a > 3$ | 2) $a < 4$ | 3) $5 > a$ | 4) $4 > a$ |
| $a - 3 > 0$ | $a - 4 < 0$ | $5 - a > 0$ | $4 - a > 0$ |
| не верное | неверное | неверное | верное |

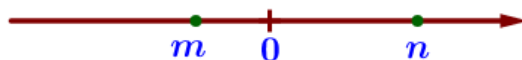
Вариант 2.

$a \approx 3,8$

- | | |
|--|---|
| 1) $a - 3 = 3,8 - 3 = 0,8 > 0$ неверное | 3) $5 - a = 5 - 3,8 = 1,2 > 0$ неверное |
| 2) $a - 4 = 3,8 - 4 = -0,2 < 0$ неверное | 4) $4 - a = 4 - 3,8 = 0,2 > 0$ верное |

Ответ: 4

Задание 2. На координатной прямой отмечены числа.



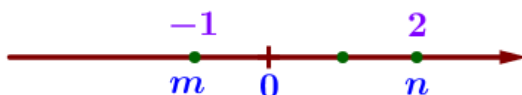
Какое из приведённых утверждений для этих чисел неверно?

- 1) $m + n > 0$ 2) $n - m > 0$ 3) $m^2 n < 0$ 4) $mn^2 < 0$

Вариант 1.

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $m < 0$ $n > 0$ | 2) $m < 0$ $n > 0$ | 3) $m < 0$ $n > 0$ | 4) $m < 0$ $n > 0$ |
| $ m < n $ | $n - m > 0$ | $m^2 > 0$ | $n^2 > 0$ |
| $m + n > 0$ | | $m^2 n > 0$ | $mn^2 < 0$ |
| верное | верное | неверное | верное |

Вариант 2.



$m = -1$ $n = 2$

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) $m + n = -1 + 2 = 1 > 0$ верное | 3) $m^2 n = (-1)^2 \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2 > 0$ неверное |
| 2) $n - m = 2 - (-1) = 3 > 0$ верное | 4) $mn^2 = (-1) \cdot 2^2 = (-1) \cdot 4 = -4 < 0$ верное |

Ответ: 3

Задание 3. На координатной прямой отмечены числа r , s и t .



Какая из разностей $s-r$, $s-t$, $r-t$ отрицательна?

- 1) $s-r$ 2) $s-t$ 3) $r-t$ 4) невозможно определить

Вариант 1.

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $s > r$
$s-r > 0$
положительна | 2) $s > t$
$s-t > 0$
положительна | 3) $r < t$
$r-t < 0$
отрицательна |
|---|---|---|

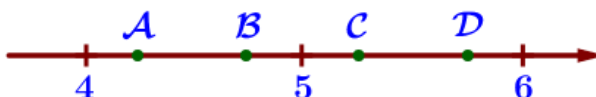
Вариант 2.



- | | | |
|-------|---------------------|--------------|
| $r=0$ | 1) $s-r=5-0=5 > 0$ | положительна |
| $t=4$ | 2) $s-t=5-4=1 > 0$ | положительна |
| $s=5$ | 3) $r-t=0-4=-4 < 0$ | отрицательна |

Ответ: 3

Задание 4. На координатной прямой отмечены точки А, В, С, и D.



Одна из них соответствует числу $\frac{37}{7}$. Какая это точка?

- 1) А 2) В 3) С 4) D

Вариант 1.

$$4 = \frac{28}{7} \quad 5 = \frac{35}{7} \quad 6 = \frac{42}{7}$$

$$\frac{35}{7} < \frac{37}{7} < \frac{42}{7}$$

$$\frac{37}{7} - \frac{35}{7} = \frac{2}{7} \quad \frac{42}{7} - \frac{37}{7} = \frac{5}{7} \Rightarrow C = \frac{37}{7}$$

Вариант 2.

$$\frac{37}{7} = 5\frac{2}{7}$$

$$5 < 5\frac{2}{7} < 6 \quad 5\frac{2}{7} < 5\frac{1}{2} \Rightarrow C = 5\frac{2}{7}$$

Ответ: 3

Задание 5. Между какими целыми числами заключено число $\frac{171}{14}$?

- 1) 11 и 12 2) 12 и 13 3) 13 и 14 4) 14 и 15

$$\frac{171}{14} = 12\frac{3}{14} \quad 12 < 12\frac{3}{14} < 13 \Rightarrow 12 < \frac{171}{14} < 13$$

Ответ: 2

Задание 6. Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{7}$?

- 1) $[0,4; 0,5]$ 2) $[0,5; 0,6]$ 3) $[0,6; 0,7]$ 4) $[0,7; 0,8]$

Вариант 1.

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{28}{70} \quad 0,5 = \frac{5}{10} = \frac{35}{70} \quad 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{42}{70} \quad 0,7 = \frac{7}{10} = \frac{49}{70} \quad 0,8 = \frac{8}{10} = \frac{56}{70}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{50}{70} \quad \frac{49}{70} < \frac{50}{70} < \frac{56}{70} \Rightarrow 0,7 < \frac{5}{7} < 0,8$$

Вариант 2.

$$\begin{array}{r} -5,0 \quad | \quad \frac{7}{49} \\ \underline{-49} \quad | \quad 0,714... \\ \quad -10 \\ \quad \quad -7 \\ \quad \quad \quad -30 \\ \quad \quad \quad \underline{-28} \\ \quad \quad \quad \quad 2 \end{array} \quad \frac{5}{7} \approx 0,71 \quad 0,70 < 0,71 < 0,80 \quad 0,7 < \frac{5}{7} < 0,8$$

Ответ: 4

Задание 7. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{9}{4}$ и $\frac{7}{3}$?

- 1) 2,1 2) 2,2 3) 2,3 4) 2,4

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} = 2\frac{25}{100} = 2,25 \quad \begin{array}{r} -7,0 \quad | \quad \frac{3}{6} \\ \underline{-6} \quad | \quad 2,33... \\ \quad -10 \\ \quad \quad -9 \\ \quad \quad \quad -10 \end{array} \quad 2,25 < 2,30 < 2,33$$

Ответ: 3

Задание 8. Какое из данных чисел принадлежит отрезку $[5; 6]$?

- 1) $\frac{52}{11}$ 2) $\frac{60}{11}$ 3) $\frac{68}{11}$ 4) $\frac{72}{11}$

Вариант 1.

$$5 = \frac{55}{11} \quad 6 = \frac{66}{11} \quad \frac{55}{11} < \frac{60}{11} < \frac{66}{11} \quad 5 < \frac{60}{11} < 6$$

Вариант 2.

$$1) \frac{52}{11} = 4 \frac{8}{11}$$

$$4 < 4 \frac{8}{11} < 5$$

$$2) \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11}$$

$$5 < 5 \frac{5}{11} < 6$$

$$3) \frac{68}{11} = 6 \frac{2}{11}$$

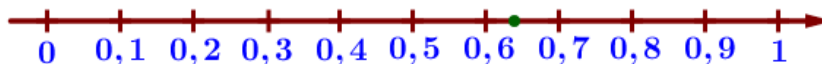
$$6 < 6 \frac{2}{11} < 7$$

$$4) \frac{72}{11} = 6 \frac{6}{11}$$

$$6 < 6 \frac{6}{11} < 7$$

Ответ: 2

Задание 9. Одно из чисел $\frac{3}{14}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{11}{14}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

$$1) \frac{3}{14}$$

$$2) \frac{5}{14}$$

$$3) \frac{9}{14}$$

$$4) \frac{11}{14}$$

Вариант 1.

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{84}{140}$$

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{98}{140}$$

$$1) \frac{3}{14} = \frac{30}{140}$$

$$2) \frac{5}{14} = \frac{50}{140}$$

$$3) \frac{9}{14} = \frac{90}{140}$$

$$4) \frac{11}{14} = \frac{110}{140}$$

$$\frac{84}{140} < \frac{90}{140} < \frac{98}{140} \Rightarrow 0,6 < \frac{90}{140} < 0,7$$

Вариант 2.

$$1) \frac{3}{14} \approx 0,21$$

$$2) \frac{5}{14} \approx 0,36$$

$$3) \frac{9}{14} \approx 0,64$$

$$4) \frac{11}{14} \approx 0,79$$

$$\begin{array}{r} 3,0 \quad | \quad 14 \\ -28 \quad | \quad 0,214... \\ \hline -20 \\ -14 \\ \hline -60 \\ -56 \\ \hline -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,0 \quad | \quad 14 \\ -42 \quad | \quad 0,357... \\ \hline -80 \\ -70 \\ \hline -100 \\ -98 \\ \hline -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,0 \quad | \quad 14 \\ -84 \quad | \quad 0,642... \\ \hline -60 \\ -56 \\ \hline -40 \\ -28 \\ \hline -12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11,0 \quad | \quad 14 \\ -98 \quad | \quad 0,785... \\ \hline -120 \\ -112 \\ \hline -80 \\ -70 \\ \hline -10 \end{array}$$

$$0,20 < 0,21 < 0,30$$

$$0,30 < 0,36 < 0,40$$

$$0,60 < 0,64 < 0,70$$

$$0,70 < 0,79 < 0,80$$

$$0,2 < \frac{3}{14} < 0,3$$

$$0,3 < \frac{5}{14} < 0,4$$

$$0,6 < \frac{9}{14} < 0,7$$

$$0,7 < \frac{11}{14} < 0,8$$

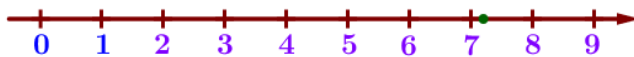
Ответ: 3

Задание 10. Одно из чисел $\frac{100}{17}$, $\frac{103}{17}$, $\frac{115}{17}$, $\frac{122}{17}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{100}{17}$ 2) $\frac{103}{17}$ 3) $\frac{115}{17}$ 4) $\frac{122}{17}$



Вариант 1.

$$7 = \frac{119}{17} \quad 8 = \frac{136}{17} \quad \frac{119}{17} < \frac{122}{17} < \frac{136}{17} \quad 7 < \frac{122}{17} < 8$$

Вариант 2.

- 1) $\frac{100}{17} = 5\frac{15}{17}$ 2) $\frac{103}{17} = 6\frac{1}{17}$ 3) $\frac{115}{17} = 6\frac{13}{17}$ 4) $\frac{122}{17} = 7\frac{3}{17}$
 $5 < 5\frac{15}{17} < 6$ $6 < 6\frac{1}{17} < 7$ $6 < 6\frac{13}{17} < 7$ $7 < 7\frac{3}{17} < 8$

Ответ: 4

Задание 11. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам 0,27; -0,028; -0,209; 0,021.



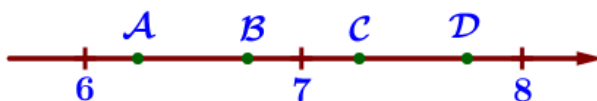
Какой точке соответствует число 0,27?

- 1) А 2) В 3) С 4) D

Приводим к общему знаменателю: 0,270; -0,028; -0,209; 0,021
 Расставляем в порядке возрастания: $-0,209 < -0,028 < 0,021 < 0,270$

Ответ: 4

Задание 12. На координатной прямой отмечены точки А, В, С, D.



Одна из них соответствует данному числу $\sqrt{45}$. Какая это точка?

- 1) А 2) В 3) С 4) D

$$6 = \sqrt{36} \quad 6,5 = \sqrt{42,25} \quad 7 = \sqrt{49} \quad 7,5 = \sqrt{56,25} \quad 8 = \sqrt{64}$$

$$\sqrt{42,25} < \sqrt{45} < \sqrt{49}$$

Ответ: 2

Задание 13. Одно из чисел отмечено на прямой точкой А. Какое это число?



- 1) $\sqrt{24}$ 2) $\sqrt{29}$ 3) $\sqrt{34}$ 4) $\sqrt{42}$

$5 = \sqrt{25}$ $5,5 = \sqrt{30,25}$ $6 = \sqrt{36}$ $\sqrt{30,25} < \sqrt{34} < \sqrt{36}$ Ответ: 3

Задание 14. Между какими целыми числами заключено число $\sqrt{67}$?

- 1) 6 и 7 2) 66 и 68 3) 8 и 9 4) 33 и 34

$6 = \sqrt{36}$ $7 = \sqrt{49}$ $8 = \sqrt{64}$ $9 = \sqrt{81}$

$\sqrt{64} < \sqrt{67} < \sqrt{81}$

$8 < \sqrt{67} < 9$ Ответ: 3

Задание 15. Какое из данных чисел принадлежит промежутку $[5; 6]$?

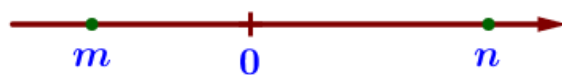
- 1) $\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{6}$ 3) $\sqrt{20}$ 4) $\sqrt{29}$

$5 = \sqrt{25}$ $6 = \sqrt{36}$ $\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$

$5 < \sqrt{29} < 6$ Ответ: 4

07. Числа, координатная прямая
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия
ПРИМЕРЫ

Задание 16. На координатной прямой отмечены числа m и n .



Какое из следующих утверждений верно?

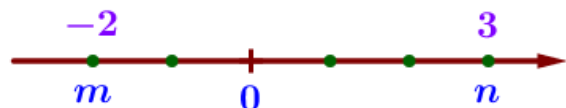
- 1) $m < n$ и $|m| < |n|$ 2) $m > n$ и $|m| < |n|$ 3) $m < n$ и $|m| > |n|$ 4) $m > n$ и $|m| > |n|$

Вариант 1.

Расстояние от 0 до m меньше, чем расстояние от 0 до $n \Rightarrow |m| < |n|$;

$m < 0 < n \Rightarrow m < n$.

Вариант 2.



$m = -2$ $n = 3$

$-2 < 3 \Rightarrow m < n$

$|-2| = 2$ $|3| = 3$

$|-2| < |3| \Rightarrow |m| < |n|$

Ответ: 1

Задание 17. На координатной прямой отмечены числа a , a^2 , a^3 .



Какое из перечисленных чисел наименьшее?

- 1) a 2) a^2 3) a^3 4) нет данных

Вариант 1.

$$a < 0 \quad a^2 > 0 \quad a^3 < 0 \quad |a| < 1 \Rightarrow |a^3| < |a| \quad a < a^3 < 0 < a^2$$

$$a < 0 \Rightarrow a^3 > a \quad \text{наименьшее} - a$$

Вариант 2.

$$a \approx -0,8 \quad a^2 \approx 0,64 \quad a^3 \approx -0,512$$

$$-0,8 < -0,512 < 0,64$$

$$a < a^3 < a^2 \text{ (наименьшее} - a)$$

Ответ: 1

Задание 18. Сравните числа $\frac{3}{a}$ и $\frac{3}{b}$, если a , b – положительные числа и $a < b$:

- 1) $\frac{3}{a} > \frac{3}{b}$ 2) $\frac{3}{a} < \frac{3}{b}$ 3) $\frac{3}{a} = \frac{3}{b}$ 4) невозможно определить

Вариант 1.

Если у двух дробей одинаковые числители, то больше будет та дробь, чей знаменатель меньше:

$$0 < a < b \Rightarrow \frac{3}{a} > \frac{3}{b}$$

Вариант 2.

$a < b$: пусть $a=1$, $b=2$

$$\frac{3}{a} = \frac{3}{1} = 3 \quad \frac{3}{b} = \frac{3}{2} = 1,5 \Rightarrow \frac{3}{a} > \frac{3}{b}$$

Ответ: 1

Задание 19. Какие из данных утверждений неверны, если $x < y$?

- 1) $x - 31 < y - 31$ 2) $\frac{x}{13} < \frac{y}{13}$ 3) $-\frac{x}{4} < -\frac{y}{4}$ 4) $x + 17 < y + 17$

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1) $x < y \quad -31$
$x - 31 < y - 31$
верное | 2) $x < y \quad :13$
$\frac{x}{13} < \frac{y}{13}$
верное | 3) $x < y \quad :(-4)$
$-\frac{x}{4} > -\frac{y}{4}$
неверное | 4) $x < y \quad +17$
$x + 17 < y + 17$
верное |
|---|---|---|---|

Ответ: 3

Задание 20. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ и 1.



1) $\frac{1}{x}, 1, \frac{1}{y}$

2) $\frac{1}{y}, 1, \frac{1}{x}$

3) $\frac{1}{y}, \frac{1}{x}, 1$

4) $1, \frac{1}{x}, \frac{1}{y}$

Вариант 1.

Если у двух дробей одинаковые числители, то больше будет та дробь, чей знаменатель меньше:

$$0 < x < 1 < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{1} > \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{1}{y} < 1 < \frac{1}{x}$$

Вариант 2.

$x \approx 0,9 \quad y \approx 1,2$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{0,9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

$$\frac{5}{6} < 1 < 1\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{1,2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{y} < 1 < \frac{1}{x}$$

Ответ: 2

Задание 21. На координатной прямой точками отмечены числа $\frac{2}{9}$, $\frac{11}{4}$, 1,2 и 0,6. Какому числу соответствует точка В?



Вариант 1.

$$\frac{2}{9}; \quad \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}; \quad 1,2 = 1\frac{2}{10}; \quad 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{10}{45} < \frac{27}{45} < 1\frac{2}{10} < 2\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{10}{45}; \quad \frac{3}{5} = \frac{27}{45}$$

$$\frac{2}{9} < 0,6 < 1,2 < \frac{11}{4} \Rightarrow B = 0,6$$

Вариант 2.

$$\begin{array}{r|l} 2,0 & 9 \\ \hline - 18 & 0,22... \\ \hline - 20 & \\ - 18 & \\ \hline & 2 \end{array}$$

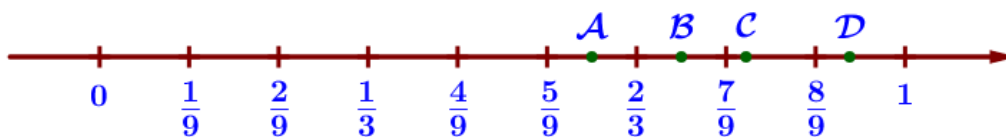
$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ \hline - 8 & 2,75... \\ \hline - 30 & \\ - 28 & \\ \hline & -20 \\ & -20 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\frac{2}{9} \approx 0,22 \quad \frac{11}{4} = 2,75 \quad 1,2 \quad 0,6$$

$$0,22 < 0,6 < 1,2 < 2,75 \Rightarrow B = 0,6$$

Ответ: 0,6

Задание 22. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{8}{11}$. Какая это точка?



- 1) A 2) B 3) C 4) D

$$\frac{5}{9} = \frac{55}{99} \quad \frac{2}{3} = \frac{66}{99} \quad \frac{7}{9} = \frac{77}{99} \quad \frac{8}{9} = \frac{88}{99} \quad 1 = \frac{99}{99}$$

$$\frac{8}{11} = \frac{72}{99} \quad \frac{66}{99} < \frac{72}{99} < \frac{77}{99} \quad \frac{2}{3} < \frac{72}{99} < \frac{7}{9}$$

Ответ: 2

Задание 23. Какому из данных промежутков принадлежит число $\sqrt{21}$?

- 1) [3; 4] 2) [4; 5] 3) [5; 6] 4) [6; 7]

$$3 = \sqrt{9} \quad 4 = \sqrt{16} \quad 5 = \sqrt{25} \quad 6 = \sqrt{36} \quad 7 = \sqrt{49}$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{21} < 5$$

Ответ: 2

Задание 24. Сколько целых чисел расположено между $2\sqrt{5}$ и $5\sqrt{2}$?

$$2\sqrt{5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20} \quad 5\sqrt{2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{50}$$

Целые числа:

$$4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$$

$$\sqrt{16} \quad \sqrt{25} \quad \sqrt{36} \quad \sqrt{49} \quad \sqrt{64}$$

Между $\sqrt{20}$ и $\sqrt{50}$ три числа:

$$\sqrt{25}, \sqrt{36}, \sqrt{49}$$

Ответ: 3

07. Числа, координатная прямая
Часть 3. Типовые экзаменационные варианты
ПРИМЕРЫ

Задание 25. Какое из чисел $-\frac{92}{15}$, $-\frac{83}{15}$, $-\frac{71}{15}$, $-\frac{67}{15}$ принадлежит отрезку $[-6; -5]$?

- 1) $-\frac{92}{15}$ 2) $-\frac{83}{15}$ 3) $-\frac{71}{15}$ 4) $-\frac{67}{15}$

Вариант 1.

$$-6 = -\frac{90}{15} \quad -5 = -\frac{75}{15} \quad -\frac{90}{15} < -\frac{83}{15} < -\frac{75}{15} \Rightarrow -6 < -\frac{83}{15} < -5$$

Вариант 2.

$$\begin{array}{llll} 1) \quad -\frac{92}{15} = -6\frac{2}{15} & 2) \quad -\frac{83}{15} = -5\frac{8}{15} & 3) \quad -\frac{71}{15} = -4\frac{11}{15} & 4) \quad -\frac{67}{15} = -4\frac{7}{15} \\ -7 < -6\frac{2}{15} < -6 & -6 < -5\frac{8}{15} < -5 & -5 < -4\frac{11}{15} < -4 & -5 < -4\frac{7}{15} < -4 \end{array}$$

Ответ: 2

Задание 26. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $-\frac{6}{7}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{6}{11}$; $\frac{6}{17}$. Какой точке соответствует число $\frac{6}{11}$?



- 1) А 2) В 3) С 4) D

Если у двух дробей одинаковые числители, то больше будет та дробь, чей знаменатель меньше:

$$\begin{aligned} -\frac{6}{7} < 0 & \quad 0 < \frac{6}{17} < \frac{6}{11} < \frac{6}{7} \\ -\frac{6}{7} < \frac{6}{17} < \frac{6}{11} < \frac{6}{7} & \Rightarrow C = \frac{6}{11} \end{aligned}$$

Ответ: 3

Задание 27. Между какими целыми числами заключено число $-\frac{128}{13}$?

- 1) -9 и -8 2) -11 и -10 3) -10 и -9 4) -12 и -11

$$-\frac{128}{13} = -9\frac{11}{13} \quad -10 < -9\frac{11}{13} < -9$$

Ответ: 3

07. Числа, координатная прямая Блок 1. ФИПИ

Задание 1. На координатной прямой отмечено число a . Какое из утверждений для этого числа является верным?



- 1) $a-6 < 0$ 3) $a-7 > 0$
2) $6-a > 0$ 4) $8-a < 0$



- 1) $5-a < 0$ 3) $a-5 < 0$
2) $a-6 > 0$ 4) $4-a > 0$



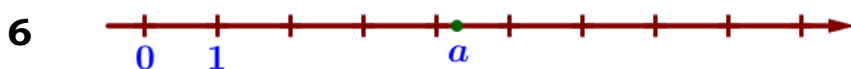
- 1) $a-4 < 0$ 3) $6-a > 0$
2) $a-6 > 0$ 4) $7-a < 0$



- 1) $8-a > 0$ 3) $a-7 < 0$
2) $8-a < 0$ 4) $a-9 > 0$



- 1) $4-a > 0$ 3) $a-8 > 0$
2) $a-7 < 0$ 4) $8-a < 0$



- 1) $4-a > 0$ 3) $a-3 < 0$
2) $a-4 < 0$ 4) $6-a > 0$

Задание 2. На координатной прямой отмечены числа. Какое из приведённых утверждений для этих чисел неверно?



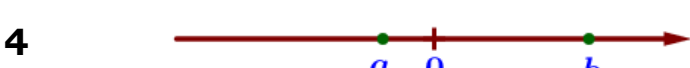
- 1) $x+y < 0$ 3) $xy^2 > 0$
2) $x-y > 0$ 4) $x^2y < 0$



- 1) $ab < 0$ 3) $a+b < 0$
2) $ab^2 > 0$ 4) $a-b < 0$



- 1) $xy^2 > 0$ 3) $x-y < 0$
2) $xy < 0$ 4) $x+y < 0$



- 1) $a+b > 0$ 3) $ab^2 < 0$
2) $a-b < 0$ 4) $ab > 0$



- 1) $x^2y < 0$ 3) $x+y > 0$
2) $xy^2 > 0$ 4) $y-x < 0$



- 1) $b-a > 0$ 3) $a+b < 0$
2) $ab^2 > 0$ 4) $ab < 0$

Задание 3. На координатной прямой отмечены числа p , q и r . Какая из разностей $q-p$, $q-r$, $r-p$ положительна? В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $q-p$ 2) $q-r$ 3) $r-p$
4) невозможно определить

Задание 4. На координатной прямой отмечены числа x , y и z . Какая из разностей $z-x$, $y-z$, $x-y$ отрицательна? В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $z-x$ 2) $y-z$ 3) $x-y$
- 4) невозможно определить

Задание 5. На координатной прямой отмечены числа a , b и c . Какая из разностей $a-b$, $a-c$, $c-b$ положительна? В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $a-b$ 2) $a-c$ 3) $c-b$
- 4) невозможно определить

Задание 6. На координатной прямой отмечены числа p , q и r . Какая из разностей $q-p$, $q-r$, $r-p$ отрицательна? В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $q-p$ 2) $q-r$ 3) $r-p$
- 4) невозможно определить

Задание 7. На координатной прямой отмечены числа x , y и z . Какая из разностей $z-x$, $y-z$, $x-y$ положительна? В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $z-x$ 2) $y-z$ 3) $x-y$
- 4) невозможно определить

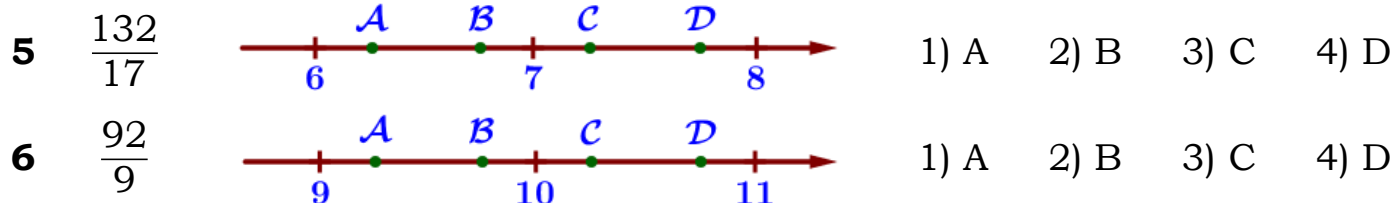
Задание 8. На координатной прямой отмечены числа a , b и c . Какая из разностей $a-b$, $a-c$, $c-b$ отрицательна? В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $a-b$ 2) $a-c$ 3) $c-b$
- 4) невозможно определить

Задание 9. На координатной прямой отмечены точки A , B , C , и D . Одна из них соответствует данному числу. Какая это точка?

1	$\frac{63}{11}$	<p>A horizontal number line with an arrow pointing to the right. Tick marks are at 5, 6, and 7. Four points are marked with green dots and labeled above as A, B, C, and D from left to right. A is between 5 and 6, B is between 6 and 7, C is between 6 and 7, and D is between 6 and 7.</p>	1) A 2) B 3) C 4) D
2	$\frac{116}{15}$	<p>A horizontal number line with an arrow pointing to the right. Tick marks are at 6, 7, and 8. Four points are marked with green dots and labeled above as A, B, C, and D from left to right. A is between 6 and 7, B is between 7 and 8, C is between 7 and 8, and D is between 7 and 8.</p>	1) A 2) B 3) C 4) D
3	$\frac{107}{13}$	<p>A horizontal number line with an arrow pointing to the right. Tick marks are at 8, 9, and 10. Four points are marked with green dots and labeled above as A, B, C, and D from left to right. A is between 8 and 9, B is between 9 and 10, C is between 9 and 10, and D is between 9 and 10.</p>	1) A 2) B 3) C 4) D
4	$\frac{100}{19}$	<p>A horizontal number line with an arrow pointing to the right. Tick marks are at 4, 5, and 6. Four points are marked with green dots and labeled above as A, B, C, and D from left to right. A is between 4 and 5, B is between 5 and 6, C is between 5 and 6, and D is between 5 and 6.</p>	1) A 2) B 3) C 4) D



Задание 10. Между какими целыми числами заключено число...

- | | | | | | |
|----------|--------------------|------------|------------|------------|------------|
| 1 | $\frac{130}{11}$? | 1) 10 и 11 | 2) 11 и 12 | 3) 12 и 13 | 4) 13 и 14 |
| 2 | $\frac{124}{15}$? | 1) 8 и 9 | 2) 9 и 10 | 3) 10 и 11 | 4) 11 и 12 |
| 3 | $\frac{230}{19}$? | 1) 11 и 12 | 2) 12 и 13 | 3) 13 и 14 | 4) 14 и 15 |
| 4 | $\frac{140}{17}$? | 1) 5 и 6 | 2) 6 и 7 | 3) 7 и 8 | 4) 8 и 9 |
| 5 | $\frac{110}{13}$? | 1) 8 и 9 | 2) 9 и 10 | 3) 10 и 11 | 4) 11 и 12 |
| 6 | $\frac{131}{12}$? | 1) 10 и 11 | 2) 11 и 12 | 3) 12 и 13 | 4) 13 и 14 |

Задание 11. Какому из данных промежутков принадлежит ...

- | | | | | | |
|----------|------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | число $\frac{2}{9}$? | 1) [0,1; 0,2] | 2) [0,2; 0,3] | 3) [0,3; 0,4] | 4) [0,4; 0,5] |
| 2 | число $\frac{7}{11}$? | 1) [0,4; 0,5] | 2) [0,5; 0,6] | 3) [0,6; 0,7] | 4) [0,7; 0,8] |
| 3 | число $\frac{5}{13}$? | 1) [0,2; 0,3] | 2) [0,3; 0,4] | 3) [0,4; 0,5] | 4) [0,5; 0,6] |
| 4 | число $\frac{3}{7}$? | 1) [0,1; 0,2] | 2) [0,2; 0,3] | 3) [0,3; 0,4] | 4) [0,4; 0,5] |
| 5 | число $\frac{5}{11}$? | 1) [0,2; 0,3] | 2) [0,3; 0,4] | 3) [0,4; 0,5] | 4) [0,5; 0,6] |
| 6 | число $\frac{9}{13}$? | 1) [0,5; 0,6] | 2) [0,6; 0,7] | 3) [0,7; 0,8] | 4) [0,8; 0,9] |

Задание 12. Какое из следующих чисел заключено между числами...

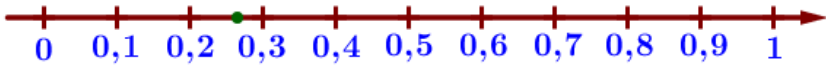
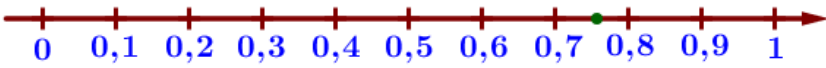
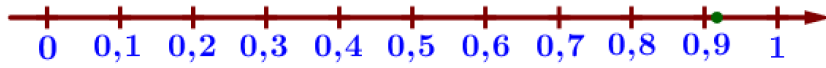
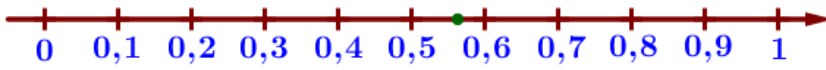
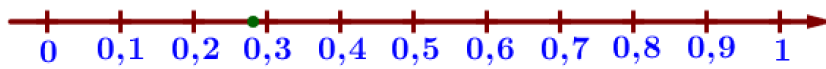
- | | | | | | |
|----------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | $\frac{8}{3}$ и $\frac{11}{4}$? | 1) 2,7 | 2) 2,8 | 3) 2,9 | 4) 3 |
| 2 | $\frac{8}{13}$ и $\frac{12}{17}$? | 1) 0,6 | 2) 0,7 | 3) 0,8 | 4) 0,9 |
| 3 | $\frac{15}{11}$ и $\frac{13}{9}$? | 1) 1,4 | 2) 1,5 | 3) 1,6 | 4) 1,7 |

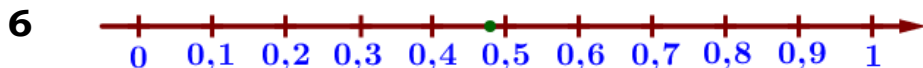
- 4 $\frac{17}{15}$ и $\frac{16}{13}$? 1) 1,2 2) 1,3 3) 1,4 4) 1,5
- 5 $\frac{19}{8}$ и $\frac{17}{7}$? 1) 2,3 2) 2,4 3) 2,5 4) 2,6
- 6 $\frac{18}{17}$ и $\frac{17}{15}$? 1) 1,0 2) 1,1 3) 1,2 4) 1,3

Задание 13. Какое из данных чисел принадлежит ...

- 1 отрезку [3; 4]? 1) $\frac{47}{14}$ 2) $\frac{57}{14}$ 3) $\frac{61}{14}$ 4) $\frac{65}{14}$
- 2 отрезку [4; 5]? 1) $\frac{58}{17}$ 2) $\frac{72}{17}$ 3) $\frac{87}{17}$ 4) $\frac{91}{17}$
- 3 отрезку [7; 8]? 1) $\frac{57}{9}$ 2) $\frac{62}{9}$ 3) $\frac{70}{9}$ 4) $\frac{79}{9}$
- 4 отрезку [6; 7]? 1) $\frac{67}{12}$ 2) $\frac{71}{12}$ 3) $\frac{83}{12}$ 4) $\frac{91}{12}$
- 5 отрезку [5; 6]? 1) $\frac{68}{13}$ 2) $\frac{79}{13}$ 3) $\frac{82}{13}$ 4) $\frac{89}{13}$
- 6 отрезку [4; 5]? 1) $\frac{49}{15}$ 2) $\frac{52}{15}$ 3) $\frac{58}{15}$ 4) $\frac{71}{15}$

Задание 14. Одно из чисел отмечено на прямой точкой. Какое это число?

- 1  1) $\frac{3}{11}$ 3) $\frac{7}{11}$
2) $\frac{8}{11}$ 4) $\frac{13}{11}$
- 2  1) $\frac{10}{17}$ 3) $\frac{11}{17}$
2) $\frac{13}{17}$ 4) $\frac{14}{17}$
- 3  1) $\frac{3}{13}$ 3) $\frac{9}{13}$
2) $\frac{10}{13}$ 4) $\frac{12}{13}$
- 4  1) $\frac{10}{23}$ 3) $\frac{11}{23}$
2) $\frac{13}{23}$ 4) $\frac{14}{23}$
- 5  1) $\frac{2}{7}$ 3) $\frac{4}{7}$
2) $\frac{10}{7}$ 4) $\frac{11}{7}$



- 1) $\frac{6}{23}$ 3) $\frac{7}{23}$
 2) $\frac{11}{23}$ 4) $\frac{12}{23}$

Задание 15. Одно из чисел отмечено на прямой точкой. Какое это число?



- 1) $\frac{55}{19}$ 2) $\frac{64}{19}$ 3) $\frac{72}{19}$ 4) $\frac{79}{19}$



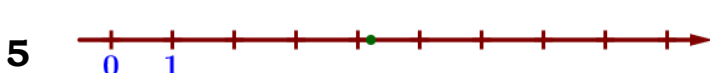
- 1) $\frac{71}{15}$ 2) $\frac{79}{15}$ 3) $\frac{86}{15}$ 4) $\frac{92}{15}$



- 1) $\frac{73}{22}$ 2) $\frac{83}{22}$ 3) $\frac{93}{22}$ 4) $\frac{113}{22}$



- 1) $\frac{58}{13}$ 2) $\frac{69}{13}$ 3) $\frac{76}{13}$ 4) $\frac{83}{13}$



- 1) $\frac{75}{23}$ 2) $\frac{85}{23}$ 3) $\frac{97}{23}$ 4) $\frac{110}{23}$



- 1) $\frac{31}{11}$ 2) $\frac{37}{11}$ 3) $\frac{41}{11}$ 4) $\frac{47}{11}$

Задание 16. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам ...

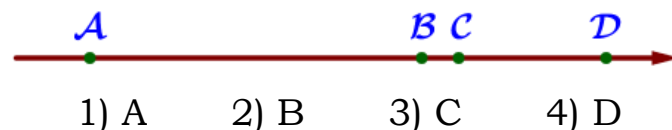
0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.

- 1 Какой точке соответствует число 0,03?



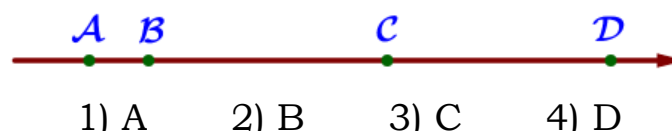
-0,502; 0,25; 0,205; 0,52.

- 2 Какой точке соответствует число 0,205?



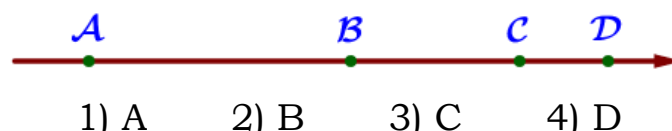
0,508; 0,85; -0,05; 0,058.

- 3 Какой точке соответствует число 0,058?



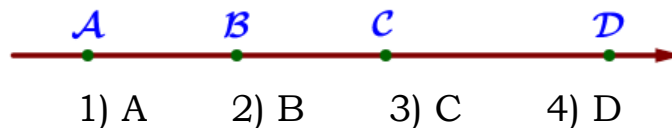
-0,39; -0,09; -0,93; 0,03.

- 4 Какой точке соответствует число -0,09?



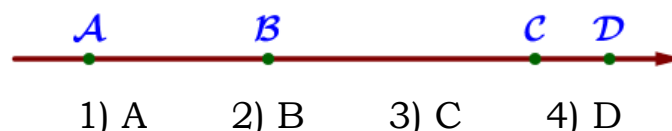
0,271; -0,112; 0,041; -0,267.

- 5 Какой точке соответствует число 0,271?

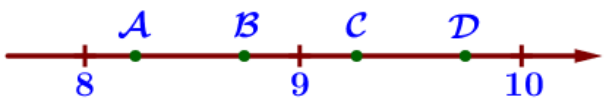
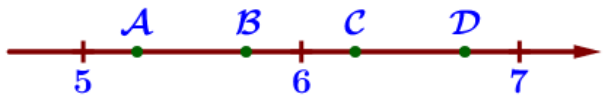
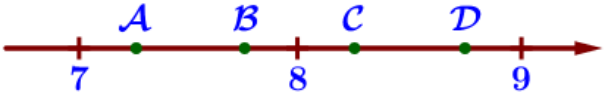
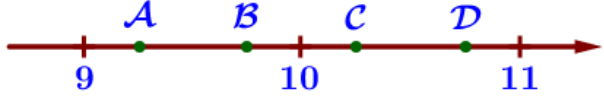
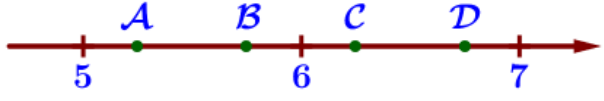
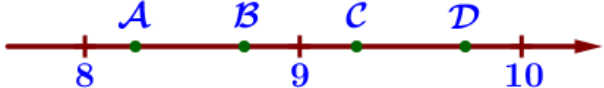


-0,201; -0,012; -0,304;

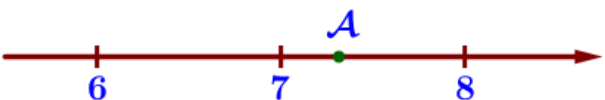
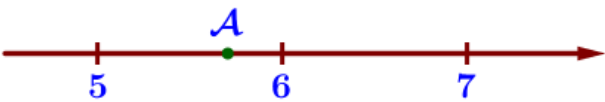
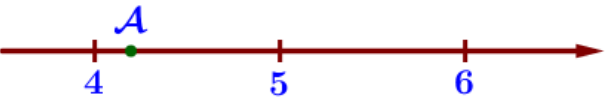
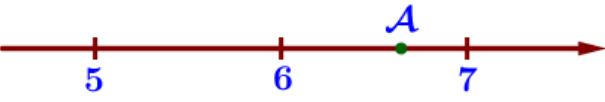
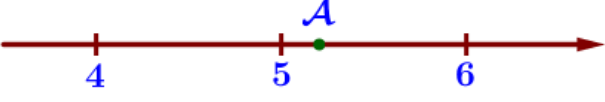
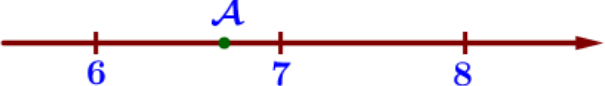
- 6 0,021. Какой точке соответствует число -0,304?



Задание 17. На координатной прямой отмечены точки А, В, С, D. Одна из них соответствует данному числу. Какая это точка?

- | | | | | | | |
|---|-------------|---|------|------|------|------|
| 1 | $\sqrt{86}$ |  | 1) A | 2) B | 3) C | 4) D |
| 2 | $\sqrt{46}$ |  | 1) A | 2) B | 3) C | 4) D |
| 3 | $\sqrt{68}$ |  | 1) A | 2) B | 3) C | 4) D |
| 4 | $\sqrt{85}$ |  | 1) A | 2) B | 3) C | 4) D |
| 5 | $\sqrt{39}$ |  | 1) A | 2) B | 3) C | 4) D |
| 6 | $\sqrt{76}$ |  | 1) A | 2) B | 3) C | 4) D |

Задание 18. Одно из чисел отмечено на прямой точкой А. Какое это число?

- | | | | | | |
|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 |  | 1) $\sqrt{41}$ | 2) $\sqrt{48}$ | 3) $\sqrt{53}$ | 4) $\sqrt{63}$ |
| 2 |  | 1) $\sqrt{28}$ | 2) $\sqrt{33}$ | 3) $\sqrt{38}$ | 4) $\sqrt{47}$ |
| 3 |  | 1) $\sqrt{17}$ | 2) $\sqrt{22}$ | 3) $\sqrt{28}$ | 4) $\sqrt{32}$ |
| 4 |  | 1) $\sqrt{29}$ | 2) $\sqrt{33}$ | 3) $\sqrt{39}$ | 4) $\sqrt{44}$ |
| 5 |  | 1) $\sqrt{18}$ | 2) $\sqrt{24}$ | 3) $\sqrt{26}$ | 4) $\sqrt{32}$ |
| 6 |  | 1) $\sqrt{40}$ | 2) $\sqrt{46}$ | 3) $\sqrt{53}$ | 4) $\sqrt{58}$ |

Задание 19. Между какими целыми числами заключено число...

- | | | | | | |
|---|---------------|------------|------------|------------|------------|
| 1 | $\sqrt{89}$? | 1) 4 и 5 | 2) 29 и 31 | 3) 9 и 10 | 4) 88 и 90 |
| 2 | $\sqrt{27}$? | 1) 2 и 3 | 2) 5 и 6 | 3) 12 и 14 | 4) 26 и 28 |
| 3 | $\sqrt{58}$? | 1) 19 и 21 | 2) 57 и 59 | 3) 3 и 4 | 4) 7 и 8 |
| 4 | $\sqrt{73}$? | 1) 8 и 9 | 2) 72 и 74 | 3) 24 и 26 | 4) 4 и 5 |
| 5 | $\sqrt{30}$? | 1) 11 и 13 | 2) 5 и 6 | 3) 2 и 3 | 4) 29 и 31 |
| 6 | $\sqrt{56}$? | 1) 55 и 57 | 2) 3 и 4 | 3) 19 и 21 | 4) 7 и 8 |

Задание 20. Какое из данных чисел принадлежит...

- | | | | | | |
|----------|-----------------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 1 | промежутку $[5; 6]$? | 1) $\sqrt{5}$ | 2) $\sqrt{6}$ | 3) $\sqrt{24}$ | 4) $\sqrt{32}$ |
| 2 | промежутку $[6; 7]$? | 1) $\sqrt{6}$ | 2) $\sqrt{7}$ | 3) $\sqrt{38}$ | 4) $\sqrt{50}$ |
| 3 | промежутку $[7; 8]$? | 1) $\sqrt{7}$ | 2) $\sqrt{8}$ | 3) $\sqrt{62}$ | 4) $\sqrt{72}$ |
| 4 | промежутку $[6; 7]$? | 1) $\sqrt{6}$ | 2) $\sqrt{7}$ | 3) $\sqrt{40}$ | 4) $\sqrt{51}$ |
| 5 | промежутку $[5; 6]$? | 1) $\sqrt{5}$ | 2) $\sqrt{6}$ | 3) $\sqrt{28}$ | 4) $\sqrt{41}$ |
| 6 | промежутку $[7; 8]$? | 1) $\sqrt{7}$ | 2) $\sqrt{8}$ | 3) $\sqrt{45}$ | 4) $\sqrt{60}$ |

07. Числа, координатная прямая
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

Задание 1. На координатной прямой отмечены числа. Какое из следующих утверждений верно?



- 1) $x < y$ и $|x| < |y|$ 3) $x > y$ и $|x| > |y|$
 2) $x < y$ и $|x| > |y|$ 4) $x > y$ и $|x| < |y|$



- 1) $a < b$ и $|a| < |b|$ 3) $a > b$ и $|a| > |b|$
 2) $a < b$ и $|a| > |b|$ 4) $a > b$ и $|a| < |b|$

Задание 2. На координатной прямой отмечены числа. Какое из перечисленных чисел наименьшее?



- 1) a 2) a^2 3) a^3 4) нет данных



- 1) a^2 2) a^3 3) a^4 4) нет данных



- 1) a^2 2) a^3 3) a^4 4) нет данных



- 1) a 2) a^2 3) a^3 4) нет данных

Задание 3 Сравните числа, если a, b – положительные числа и ...


- 1** $a < b$: 1) $\frac{2}{a} > \frac{2}{b}$ 2) $\frac{2}{a} < \frac{2}{b}$ 3) $\frac{2}{a} = \frac{2}{b}$ 4) невозможно
- 2** $a > b$: 1) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 2) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 3) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ 4) невозможно


Задание 4. Какие из данных утверждений неверны, если $a < c$?


1) $a - 49 < c - 49$ 2) $a + 23 < c + 23$ 3) $-\frac{a}{26} < -\frac{c}{26}$ 4) $\frac{a}{5} < \frac{c}{5}$


2) 1) $a - 24 < c - 24$ 2) $a + 33 < c + 33$ 3) $-\frac{a}{5} < -\frac{c}{5}$ 4) $\frac{a}{17} < \frac{c}{17}$

Задание 5. Расположите в порядке возрастания числа.

1  1) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 2) $1, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}$ 3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 1$ 4) $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$

2  1) $\frac{1}{b}, 1, \frac{1}{a}$ 2) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 1$ 4) $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$

3  1) $1, \frac{1}{a}, \frac{1}{c}$ 2) $\frac{1}{c}, \frac{1}{a}, 1$ 3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{c}, 1$ 4) $1, \frac{1}{c}, \frac{1}{a}$

4  1) $\frac{1}{x}, 1, \frac{1}{y}$ 2) $\frac{1}{y}, 1, \frac{1}{x}$ 3) $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, 1$ 4) $1, \frac{1}{y}, \frac{1}{x}$

Задание 6. На координатной прямой точками отмечены числа.

1. Какому числу соответствует точка С?



2. Какому числу соответствует точка D?



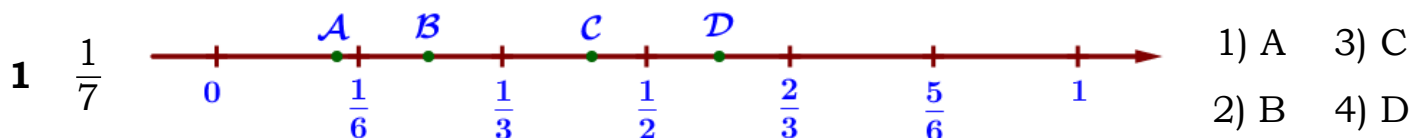
3. Какому числу соответствует точка С?

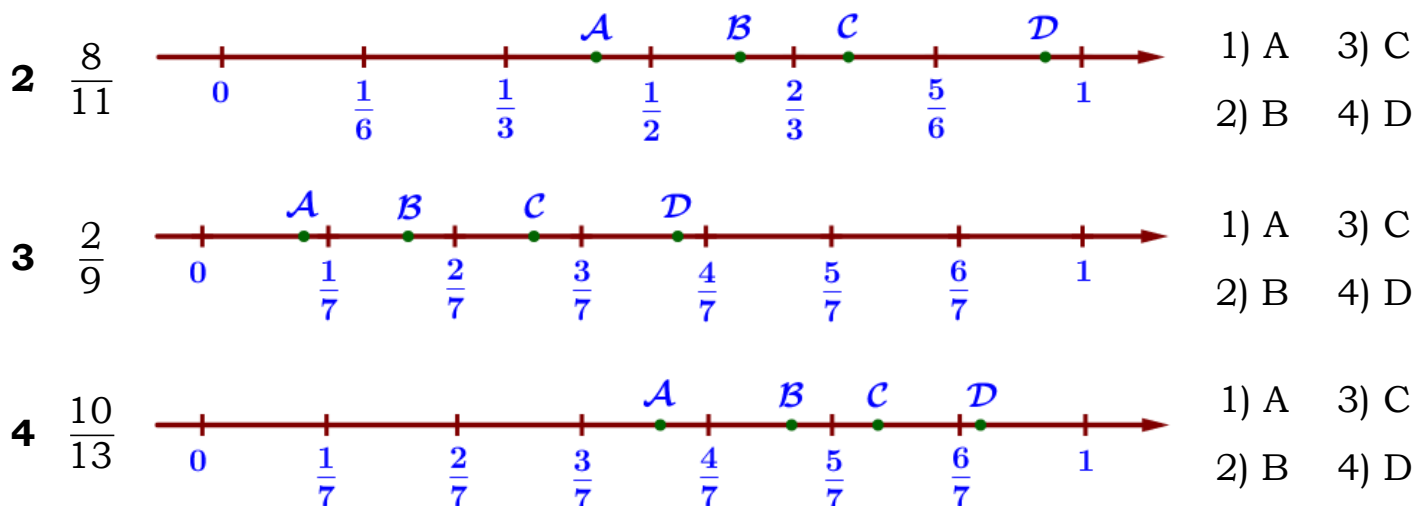


4. Какому числу соответствует точка D?



Задание 7. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует данному числу. Какая это точка?





Задание 8. Какому из данных промежутков принадлежит...

- | | | | | | |
|---|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | число $\sqrt{58}$? | 1) [4; 5] | 2) [5; 6] | 3) [6; 7] | 4) [7; 8] |
| 2 | число $\sqrt{27}$? | 1) [4; 5] | 2) [5; 6] | 3) [6; 7] | 4) [7; 8] |
| 3 | число $\sqrt{19}$? | 1) [4; 5] | 2) [5; 6] | 3) [6; 7] | 4) [7; 8] |
| 4 | число $\sqrt{63}$? | 1) [4; 5] | 2) [5; 6] | 3) [6; 7] | 4) [7; 8] |
| 5 | число $\sqrt{42}$? | 1) [4; 5] | 2) [5; 6] | 3) [6; 7] | 4) [7; 8] |
| 6 | число $\sqrt{31}$? | 1) [4; 5] | 2) [5; 6] | 3) [6; 7] | 4) [7; 8] |

Задание 9. Сколько целых чисел расположено между ...

- | | | | | | | | |
|---|------------------------------|---|------------------------------|---|------------------------------|---|-------------------------------|
| 1 | $\sqrt{5}$ и $\sqrt{95}$? | 3 | $\sqrt{18}$ и $\sqrt{78}$? | 5 | $6\sqrt{7}$ и $7\sqrt{6}$? | 7 | $2\sqrt{10}$ и $10\sqrt{2}$? |
| 2 | $\sqrt{19}$ и $\sqrt{133}$? | 4 | $\sqrt{17}$ и $\sqrt{114}$? | 6 | $3\sqrt{14}$ и $7\sqrt{3}$? | 8 | $4\sqrt{11}$ и $11\sqrt{2}$? |

07. Числа, координатная прямая

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

Задание 1. Какое из данных чисел принадлежит ...

- | | | | | | | | | | |
|---|----------------------|----|------------------|----|------------------|----|------------------|----|-------------------|
| 1 | отрезку $[-4; -3]$? | 1) | $-\frac{45}{19}$ | 2) | $-\frac{52}{19}$ | 3) | $-\frac{68}{19}$ | 4) | $-\frac{77}{19}$ |
| 2 | отрезку $[-7; -6]$? | 1) | $-\frac{68}{13}$ | 2) | $-\frac{82}{13}$ | 3) | $-\frac{92}{13}$ | 4) | $-\frac{101}{13}$ |
| 3 | отрезку $[-8; -7]$? | 1) | $-\frac{69}{11}$ | 2) | $-\frac{80}{11}$ | 3) | $-\frac{90}{11}$ | 4) | $-\frac{92}{11}$ |
| 4 | отрезку $[-9; -8]$? | 1) | $-\frac{46}{7}$ | 2) | $-\frac{53}{7}$ | 3) | $-\frac{55}{7}$ | 4) | $-\frac{61}{7}$ |

Задание 2. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $-\frac{3}{8}$; $\frac{3}{10}$; $-\frac{3}{7}$; $\frac{3}{14}$. Какой точке соответствует число $\frac{3}{10}$?



Задание 3. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $-\frac{5}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{10}$. Какой точке соответствует число $\frac{5}{12}$?



Задание 4. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $-\frac{4}{5}$; $-\frac{4}{9}$; $\frac{4}{7}$; $-\frac{4}{7}$. Какой точке соответствует число $-\frac{4}{7}$?



Задание 5. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{11}$; $-\frac{2}{11}$; $-\frac{2}{9}$. Какой точке соответствует число $-\frac{2}{9}$?



Задание 6. Между какими целыми числами заключено число...

- | | | | | | |
|----------|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | $-\frac{134}{11}$? | 1) -11 и -10 | 2) -12 и -11 | 3) -13 и -12 | 4) -14 и -13 |
| 2 | $-\frac{104}{9}$? | 1) -12 и -11 | 2) -13 и -12 | 3) -14 и -13 | 4) -15 и -14 |
| 3 | $-\frac{111}{17}$? | 1) -6 и -5 | 2) -7 и -6 | 3) -8 и -7 | 4) -9 и -8 |
| 4 | $-\frac{152}{15}$? | 1) -8 и -7 | 2) -9 и -8 | 3) -10 и -9 | 4) -11 и -10 |

08. Квадратные корни и степени**Блок 1. ФИПИ****ПРИМЕРЫ**

1.1) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}}$ при $a=5$

$$\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}} = \sqrt{64a^4} = 8a^2 = 8 \cdot 5^2 = 8 \cdot 25 = 200$$

1.2) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}}$ при $x=2$, $y=6$

$$\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}} = \frac{9x}{y^2} = \frac{9 \cdot 2}{6^2} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

1.3) Найдите значение выражения $\sqrt{4x^8y^2}$ при $x=3$, $y=10$

$$\sqrt{4x^8y^2} = 2x^4y = 2 \cdot 3^4 \cdot 10 = 2 \cdot 81 \cdot 10 = 1620$$

1.4) Найдите значение выражения $\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4}$ при $a=2$

$$\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4} = \sqrt{a^6 \cdot a^4} = \sqrt{a^{10}} = a^5 = 2^5 = 32$$

1.5) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{49a^{11}} \cdot \sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}}$ при $a=4$, $b=11$

$$\frac{\sqrt{49a^{11}} \cdot \sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}} = \sqrt{\frac{49a^{11} \cdot 16b^6}{a^7b^6}} = \sqrt{49a^4 \cdot 16} = 7a^2 \cdot 4 = 7 \cdot 4^2 \cdot 4 = 7 \cdot 16 \cdot 4 = 448$$

1.6) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4y^6}$ при $x=5$, $y=2$

$$\sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4y^6} = \frac{1}{10} \cdot x^2y^3 = \frac{1}{10} \cdot 5^2 \cdot 2^3 = \frac{1}{10} \cdot 25 \cdot 8 = 20$$

1.7) Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+18ab+81b^2}$ при $a=2\frac{4}{13}$, $b=\frac{1}{13}$

$$\sqrt{a^2+18ab+81b^2} = \sqrt{(a+9b)^2} = |a+9b| = \left| 2\frac{4}{13} + 9 \cdot \frac{1}{13} \right| = \left| 2\frac{4}{13} + \frac{9}{13} \right| = \left| 2\frac{13}{13} \right| = 3$$

1.8) Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+16ab+64b^2}$ при $a=9$, $b=-2$

$$\sqrt{a^2+16ab+64b^2} = \sqrt{(a+8b)^2} = |a+8b| = |9+8 \cdot (-2)| = |9-16| = |-7| = 7$$

1.9) Найдите значение выражения $(\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$

$$\text{I: } (\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} - \sqrt{49} = 14 - 7 = 7$$

$$\text{II: } (\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = (\sqrt{4 \cdot 7} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = (2\sqrt{7} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$$

1.10) Найдите значение выражения $\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21}$

$$\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3} = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 42$$

1.11) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}}$

$$\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 15}{18}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 15}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

1.12) Найдите значение выражения $4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39}$

$$4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39} = 4 \cdot 2 \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 39} = 8 \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13} = 8 \cdot 13 \cdot 3 = 312$$

1.13) Найдите значение выражения $\sqrt{7^4}$

$$\text{I: } \sqrt{7^4} = 7^2 = 49$$

$$\text{II: } \sqrt{7^4} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = 7 \cdot 7 = 49$$

1.14) Найдите значение выражения $\sqrt{9^5}$

$$\text{I: } \sqrt{9^5} = \sqrt{(3^2)^5} = \sqrt{3^{10}} = 3^5 = 243$$

$$\text{II: } \sqrt{9^5} = \sqrt{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

1.15) Найдите значение выражения $\frac{(7\sqrt{11})^2}{110}$

$$\frac{(7\sqrt{11})^2}{110} = \frac{49 \cdot 11}{110} = \frac{49}{10} = 4,9$$

1.16) Найдите значение выражения $\frac{48}{(2\sqrt{6})^2}$

$$\frac{48}{(2\sqrt{6})^2} = \frac{48}{4 \cdot 6} = \frac{12}{6} = 2$$

1.17) Найдите значение выражения $(\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4)$

$$\text{I: } (\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4) = 23 - 16 = 7$$

$$\text{II: } (\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4) = 23 + 4\sqrt{23} - 4\sqrt{23} - 16 = 23 - 16 = 7$$

1.18) Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7})$

$$\text{I: } (\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7}) = 15 - 7 = 8$$

$$\text{II: } (\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7}) = 15 + \sqrt{105} - \sqrt{105} - 7 = 15 - 7 = 8$$

1.19) Найдите значение выражения $(\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14}$

$$\text{I: } (\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14} = 14 - 6\sqrt{14} + 9 + 6\sqrt{14} = 14 + 9 = 23$$

$$\begin{aligned} \text{II: } (\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14} &= (\sqrt{14} - 3)(\sqrt{14} - 3) + 6\sqrt{14} = \\ &= 14 - 3\sqrt{14} - 3\sqrt{14} + 9 + 6\sqrt{14} = 14 + 9 = 23 \end{aligned}$$

2.1) Найдите значение выражения $\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}}$ при $a=5$

$$\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}} = \frac{a^{13}}{a^{11}} = a^{13-11} = a^2 = 5^2 = 25$$

2.2) Найдите значение выражения $\frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5}$ при $a=7$

$$\text{I: } \frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12+(-6)}}{a^5} = \frac{a^6}{a^5} = a^{6-5} = a = 7$$

$$\text{II: } \frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12}}{a^5 \cdot a^6} = \frac{a^{12}}{a^{5+6}} = \frac{a^{12}}{a^{11}} = a^{12-11} = a = 7$$

2.3) Найдите значение выражения $\frac{(a^5)^4}{a^{17}}$ при $a=4$

$$\frac{(a^5)^4}{a^{17}} = \frac{a^{5 \cdot 4}}{a^{17}} = \frac{a^{20}}{a^{17}} = a^{20-17} = a^3 = 4^3 = 64$$

2.4) Найдите значение выражения $a^{10} \cdot a^5 : a^{11}$ при $a=3$

$$a^{10} \cdot a^5 : a^{11} = a^{10+5} : a^{11} = a^{15} : a^{11} = a^{15-11} = a^4 = 3^4 = 81$$

2.5) Найдите значение выражения $a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10}$ при $a=2$

$$a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10} = a^{27+(-12)} : a^{10} = a^{15} : a^{10} = a^{15-10} = a^5 = 2^5 = 32$$

2.6) Найдите значение выражения $a^{-23} \cdot (a^4)^6$ при $a=8$

$$a^{-23} \cdot (a^4)^6 = a^{-23} \cdot a^{4 \cdot 6} = a^{-23} \cdot a^{24} = a^{-23+24} = a = 8$$

2.7) Найдите значение выражения $(a^2)^{-7} : a^{-16}$ при $a=6$

$$(a^2)^{-7} : a^{-16} = a^{2 \cdot (-7)} : a^{-16} = a^{-14} : a^{-16} = a^{-14-(-16)} = a^{-14+16} = a^2 = 6^2 = 36$$

2.8) Найдите значение выражения $\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}}$ при $a=8$

$$\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{3 \cdot 9} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27+11}}{a^{36}} = \frac{a^{38}}{a^{36}} = a^{38-36} = a^2 = 8^2 = 64$$

2.9) Найдите значение выражения $\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a=2$, $b=\sqrt{2}$

$$\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{4 \cdot 3}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{12}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19}}{a^{12}} = a^{19-12} = a^7 = 2^7 = 128$$

2.10) Найдите значение выражения $\frac{4^5}{64}$

$$\frac{4^5}{64} = \frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3} = 4^2 = 16$$

2.11) Найдите значение выражения $\frac{9^5}{27^3}$

$$\frac{9^5}{27^3} = \frac{(3^2)^5}{(3^3)^3} = \frac{3^{10}}{3^9} = 3^{10-9} = 3$$

2.12) Найдите значение выражения $\frac{12^7}{2^5 \cdot 6^6}$

$$\frac{12^7}{2^5 \cdot 6^6} = \frac{2^7 \cdot 6^7}{2^5 \cdot 6^6} = 2^{7-5} \cdot 6^{7-6} = 2^2 \cdot 6^1 = 4 \cdot 6 = 24$$

2.13) Найдите значение выражения $\frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{72^{11}}$

$$\frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{72^{11}} = \frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{(8 \cdot 9)^{11}} = \frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{8^{11} \cdot 9^{11}} = 9^{13-11} = 9^2 = 81$$

2.14) Найдите значение выражения $\frac{(5 \cdot 8)^9}{5^6 \cdot 8^9}$

$$\frac{(5 \cdot 8)^9}{5^6 \cdot 8^9} = \frac{5^9 \cdot 8^9}{5^6 \cdot 8^9} = 5^{9-6} = 5^3 = 125$$

2.15) Найдите значение выражения $7^{-13} \cdot (7^5)^3$

$$7^{-13} \cdot (7^5)^3 = 7^{-13} \cdot 7^{5 \cdot 3} = 7^{-13+15} = 7^2 = 49$$

2.16) Найдите значение выражения $\frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}}$

$$\text{I: } \frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}} = \frac{10^{4 \cdot (-6)}}{10^{-27}} = \frac{10^{-24}}{10^{-27}} = 10^{-24-(-27)} = 10^{-24+27} = 10^3 = 1000$$

$$\text{II: } \frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}} = \frac{10^{4 \cdot (-6)}}{10^{-27}} = \frac{10^{-24}}{10^{-27}} = \frac{10^{27}}{10^{24}} = 10^{27-24} = 10^3 = 1000$$

2.17) Найдите значение выражения $\frac{5^{-4} \cdot 5^{-12}}{5^{-17}}$

$$\text{I: } \frac{5^{-4} \cdot 5^{-12}}{5^{-17}} = \frac{5^{-4+(-12)}}{5^{-17}} = \frac{5^{-16}}{5^{-17}} = 5^{-16-(-17)} = 5^{-16+17} = 5$$

$$\text{II: } \frac{5^{-4} \cdot 5^{-12}}{5^{-17}} = \frac{5^{17}}{5^4 \cdot 5^{12}} = \frac{5^{17}}{5^{4+12}} = \frac{5^{17}}{5^{16}} = 5^{17-16} = 5$$

2.18) Найдите значение выражения $\frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}}$

$$\text{I: } \frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}} = \frac{1}{3^{-18+15}} = \frac{1}{3^{-3}} = \frac{3^3}{1} = 27$$

$$\text{II: } \frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}} = \frac{3^{18}}{1} \cdot \frac{1}{3^{15}} = 3^{18-15} = 3^3 = 27$$

2.19) Найдите значение выражения $\frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}}$

$$\text{I: } \frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}} = \frac{6^{-8+21}}{6^{10}} = \frac{6^{13}}{6^{10}} = 6^{13-10} = 6^3 = 216$$

$$\text{II: } \frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}} = \frac{6^{21}}{6^8 \cdot 6^{10}} = \frac{6^{21}}{6^{8+10}} = \frac{6^{21}}{6^{18}} = 6^{21-18} = 6^3 = 216$$

08. Квадратные корни и степени
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия
ПРИМЕРЫ

3.1) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{54}{6}} = \sqrt{9} = 3$$

3.2) Найдите значение выражения $\sqrt{15 \cdot 20 \cdot 27}$

$$\sqrt{15 \cdot 20 \cdot 27} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 90$$

3.3) Найдите значение выражения $\sqrt{25 \cdot 2^8}$

$$\sqrt{25 \cdot 2^8} = 5 \cdot 2^4 = 5 \cdot 16 = 80$$

3.4) Найдите значение выражения $\sqrt{7 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{7 \cdot 3^4}$

$$\sqrt{7 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{7 \cdot 3^4} = \sqrt{7 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 3^4} = 7 \cdot 5 \cdot 3^2 = 315$$

3.5) Найдите значение выражения $\sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2}$

$$\text{I: } \sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2} = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 19 = 8 \cdot 25 \cdot 19 = 3800$$

$$\text{II: } \sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 19^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19 = 3800$$

3.6) Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{11})^2 + (2 - \sqrt{11})^2$

$$\text{I: } (2 + \sqrt{11})^2 + (2 - \sqrt{11})^2 = 4 + 4\sqrt{11} + 11 + 4 - 4\sqrt{11} + 11 = 15 + 15 = 30$$

$$\text{II: } (2 + \sqrt{11})^2 + (2 - \sqrt{11})^2 = (2 + \sqrt{11})(2 + \sqrt{11}) + (2 - \sqrt{11})(2 - \sqrt{11}) = \\ = 4 + 2\sqrt{11} + 2\sqrt{11} + 11 + 4 - 2\sqrt{11} - 2\sqrt{11} + 11 = 15 + 15 = 30$$

3.7) Найдите значение выражения $\sqrt{(-21)^2}$

$$\sqrt{(-21)^2} = |-21| = 21$$

3.8) Найдите значение выражения $\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2} + 2\sqrt{3}$

$$\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2} + 2\sqrt{3} = |2\sqrt{3}-7| + 2\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7$$

$$2\sqrt{3}-7 < 0 \text{ т.к. } 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12} \text{ и } \sqrt{12} - \sqrt{49} < 0$$

3.9) Найдите значение выражения $\frac{1}{4+\sqrt{14}} + \frac{1}{4-\sqrt{14}}$

$$\frac{1}{4+\sqrt{14}} + \frac{1}{4-\sqrt{14}} = \frac{4-\sqrt{14}}{(4+\sqrt{14})(4-\sqrt{14})} + \frac{4+\sqrt{14}}{(4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14})} = \frac{4-\sqrt{14}+4+\sqrt{14}}{16-14} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{без ФСУ: } (4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14}) = 16 + 4\sqrt{14} - 4\sqrt{14} - 14 = 16 - 14 = 2$$

3.10) Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{37}-6} - \frac{1}{\sqrt{37}+6}$

$$\frac{1}{\sqrt{37}-6} - \frac{1}{\sqrt{37}+6} = \frac{\sqrt{37}+6}{(\sqrt{37}-6)(\sqrt{37}+6)} - \frac{\sqrt{37}-6}{(\sqrt{37}+6)(\sqrt{37}-6)} = \frac{\sqrt{37}+6-\sqrt{37}+6}{37-36} = \frac{12}{1} = 12$$

$$\text{без ФСУ: } (\sqrt{37}+6)(\sqrt{37}-6) = 37 - 6\sqrt{37} + 6\sqrt{37} - 36 = 37 - 36 = 1$$

3.11) Найдите значение выражения $\frac{(6^2 \cdot 6^7)^4}{(6 \cdot 6^6)^5}$

$$\frac{(6^2 \cdot 6^7)^4}{(6 \cdot 6^6)^5} = \frac{(6^{2+7})^4}{(6^{1+6})^5} = \frac{(6^9)^4}{(6^7)^5} = \frac{6^{9 \cdot 4}}{6^{7 \cdot 5}} = \frac{6^{36}}{6^{35}} = 6^{36-35} = 6$$

08. Квадратные корни и степени

Блок 1. ФИПИ

1) Иррациональные числа и выражения

Задание 1. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{\frac{16a^{14}}{a^8}}$ при $a=3$

9 $\sqrt{\frac{36x^4}{y^2}}$ при $x=6, y=9$

2 $\sqrt{\frac{36a^{21}}{a^{15}}}$ при $a=2$

10 $\sqrt{\frac{25x^2}{y^4}}$ при $x=10, y=5$

3 $\sqrt{\frac{25a^{19}}{a^{11}}}$ при $a=2$

11 $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}}$ при $x=8, y=2$

4 $\sqrt{\frac{64a^{17}}{a^{15}}}$ при $a=7$

12 $\sqrt{\frac{16x^4}{y^6}}$ при $x=4, y=2$

5 $\sqrt{\frac{9a^{14}}{a^8}}$ при $a=2$

13 $\sqrt{\frac{25x^4}{y^6}}$ при $x=10, y=5$

6 $\sqrt{\frac{16a^{12}}{a^{10}}}$ при $a=5$

14 $\sqrt{\frac{36x^2}{y^4}}$ при $x=6, y=2$

7 $\sqrt{\frac{9a^{19}}{a^9}}$ при $a=2$

15 $\sqrt{\frac{16x^8}{y^6}}$ при $x=2, y=4$

8 $\sqrt{\frac{4a^{16}}{a^{12}}}$ при $a=5$

16 $\sqrt{\frac{9x^4}{y^6}}$ при $x=9, y=3$

Задание 2. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{36x^4y^{10}}$ при $x=3, y=2$

9 $\sqrt{a^2 \cdot (-a)^2}$ при $a=4$

2 $\sqrt{4x^6y^4}$ при $x=3, y=5$

10 $\sqrt{a^6 \cdot (-a)^4}$ при $a=2$

3 $\sqrt{25x^6y^4}$ при $x=2, y=6$

11 $\sqrt{a^6 \cdot (-a)^2}$ при $a=3$

4 $\sqrt{16x^4y^6}$ при $x=6, y=2$

12 $\sqrt{a^2 \cdot (-a)^4}$ при $a=4$

5 $\sqrt{9x^8y^6}$ при $x=2, y=3$

13 $\sqrt{(-a)^4 \cdot a^2}$ при $a=5$

6 $\sqrt{25x^4y^4}$ при $x=3, y=7$

14 $\sqrt{(-a)^8 \cdot a^2}$ при $a=2$

7 $\sqrt{9x^4y^6}$ при $x=5, y=3$

15 $\sqrt{(-a)^2 \cdot a^4}$ при $a=3$

8 $\sqrt{49x^8y^4}$ при $x=2, y=3$

16 $\sqrt{(-a)^2 \cdot a^2}$ при $a=5$

Задание 3. Найдите значение выражения:

1 $\frac{\sqrt{25a^9} \cdot \sqrt{16b^8}}{\sqrt{a^5b^8}}$ при $a=4, b=7$

9 $\sqrt{\frac{1}{16} \cdot x^6y^4}$ при $x=2, y=5$

2 $\frac{\sqrt{16a^9} \cdot \sqrt{4b^3}}{\sqrt{a^5b^3}}$ при $a=9, b=11$

10 $\sqrt{\frac{1}{25} \cdot x^8y^2}$ при $x=3, y=5$

3 $\frac{\sqrt{4a^{11}} \cdot \sqrt{9b^4}}{\sqrt{a^7b^4}}$ при $a=7, b=9$

11 $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot x^2y^8}$ при $x=5, y=2$

4 $\frac{\sqrt{25a^5} \cdot \sqrt{36b^6}}{\sqrt{a^5b^4}}$ при $a=4, b=9$

12 $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot x^4y^{10}}$ при $x=3, y=2$

5 $\frac{\sqrt{16a^5} \cdot \sqrt{36b}}{\sqrt{ab}}$ при $a=7, b=5$

13 $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot x^8y^4}$ при $x=2, y=3$

6 $\frac{\sqrt{4a^6} \cdot \sqrt{25b^7}}{\sqrt{a^2b^7}}$ при $a=9, b=7$

14 $\sqrt{\frac{1}{25} \cdot x^4y^8}$ при $x=5, y=2$

7 $\frac{\sqrt{36a} \cdot \sqrt{9b^5}}{\sqrt{ab}}$ при $a=9, b=4$

15 $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot x^2y^6}$ при $x=7, y=3$

8 $\frac{\sqrt{25a^8} \cdot \sqrt{9b^5}}{\sqrt{a^4b^5}}$ при $a=7, b=10$

16 $\sqrt{\frac{1}{16} \cdot x^{10}y^2}$ при $x=2, y=3$

Задание 4. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{a^2+8ab+16b^2}$ при $a=3\frac{3}{7}, b=\frac{1}{7}$

9 $\sqrt{a^2-6ab+9b^2}$ при $a=3, b=6$

2 $\sqrt{a^2+12ab+36b^2}$ при $a=7\frac{2}{5}, b=\frac{3}{5}$

10 $\sqrt{a^2-12ab+36b^2}$ при $a=8, b=3$

3 $\sqrt{a^2+10ab+25b^2}$ при $a=1\frac{6}{13}, b=\frac{4}{13}$

11 $\sqrt{a^2-8ab+16b^2}$ при $a=4, b=3$

4 $\sqrt{a^2+8ab+16b^2}$ при $a=3\frac{2}{3}, b=\frac{1}{3}$

12 $\sqrt{a^2-10ab+25b^2}$ при $a=7, b=2$

5 $\sqrt{9a^2+6ab+b^2}$ при $a=\frac{5}{13}, b=6\frac{11}{13}$

13 $\sqrt{a^2+10ab+25b^2}$ при $a=8, b=-2$

6 $\sqrt{16a^2+8ab+b^2}$ при $a=\frac{3}{11}, b=5\frac{10}{11}$

14 $\sqrt{a^2+6ab+9b^2}$ при $a=5, b=-4$

7 $\sqrt{25a^2+10ab+b^2}$ при $a=\frac{4}{9}, b=3\frac{7}{9}$

15 $\sqrt{a^2+12ab+36b^2}$ при $a=7, b=-3$

8 $\sqrt{36a^2+12ab+b^2}$ при $a=\frac{4}{5}, b=8\frac{1}{5}$

16 $\sqrt{a^2+4ab+4b^2}$ при $a=2, b=-4$

Задание 5. Найдите значение выражения:

1 $(\sqrt{20}-\sqrt{5})\cdot\sqrt{5}$

7 $\sqrt{5\cdot 18}\cdot\sqrt{10}$

13 $\frac{\sqrt{21}\cdot\sqrt{14}}{\sqrt{6}}$

2 $(\sqrt{18}-\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}$

8 $\sqrt{7\cdot 12}\cdot\sqrt{21}$

14 $\frac{\sqrt{35}\cdot\sqrt{21}}{\sqrt{15}}$

3 $(\sqrt{48}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}$

9 $\sqrt{2\cdot 45}\cdot\sqrt{10}$

15 $\frac{\sqrt{22}\cdot\sqrt{33}}{\sqrt{6}}$

4 $(\sqrt{50}+\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}$

10 $\sqrt{7\cdot 45}\cdot\sqrt{35}$

16 $\frac{\sqrt{65}\cdot\sqrt{13}}{\sqrt{5}}$

5 $(\sqrt{45}+\sqrt{5})\cdot\sqrt{5}$

11 $\sqrt{11\cdot 32}\cdot\sqrt{22}$

17 $\frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{192}}{\sqrt{24}}$

6 $(\sqrt{27}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}$

12 $\sqrt{13\cdot 18}\cdot\sqrt{26}$

18 $\frac{\sqrt{75}\cdot\sqrt{10}}{\sqrt{30}}$

Задание 6. Найдите значение выражения:

1 $5\sqrt{11}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{22}$

3 $4\sqrt{17}\cdot 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{34}$

5 $10\sqrt{7}\cdot 2\sqrt{6}\cdot\sqrt{42}$

2 $7\sqrt{15}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{30}$

4 $4\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}$

6 $5\sqrt{13}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{39}$

Задание 7. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{6^4}$

4 $\sqrt{9^3}$

7 $\frac{(2\sqrt{10})^2}{160}$

10 $\frac{72}{(2\sqrt{3})^2}$

2 $\sqrt{5^6}$

5 $\sqrt{8^4}$

8 $\frac{(3\sqrt{5})^2}{30}$

11 $\frac{160}{(2\sqrt{5})^2}$

3 $\sqrt{4^5}$

6 $\sqrt{3^6}$

9 $\frac{(4\sqrt{2})^2}{64}$

12 $\frac{200}{(5\sqrt{2})^2}$

Задание 8. Найдите значение выражения:

1 $(\sqrt{17}-3)(\sqrt{17}+3)$

7 $(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

13 $(\sqrt{19}-7)^2+14\sqrt{19}$

2 $(\sqrt{23}-2)(\sqrt{23}+2)$

8 $(\sqrt{13}-\sqrt{2})(\sqrt{13}+\sqrt{2})$

14 $(\sqrt{13}-3)^2+6\sqrt{13}$

3 $(\sqrt{47}-5)(\sqrt{47}+5)$

9 $(\sqrt{17}-\sqrt{5})(\sqrt{17}+\sqrt{5})$

15 $(\sqrt{11}-7)^2+14\sqrt{11}$

4 $(\sqrt{29}-4)(\sqrt{29}+4)$

10 $(\sqrt{19}-\sqrt{2})(\sqrt{19}+\sqrt{2})$

16 $(\sqrt{5}+9)^2-18\sqrt{5}$

5 $(\sqrt{41}-3)(\sqrt{41}+3)$

11 $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

17 $(\sqrt{17}+2)^2-4\sqrt{17}$

6 $(\sqrt{13}-2)(\sqrt{13}+2)$

12 $(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})$

18 $(\sqrt{3}+8)^2-16\sqrt{3}$

II) Степенные выражения**Задание 9.** Найдите значение выражения:

$$1 \quad \frac{a^9 \cdot a^{12}}{a^{18}} \text{ при } a=4 \qquad 5 \quad \frac{a^{16} \cdot a^{-7}}{a^8} \text{ при } a=3 \qquad 9 \quad \frac{(a^4)^5}{a^{18}} \text{ при } a=6$$

$$2 \quad \frac{a^{12} \cdot a^6}{a^{14}} \text{ при } a=3 \qquad 6 \quad \frac{a^{18} \cdot a^{-6}}{a^{10}} \text{ при } a=5 \qquad 10 \quad \frac{(a^8)^2}{a^{11}} \text{ при } a=2$$

$$3 \quad \frac{a^{11} \cdot a^9}{a^{18}} \text{ при } a=7 \qquad 7 \quad \frac{a^{17} \cdot a^{-6}}{a^9} \text{ при } a=4 \qquad 11 \quad \frac{(a^8)^2}{a^{13}} \text{ при } a=5$$

$$4 \quad \frac{a^9 \cdot a^8}{a^{12}} \text{ при } a=2 \qquad 8 \quad \frac{a^{19} \cdot a^{-11}}{a^5} \text{ при } a=5 \qquad 12 \quad \frac{(a^3)^5}{a^{11}} \text{ при } a=3$$

Задание 10. Найдите значение выражения:

$$1 \quad a^6 \cdot a^{18} : a^{20} \text{ при } a=2 \qquad 5 \quad a^{21} \cdot a^{-8} : a^{11} \text{ при } a=5$$

$$2 \quad a^{13} \cdot a^{11} : a^{21} \text{ при } a=4 \qquad 6 \quad a^{27} \cdot a^{-15} : a^9 \text{ при } a=3$$

$$3 \quad a^7 \cdot a^{10} : a^{14} \text{ при } a=5 \qquad 7 \quad a^{25} \cdot a^{-4} : a^{16} \text{ при } a=2$$

$$4 \quad a^9 \cdot a^{12} : a^{17} \text{ при } a=3 \qquad 8 \quad a^{19} \cdot a^{-8} : a^9 \text{ при } a=6$$

Задание 11. Найдите значение выражения:

$$1 \quad a^{-14} \cdot (a^9)^2 \text{ при } a=3 \qquad 9 \quad (a^3)^{-4} : a^{-14} \text{ при } a=5$$

$$2 \quad a^{-12} \cdot (a^7)^2 \text{ при } a=6 \qquad 10 \quad (a^2)^{-6} : a^{-15} \text{ при } a=4$$

$$3 \quad a^{-12} \cdot (a^5)^3 \text{ при } a=4 \qquad 11 \quad (a^4)^{-3} : a^{-17} \text{ при } a=2$$

$$4 \quad a^{-15} \cdot (a^5)^4 \text{ при } a=2 \qquad 12 \quad (a^5)^{-3} : a^{-19} \text{ при } a=3$$

$$5 \quad a^{-9} \cdot (a^2)^6 \text{ при } a=5 \qquad 13 \quad (a^2)^{-8} : a^{-18} \text{ при } a=7$$

$$6 \quad a^{-8} \cdot (a^5)^2 \text{ при } a=3 \qquad 14 \quad (a^4)^{-4} : a^{-19} \text{ при } a=5$$

$$7 \quad a^{-13} \cdot (a^8)^2 \text{ при } a=2 \qquad 15 \quad (a^7)^{-2} : a^{-16} \text{ при } a=3$$

$$8 \quad a^{-10} \cdot (a^4)^3 \text{ при } a=4 \qquad 16 \quad (a^3)^{-5} : a^{-18} \text{ при } a=2$$

Задание 12. Найдите значение выражения:

1 $\frac{(a^9)^3 \cdot a^7}{a^{29}}$ при $a=2$

2 $\frac{(a^3)^8 \cdot a^7}{a^{29}}$ при $a=7$

3 $\frac{(a^5)^5 \cdot a^6}{a^{27}}$ при $a=2$

4 $\frac{(a^4)^4 \cdot a^5}{a^{18}}$ при $a=3$

5 $\frac{(a^3)^5 \cdot a^6}{a^{19}}$ при $a=5$

6 $\frac{(a^7)^3 \cdot a^{10}}{a^{28}}$ при $a=4$

7 $\frac{(a^3)^6 \cdot a^3}{a^{17}}$ при $a=3$

8 $\frac{(a^3)^4 \cdot a^{12}}{a^{21}}$ при $a=5$

9 $\frac{a^{23} \cdot (b^5)^4}{(a \cdot b)^{20}}$ при $a=2, b=\sqrt{2}$

10 $\frac{a^{14} \cdot (b^6)^2}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a=6, b=\sqrt{6}$

11 $\frac{a^{17} \cdot (b^5)^3}{(a \cdot b)^{15}}$ при $a=7, b=\sqrt{7}$

12 $\frac{a^{21} \cdot (b^9)^2}{(a \cdot b)^{18}}$ при $a=5, b=\sqrt{5}$

13 $\frac{a^{21} \cdot (b^6)^3}{(a \cdot b)^{18}}$ при $a=3, b=\sqrt{3}$

14 $\frac{a^{22} \cdot (b^3)^6}{(a \cdot b)^{18}}$ при $a=2, b=\sqrt{2}$

15 $\frac{a^{18} \cdot (b^8)^2}{(a \cdot b)^{16}}$ при $a=5, b=\sqrt{5}$

16 $\frac{a^{14} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a=3, b=\sqrt{3}$

Задание 13. Найдите значение выражения:

1 $\frac{5^5}{25}$

2 $\frac{3^5}{27}$

3 $\frac{4^4}{64}$

4 $\frac{2^7}{8}$

5 $\frac{3^7}{81}$

6 $\frac{4^5}{16}$

7 $\frac{16^4}{8^6}$

8 $\frac{81^5}{27^6}$

9 $\frac{125^3}{25^5}$

10 $\frac{64^2}{16^3}$

11 $\frac{27^3}{9^4}$

12 $\frac{8^3}{4^5}$

13 $\frac{20^7}{4^6 \cdot 5^5}$

14 $\frac{24^4}{3^2 \cdot 8^3}$

15 $\frac{28^6}{4^4 \cdot 7^5}$

16 $\frac{30^6}{3^4 \cdot 10^5}$

17 $\frac{15^8}{3^6 \cdot 5^7}$

18 $\frac{6^7}{2^6 \cdot 3^5}$

19 $\frac{4^8 \cdot 11^{10}}{44^8}$

20 $\frac{7^8 \cdot 10^6}{70^6}$

21 $\frac{3^8 \cdot 10^5}{30^5}$

22 $\frac{2^9 \cdot 12^{11}}{24^9}$

23 $\frac{3^{13} \cdot 7^{10}}{21^{10}}$

24 $\frac{5^9 \cdot 8^{11}}{40^9}$

Задание 14. Найдите значение выражения:

$$1 \quad \frac{(4 \cdot 5)^8}{4^6 \cdot 5^8}$$

$$4 \quad \frac{(5 \cdot 7)^6}{5^4 \cdot 7^6}$$

$$7 \quad 5^{-7} \cdot (5^5)^2$$

$$10 \quad 3^{-8} \cdot (3^6)^2$$

$$2 \quad \frac{(2 \cdot 6)^7}{2^5 \cdot 6^6}$$

$$5 \quad \frac{(3 \cdot 8)^7}{3^7 \cdot 8^5}$$

$$8 \quad 2^{-7} \cdot (2^4)^3$$

$$11 \quad 2^{-9} \cdot (2^7)^2$$

$$3 \quad \frac{(3 \cdot 10)^8}{3^6 \cdot 10^7}$$

$$6 \quad \frac{(2 \cdot 10)^5}{2^2 \cdot 10^4}$$

$$9 \quad 9^{-6} \cdot (9^2)^4$$

$$12 \quad 11^{-5} \cdot (11^3)^2$$

Задание 15. Найдите значение выражения:

$$1 \quad \frac{(8^3)^{-7}}{8^{-23}}$$

$$7 \quad \frac{2^{-7} \cdot 2^{-8}}{2^{-16}}$$

$$13 \quad \frac{1}{5^{-8}} \cdot \frac{1}{5^6}$$

$$2 \quad \frac{(3^7)^{-2}}{3^{-16}}$$

$$8 \quad \frac{9^{-5} \cdot 9^{-8}}{9^{-15}}$$

$$14 \quad \frac{1}{7^{-14}} \cdot \frac{1}{7^{13}}$$

$$3 \quad \frac{(2^9)^{-3}}{2^{-29}}$$

$$9 \quad \frac{3^{-4} \cdot 3^{-8}}{3^{-14}}$$

$$15 \quad \frac{1}{2^{-19}} \cdot \frac{1}{2^{16}}$$

$$4 \quad \frac{(5^2)^{-8}}{5^{-18}}$$

$$10 \quad \frac{7^{-3} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}}$$

$$16 \quad \frac{1}{8^{-7}} \cdot \frac{1}{8^6}$$

$$5 \quad \frac{(7^7)^{-3}}{7^{-23}}$$

$$11 \quad \frac{11^{-5} \cdot 11^{-13}}{11^{-19}}$$

$$17 \quad \frac{1}{3^{-10}} \cdot \frac{1}{3^8}$$

$$6 \quad \frac{(6^2)^{-9}}{6^{-20}}$$

$$12 \quad \frac{5^{-3} \cdot 5^{-9}}{5^{-14}}$$

$$18 \quad \frac{1}{4^{-10}} \cdot \frac{1}{4^9}$$

Задание 16. Найдите значение выражения:

$$1 \quad \frac{7^{-3} \cdot 7^{13}}{7^8}$$

$$3 \quad \frac{3^{-5} \cdot 3^{15}}{3^7}$$

$$5 \quad \frac{11^{-3} \cdot 11^{12}}{11^8}$$

$$2 \quad \frac{9^{-6} \cdot 9^{15}}{9^7}$$

$$4 \quad \frac{2^{-3} \cdot 2^{19}}{2^{13}}$$

$$6 \quad \frac{13^{-4} \cdot 13^{16}}{13^{11}}$$

08. Квадратные корни и степени

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

Задание 1. Найдите значение выражения:

1 $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

4 $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$

7 $\sqrt{45 \cdot 60 \cdot 12}$

10 $\sqrt{42 \cdot 75 \cdot 14}$

2 $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$

5 $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

8 $\sqrt{24 \cdot 75 \cdot 8}$

11 $\sqrt{63 \cdot 80 \cdot 35}$

3 $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$

6 $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}$

9 $\sqrt{66 \cdot 110 \cdot 15}$

12 $\sqrt{54 \cdot 90 \cdot 15}$

Задание 2. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{9 \cdot 5^4}$

7 $\sqrt{3 \cdot 7^2} \cdot \sqrt{3 \cdot 2^4}$

13 $\sqrt{2^6 \cdot 7^2 \cdot 10^2}$

2 $\sqrt{25 \cdot 7^2}$

8 $\sqrt{7 \cdot 3^4} \cdot \sqrt{7 \cdot 2^2}$

14 $\sqrt{5^4 \cdot 6^2 \cdot 13^2}$

3 $\sqrt{9 \cdot 8^2}$

9 $\sqrt{11 \cdot 3^6} \cdot \sqrt{11 \cdot 2^2}$

15 $\sqrt{2^2 \cdot 5^4 \cdot 49^2}$

4 $\sqrt{4 \cdot 3^6}$

10 $\sqrt{2 \cdot 49^2} \cdot \sqrt{2 \cdot 5^4}$

16 $\sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$

5 $\sqrt{16 \cdot 3^4}$

11 $\sqrt{17 \cdot 5^4} \cdot \sqrt{17 \cdot 2^2}$

17 $\sqrt{3^4 \cdot 4^2 \cdot 2^2}$

6 $\sqrt{25 \cdot 2^6}$

12 $\sqrt{13 \cdot 5^4} \cdot \sqrt{13 \cdot 6^2}$

18 $\sqrt{5^4 \cdot 8^2 \cdot 21^2}$

Задание 3. Найдите значение выражения:

1 $(5 + \sqrt{2})^2 + (5 - \sqrt{2})^2$

7 $\sqrt{(-17)^2}$

13 $\sqrt{(3\sqrt{2} - 5)^2} + 3\sqrt{2}$

2 $(4 + \sqrt{7})^2 + (4 - \sqrt{7})^2$

8 $\sqrt{(-11)^2}$

14 $\sqrt{(5\sqrt{2} - 8)^2} + 5\sqrt{2}$

3 $(3 + \sqrt{2})^2 + (3 - \sqrt{2})^2$

9 $\sqrt{(-19)^2}$

15 $\sqrt{(4\sqrt{2} - 7)^2} + 4\sqrt{2}$

4 $(4 + \sqrt{5})^2 + (4 - \sqrt{5})^2$

10 $\sqrt{(-23)^2}$

16 $\sqrt{(6\sqrt{3} - 11)^2} + 6\sqrt{3}$

5 $(5 + \sqrt{7})^2 + (5 - \sqrt{7})^2$

11 $\sqrt{(-5)^2}$

17 $\sqrt{(2\sqrt{3} - 5)^2} + 2\sqrt{3}$

6 $(3 + \sqrt{5})^2 + (3 - \sqrt{5})^2$

12 $\sqrt{(-29)^2}$

18 $\sqrt{(5\sqrt{3} - 9)^2} + 5\sqrt{3}$

Задание 4. Найдите значение выражения:

1 $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

5 $\frac{1}{7+\sqrt{47}} + \frac{1}{7-\sqrt{47}}$

9 $\frac{1}{\sqrt{37}-6} - \frac{1}{\sqrt{37}+6}$

2 $\frac{1}{5+\sqrt{23}} + \frac{1}{5-\sqrt{23}}$

6 $\frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}}$

10 $\frac{1}{\sqrt{17}-4} - \frac{1}{\sqrt{17}+4}$

3 $\frac{1}{6+\sqrt{35}} + \frac{1}{6-\sqrt{35}}$

7 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$

11 $\frac{1}{\sqrt{13}-3} - \frac{1}{\sqrt{13}+3}$

4 $\frac{1}{4+\sqrt{15}} + \frac{1}{4-\sqrt{15}}$

8 $\frac{1}{\sqrt{10}-3} - \frac{1}{\sqrt{10}+3}$

12 $\frac{1}{\sqrt{27}-5} - \frac{1}{\sqrt{27}+5}$

Задание 5. Найдите значение выражения:

1 $\frac{(2^2 \cdot 2^4)^7}{(2 \cdot 2^6)^6}$

3 $\frac{(5^2 \cdot 5^3)^4}{(5 \cdot 5^5)^3}$

5 $\frac{(2^2 \cdot 2^6)^5}{(2 \cdot 2^8)^4}$

2 $\frac{(3^3 \cdot 3^5)^6}{(3 \cdot 3^8)^5}$

4 $\frac{(7^2 \cdot 7^4)^5}{(7 \cdot 7^6)^4}$

6 $\frac{(3^2 \cdot 3^7)^9}{(3 \cdot 3^9)^8}$

08. Квадратные корни и степени

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

1) Иррациональные числа и выражения

Задание 1. Найдите значение выражения:

1 $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3})^2 - 1$

7 $\sqrt{64} + (\sqrt{6,4})^2$

13 $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{40}$

19 $\frac{5}{6} \sqrt{48} \cdot \sqrt{3}$

2 $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{5})^2 - 9$

8 $\sqrt{25} + (\sqrt{2,5})^2$

14 $\sqrt{0,7} \cdot \sqrt{70}$

20 $\frac{4}{7} \sqrt{28} \cdot \sqrt{7}$

3 $(\sqrt{7} \cdot \sqrt{2})^2 - 10$

9 $\sqrt{16} + (\sqrt{1,6})^2$

15 $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50}$

21 $\frac{5}{8} \sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$

4 $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{6})^2 - 8$

10 $\sqrt{49} + (\sqrt{4,9})^2$

16 $\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{20}$

22 $\frac{7}{9} \sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$

5 $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{2})^2 - 7$

11 $\sqrt{36} + (\sqrt{3,6})^2$

17 $\sqrt{1,8} \cdot \sqrt{80}$

23 $\frac{3}{4} \sqrt{32} \cdot \sqrt{8}$

6 $(\sqrt{6} \cdot \sqrt{5})^2 - 18$

12 $\sqrt{81} + (\sqrt{8,1})^2$

18 $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{30}$

24 $\frac{2}{5} \sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$

Задание 2. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{0,04a^4b^6}$ при $a=10, b=3$

7 $\sqrt{a^6(-a)^2}$ при $a=10$

2 $\sqrt{0,25p^4q^4}$ при $p=8, q=3$

8 $\sqrt{(-a)^3(-a)}$ при $a=7$

3 $\sqrt{0,01c^8d^4}$ при $c=3, d=2$

9 $\sqrt{(-a)^2a^4}$ при $a=5$

4 $\sqrt{0,09a^6b^2}$ при $a=2, b=12$

10 $\sqrt{(-a)^7(-a)^5}$ при $a=2$

5 $\sqrt{0,16x^2y^6}$ при $x=4, y=5$

11 $\sqrt{a^2(-a)^2}$ при $a=12$

6 $\sqrt{0,36p^8q^2}$ при $p=2, q=15$

12 $\sqrt{(-a)^5(-a)^3}$ при $a=3$

Задание 3. Найдите значение выражения:

1 $\frac{9\sqrt{a} \cdot 8\sqrt{b}}{12\sqrt{ab}}$ при $a=11, b=8$

4 $\frac{6\sqrt{x} \cdot 21\sqrt{y}}{14\sqrt{xy}}$ при $x=3, y=10$

2 $\frac{15\sqrt{x} \cdot 16\sqrt{y}}{10\sqrt{xy}}$ при $x=13, y=3$

5 $\frac{49\sqrt{a} \cdot 9\sqrt{b}}{21\sqrt{ab}}$ при $a=4, b=15$

3 $\frac{25\sqrt{a} \cdot 12\sqrt{b}}{15\sqrt{ab}}$ при $a=6, b=7$

6 $\frac{12\sqrt{x} \cdot 25\sqrt{y}}{20\sqrt{xy}}$ при $x=6, y=12$

Задание 4. Найдите значение выражения:

1 $\sqrt{\frac{16a^{18}}{a^{14}}}$ при $a=3$

3 $\sqrt{\frac{81x^{18}}{x^{20}}}$ при $x=18$

5 $\sqrt{\frac{144p^{20}}{p^{16}}}$ при $p=2$

2 $\sqrt{\frac{b^{21}}{100b^{15}}}$ при $b=4$

4 $\sqrt{\frac{y^{22}}{25y^{14}}}$ при $y=2$

6 $\sqrt{\frac{q^{19}}{64q^{15}}}$ при $q=6$

II) Степенные выражения

Задание 5. Найдите значение выражения:

1 $\frac{8^{-6} \cdot 8^{-7}}{8^{-15}}$

3 $\frac{9^{-5} \cdot 9^{-4}}{9^{-10}}$

5 $\frac{2^{-7} \cdot 2^{-6}}{2^{-12}}$

2 $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-9}}{5^{-11}}$

4 $\frac{4^{-2} \cdot 4^{-7}}{4^{-9}}$

6 $\frac{3^{-7} \cdot 3^{-6}}{3^{-16}}$

Задание 6. Найдите значение выражения:

1 $a^{-11} \cdot (a^5)^2$ при $a=5$

2 $b^{16} \cdot (b^3)^{-5}$ при $b=7$

3 $c^{-4} \cdot (c^3)^2$ при $c=9$

4 $d^4 \cdot (d^2)^{-3}$ при $d=2$

5 $m^{-10} \cdot (m^4)^2$ при $m=10$

6 $n^{10} \cdot (n^{-4})^2$ при $n=6$

7 $\frac{(x^4)^{-6}}{x^{-28}}$ при $x=3$

8 $\frac{(y^4)^{-5}}{y^{-19}}$ при $y=10$

9 $\frac{(a^{-2})^{-3}}{a^{-1}}$ при $a=2$

10 $\frac{(b^3)^{-4}}{b^{-11}}$ при $b=5$

11 $\frac{(p^{-2})^{-1}}{p^{-3}}$ при $p=2$

12 $\frac{(q^{-4})^5}{q^{-22}}$ при $q=8$

Задание 7. Найдите значение выражения:

1 $\frac{a^{12} \cdot a^{13}}{a^{20}}$ при $a=2$

2 $\frac{x^9 \cdot x^{18}}{x^{28}}$ при $x=20$

3 $\frac{y^{17} \cdot y^4}{y^{19}}$ при $y=13$

4 $\frac{b^{14} \cdot b^8}{b^{21}}$ при $b=17$

5 $\frac{d^{16} \cdot d^{10}}{d^{28}}$ при $d=10$

6 $\frac{c^8 \cdot c^{12}}{c^{16}}$ при $c=3$

Задание 8. Найдите значение выражения:

1 $\frac{(x^2)^4 x^5}{x^7}$ при $x=2$

2 $\frac{(y^5)^7 y^2}{y^{36}}$ при $y=7$

3 $\frac{(a^4)^5 a^7}{a^{29}}$ при $a=5$

4 $\frac{(b^2)^7 b^3}{b^{18}}$ при $b=4$

5 $\frac{(c^6)^3 c^4}{c^{20}}$ при $c=9$

6 $\frac{(z^2)^6 z^4}{z^{19}}$ при $z=10$

7 $\frac{m^{15}(n^6)^3}{(mn)^{17}}$ при $m=5, n=15$

8 $\frac{x^{14}(y^3)^5}{(xy)^{13}}$ при $x=10, y=7$

9 $\frac{a^{16}(b^7)^3}{(ab)^{18}}$ при $a=2, b=6$

10 $\frac{(p^3)^9 q^{24}}{(pq)^{23}}$ при $p=2, q=4$

11 $\frac{(c^5)^4 d^{16}}{(cd)^{19}}$ при $c=20, d=10$

12 $\frac{(z^4)^7 t^{29}}{(zt)^{26}}$ при $z=10, t=3$

09. Уравнения
Блок 1. ФИПИ
ПРИМЕРЫ

Задание 1. Решите уравнение.

1) $7x+6=3x$	2) $3+4x=9x-11$	3) $2(x+5)=-9$	<i>или</i>
$7x-3x=-6$	$4x-9x=-11-3$	$2x+10=-9$	$2(x+5)=-9 \quad :2$
$4x=-6 \quad :4$	$-5x=-14 \quad :(-5)$	$2x=-9-10$	$x+5=-4,5$
$x=\frac{-6}{4}$	$x=\frac{-14}{-5}$	$2x=-19 \quad :2$	$x=-4,5-5$
$x=-1,5$	$x=2,8$	$x=-9,5$	$x=-9,5$
Ответ: -1,5	Ответ: 2,8		Ответ: -9,5

4) $\frac{x^{18}}{1} - \frac{x}{18} = -\frac{34}{9}$	5) $\frac{16}{x+3} = -\frac{8}{11} \quad :8$	<i>или</i>
$\frac{18x}{18} - \frac{x}{18} = -\frac{68}{18} \quad \cdot 18$	$\frac{2}{x+3} = -\frac{1}{11}$	$\frac{16}{x+3} = -\frac{8}{11}^{(2)}$
$18x-x=-68$	$x+3 \neq 0 \quad x \neq -3$	$\frac{16}{x+3} = \frac{16}{-22}$
$17x=-68 \quad :17$	по правилу пропорции:	$x+3=-22$
$x=-68:17$	$2 \cdot 11 = (x+3) \cdot (-1)$	$x=-22-3$
$x=-4$	$22=-x-3$	$x=-25$
Ответ: -4	$x=-3-22$	
	$x=-25$	Ответ: -25

6) $\frac{5}{x+9} = -2$	7) $(x+2)^2 = (7-x)^2$	<i>или</i>
$\frac{5}{x+9} = -\frac{2}{1}$	$x^2+4x+4=49-14x+x^2$	$(x+2)^2 = (7-x)^2$
$x+9 \neq 0 \quad x \neq -9$	$x^2+4x+14x-x^2=49-4$	$\begin{cases} x+2=+(7-x) \\ x+2=-(7-x) \end{cases}$
по правилу пропорции:	$38x=45 \quad :38$	$\begin{cases} x+x=7-2 \\ x+2=-7+x \end{cases}$
$5 \cdot 1 = (x+9) \cdot (-2)$	$x = \frac{45}{38}$	$\begin{cases} 2x=5 \quad :2 \\ x-x=-7-2 \end{cases}$
$5=-2x-18$	$x=2,5$	$\begin{cases} x=2,5 \\ 0x=-9 \text{ (кор.нет)} \end{cases}$
$2x=-18-5$	$(x+2)^2 = (x+2)(x+2) =$	
$2x=-23 \quad :2$	$x^2+2x+2x+4 = x^2+4x+4$	
$x=-11,5$	$(7-x)^2 = (7-x)(7-x) =$	
Ответ: -11,5	$= 49-7x-7x+x^2 = 49-14x+x^2$	Ответ: 2,5

Задание 2. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $(4x-2)(-2x+5)=0$

$4x-2=0$ или $-2x+5=0$

$4x=2$ $|:4$ $-2x=-5$ $|:(-2)$

$x=\frac{2}{4}$

$x=0,5$

меньший кор.

Ответ: 0,5

2) $7x^2+14x=0$

$7x(x+2)=0$

$7x=0$ $|:7$ или $x+2=0$

$x=0$

$x=-2$

меньший кор.

Ответ: -2

3) $x^2-1=0$

$x^2-1^2=0$ – разность квадратов

$(x-1)(x+1)=0$

$x-1=0$ или $x+1=0$

$x=1$

$x=-1$

меньший кор.

Ответ: -1

4) $9x^2=27x$

$9x^2-27x=0$

$9x(x-3)=0$

$9x=0$ $|:9$

$x=0$

или $x-3=0$

$x=3$

меньший кор.

Ответ: 0

Задание 3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $(-x+2)(4x+4)=0$

$-x+2=0$

$4x+4=0$

$-x=-2$ $|:(-1)$

$4x=-4$ $|:4$

$x=2$

$x=-1$

больший кор.

Ответ: 2

2) $6x^2-30x=0$

$6x(x-5)=0$

$6x=0$ $|:6$

$x=0$

$x-5=0$

$x=5$

больший кор.

Ответ: 5

3) $x^2-196=0$

$x^2-14^2=0$ – разность квадратов

$(x-14)(x+14)=0$

$x-14=0$

$x+14=0$

$x=14$

$x=-14$

больший кор.

Ответ: 14

4) $8x^2=72x$

$8x^2-72x=0$

$8x(x-9)=0$

$8x=0$ $|:8$

$x=0$

$x-9=0$

$x=9$

больший кор.

Ответ: 9

Задание 4. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & x^2 + 11 = 12x \\
 & x^2 - 12x + 11 = 0 \\
 & a = 1 \quad b = -12 \quad c = 11 \quad D = b^2 - 4ac \\
 & D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 144 - 44 = 100 \\
 & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\
 & x_1 = \frac{-(-12) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 + 10}{2} = 11 \\
 & x_2 = \frac{-(-12) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 - 10}{2} = 1 \\
 & \text{меньший корень}
 \end{aligned}$$

Ответ: 1

$$\begin{aligned}
 2) \quad & x^2 - 5x = 24 \\
 & x^2 - 5x - 24 = 0 \\
 & a = 1 \quad b = -5 \quad c = -24 \quad D = b^2 - 4ac \\
 & D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121 \\
 & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\
 & x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 11}{2} = 8 \\
 & x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 11}{2} = -3 \\
 & \text{меньший корень}
 \end{aligned}$$

Ответ: -3

$$\begin{aligned}
 3) \quad & x^2 - 3x - 28 = 0 \\
 & a = 1 \quad b = -3 \quad c = -28 \\
 & D = b^2 - 4ac \\
 & D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 9 + 112 = 121 \\
 & x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 11}{2} = 7 \\
 & x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 11}{2} = -4 \\
 & \text{меньший корень}
 \end{aligned}$$

Ответ: -4

$$\begin{aligned}
 4) \quad & 5x^2 - 7x + 2 = 0 \\
 & a = 5 \quad b = -7 \quad c = 2 \\
 & D = b^2 - 4ac \\
 & D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49 - 40 = 9 \\
 & x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{9}}{2 \cdot 5} = \frac{7 + 3}{10} = 1 \\
 & x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{9}}{2 \cdot 5} = \frac{7 - 3}{10} = 0,4 \\
 & \text{меньший корень}
 \end{aligned}$$

Ответ: 0,4

Задание 5. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & x^2 + 30 = 11x \\
 & x^2 - 11x + 30 = 0 \\
 & a = 1 \quad b = -11 \quad c = 30 \\
 & D = b^2 - 4ac \\
 & D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1 \\
 & x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-11) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 + 1}{2} = 6 \\
 & \text{больший корень} \\
 & x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-11) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 - 1}{2} = 5
 \end{aligned}$$

Ответ: 6

$$\begin{aligned}
 2) \quad & x^2 + x = 20 \\
 & x^2 + x - 20 = 0 \\
 & a = 1 \quad b = 1 \quad c = -20 \\
 & D = b^2 - 4ac \\
 & D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81 \\
 & x_1 = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + 9}{2} = 4 \\
 & \text{больший корень} \\
 & x_2 = \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - 9}{2} = -5
 \end{aligned}$$

Ответ: 4

Задание 5. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

3) $x^2 - 6x - 16 = 0$

$a = 1 \quad b = -6 \quad c = -16$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 36 + 64 = 100$

$x_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 + 10}{2} = 8$

больший корень

$x_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 - 10}{2} = -2$

Ответ: 8

4) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

$a = 2 \quad b = 5 \quad c = 3$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$

$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 + 1}{4} = -1$

больший корень

$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 - 1}{4} = -1,5$

Ответ: -1

09. Уравнения

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

Задание 6. Решите уравнение.

1) $-9 + x = 3x - 7$

$x - 3x = -7 + 9$

$-2x = 2 \quad | :(-2)$

$x = 2 : (-2)$

$x = -1$

Ответ: -1

2) $3 - 4(3x - 5) = 12 - 7x$

$3 - 12x + 20 = 12 - 7x$

$-12x + 7x = 12 - 3 - 20$

$-5x = -11 \quad | :(-5)$

$x = \frac{-11}{-5}$

$x = 2,2$

Ответ: 2,2

3) $x - 1 - 2(x + 2) = -3(1 - x) + 8$

$x - 1 - 2x - 4 = -3 + 3x + 8$

$x - 2x - 3x = -3 + 8 + 1 + 4$

$x - 2x - 3x = -3 + 8 + 1 + 4$

$-4x = 10 \quad | :(-4)$

$x = \frac{10}{-4}$

$x = -2,5$

Ответ: -2,5

4) $(x - 4)^2 + (x - 1)^2 = 2x^2$

$x^2 - 8x + 16 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2$

$x^2 - 8x + x^2 - 2x - 2x^2 = -16 - 1$

$-10x = -17 \quad | :(-10)$

$x = \frac{-17}{-10}$

$x = 1,7$

Ответ: 1,7

5) $2x^2 + 3x - 8 = 5x^2 + 4x - (-5 + 3x^2)$

$2x^2 + 3x - 8 = 5x^2 + 4x + 5 - 3x^2$

$2x^2 + 3x - 5x^2 - 4x + 3x^2 = 5 + 8$

$2x^2 + 3x - 5x^2 - 4x + 3x^2 = 5 + 8$

$-x = 13 \quad | :(-1)$

$x = -13$

Ответ: -13

Задание 7. Решите уравнение. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

$$1) \frac{5}{x-12} = \frac{12}{x-5}$$

$$5(x-5) = (x-12) \cdot 12 \quad \begin{cases} x-12 \neq 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases}$$

$$5x - 25 = 12x - 144$$

$$5x - 12x = -144 + 25 \quad \begin{cases} x \neq 12 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$-7x = -119 \quad | :(-7)$$

$$x = -119 : (-7)$$

$$x = 17$$

Ответ: 17

$$2) \frac{7x+2}{4} + 1 = \frac{5x}{3}$$

$$\frac{(7x+2)^3}{4} + \frac{1^{12}}{1} = \frac{5x^4}{3}$$

$$\frac{21x+6}{12} + \frac{12}{12} = \frac{20x}{12} \quad | \cdot 12$$

$$21x+6+12 = 20x$$

$$21x - 20x = -6 - 12$$

$$x = -18$$

Ответ: -18

$$3) -5 + \frac{x}{3} = \frac{x+8}{6}$$

$$\frac{-5^6}{1} + \frac{x^{12}}{3} = \frac{(x+8)}{6}$$

$$\frac{-30}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{x+8}{6} \quad | \cdot 6$$

$$-30 + 2x = x + 8$$

$$2x - x = 8 + 30$$

$$x = 38$$

Ответ: 38

09. Уравнения

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

ПРИМЕРЫ

Задание 8. Решите уравнение $(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

$$(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$$

или $(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$

$$4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 = 0$$

$$(2x-1)^2 - (2x)^2 = 0 \text{ — разность квадратов}$$

$$-4x = -1 \quad | :(-4)$$

$$(2x-1-2x)(2x-1+2x) = 0$$

$$x = \frac{-1}{-4}$$

$$-1 \cdot (4x-1) = 0$$

$$x = 0,25$$

$$4x - 1 = 0$$

$$4x = 1 \quad | :4$$

$$(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1) =$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$= 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$x = 0,25$$

Ответ: 0,25

Задание 9. Решите уравнение $\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

$$\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 4^2 = 0 \quad - \text{ разность квадратов}$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$$ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ или } b = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 4 \quad \quad \quad x = -4$$

меньший корень

Ответ: -4

Задание 10. Решите уравнение $-\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

$$-\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0 \quad | \cdot 5$$

$$-3x^2 + 75 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 5^2 = 0 \quad - \text{ разность квадратов}$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \quad \quad \text{или} \quad x + 5 = 0$$

$$x = 5 \quad \quad \quad x = -5$$

больший корень

Ответ: 5

09. Уравнения

Блок 1. ФИПИ

I) Линейные уравнения

Задание 1. Найдите корень уравнения.

1) $x+3=-9x$

7) $7+8x=-2x-5$

13) $4(x-8)=-5$

2) $-3x-9=2x$

8) $-5+9x=10x+4$

14) $10(x-9)=7$

3) $6x+1=-4x$

9) $1-10x=-5x+10$

15) $5(x+9)=-8$

4) $-2x-4=3x$

10) $-4-6x=4x-3$

16) $4(x+1)=9$

5) $3x+3=5x$

11) $2+3x=-7x-5$

17) $10(x+2)=-7$

6) $-8x-3=-6x$

12) $-1-3x=2x+1$

18) $5(x-6)=2$

Задание 2. Найдите корень уравнения.

1) $x+\frac{x}{9}=-\frac{10}{3}$

3) $x+\frac{x}{5}=-\frac{12}{5}$

5) $x+\frac{x}{2}=-9$

2) $x-\frac{x}{7}=6$

4) $x-\frac{x}{12}=\frac{11}{3}$

6) $x-\frac{x}{11}=\frac{50}{11}$

Задание 3. Найдите корень уравнения.

1) $\frac{12}{x+5}=-\frac{12}{5}$

7) $\frac{7}{x-5}=2$

13) $(x-5)^2=(x-8)^2$

2) $\frac{6}{x+8}=-\frac{3}{4}$

8) $\frac{4}{x-4}=-5$

14) $(x+9)^2=(x+6)^2$

3) $\frac{1}{x+2}=-\frac{1}{2}$

9) $\frac{11}{x-9}=-10$

15) $(x+10)^2=(5-x)^2$

4) $\frac{10}{x+7}=-\frac{5}{8}$

10) $\frac{7}{x+8}=-1$

16) $(x-3)^2=(x+10)^2$

5) $\frac{11}{x+4}=-\frac{11}{7}$

11) $\frac{6}{x+5}=-5$

17) $(x+6)^2=(15-x)^2$

6) $\frac{8}{x+9}=-\frac{2}{9}$

12) $\frac{11}{x+3}=10$

18) $(x-2)^2=(x-9)^2$

II) Квадратные уравнения

Задание 4. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $(5x-2)(-x+3)=0$

3) $(-2x+1)(-2x-7)=0$

5) $(-5x+3)(-x+6)=0$

2) $(x-6)(4x-6)=0$

4) $(x-7)(-5x-9)=0$

6) $(x-2)(-2x-3)=0$

Задание 5. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $3x^2 + 12x = 0$

7) $x^2 - 9 = 0$

13) $4x^2 = 8x$

2) $7x^2 + 21x = 0$

8) $x^2 - 64 = 0$

14) $7x^2 = 42x$

3) $3x^2 + 18x = 0$

9) $x^2 - 144 = 0$

15) $10x^2 = 80x$

4) $5x^2 + 25x = 0$

10) $x^2 - 81 = 0$

16) $5x^2 = 35x$

5) $6x^2 + 24x = 0$

11) $x^2 - 169 = 0$

6) $5x^2 + 20x = 0$

12) $x^2 - 16 = 0$

Задание 6. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $(-x - 5)(2x + 4) = 0$

3) $(-x - 4)(3x + 3) = 0$

5) $(-x + 7)(x - 2) = 0$

2) $(6x - 3)(-x + 3) = 0$

4) $(5x + 2)(-x - 6) = 0$

6) $(x + 10)(-x - 8) = 0$

Задание 7. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $x^2 - 36 = 0$

7) $3x^2 - 9x = 0$

13) $9x^2 = 54x$

2) $x^2 - 25 = 0$

8) $5x^2 - 10x = 0$

14) $2x^2 = 8x$

3) $x^2 - 49 = 0$

9) $4x^2 - 16x = 0$

15) $3x^2 = 27x$

4) $x^2 - 121 = 0$

10) $7x^2 - 14x = 0$

16) $4x^2 = 20x$

5) $x^2 - 4 = 0$

11) $4x^2 - 20x = 0$

6) $x^2 - 100 = 0$

12) $4x^2 - 16x = 0$

Задание 8. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $x^2 - 15 = 2x$

7) $x^2 + 4x = 5$

13) $x^2 - 6x + 5 = 0$

2) $x^2 + 7 = 8x$

8) $x^2 - 6x = 16$

14) $x^2 - 9x + 18 = 0$

3) $x^2 - 16 = 6x$

9) $x^2 + 2x = 15$

15) $x^2 - 10x + 24 = 0$

4) $x^2 + 18 = 9x$

10) $x^2 - 7x = 8$

16) $x^2 + x - 12 = 0$

5) $x^2 - 35 = 2x$

11) $x^2 + 4x = 21$

17) $x^2 - 11x + 30 = 0$

6) $x^2 + 6 = 5x$

12) $x^2 - 5x = 14$

18) $x^2 - 7x + 10 = 0$

Задание 9. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

3) $8x^2 - 10x + 2 = 0$

5) $8x^2 - 12x + 4 = 0$

2) $5x^2 - 9x + 4 = 0$

4) $6x^2 - 9x + 3 = 0$

6) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

Задание 10. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $x^2 - 18 = 7x$

7) $x^2 + 7x = 18$

13) $x^2 - 8x + 12 = 0$

2) $x^2 + 6 = 5x$

8) $x^2 - x = 12$

14) $x^2 - 10x + 21 = 0$

3) $x^2 - 21 = 4x$

9) $x^2 + 3x = 10$

15) $x^2 - 11x + 18 = 0$

4) $x^2 + 10 = 7x$

10) $x^2 - 5x = 14$

16) $x^2 - 12x + 20 = 0$

5) $x^2 - 20 = x$

11) $x^2 + 7x = 8$

17) $x^2 - 9x + 8 = 0$

6) $x^2 + 4 = 5x$

12) $x^2 - 3x = 18$

18) $x^2 - 13x + 22 = 0$

Задание 11. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $5x^2 + 9x + 4 = 0$

3) $5x^2 - 12x + 7 = 0$

5) $5x^2 - 11x + 6 = 0$

2) $5x^2 + 4x - 1 = 0$

4) $5x^2 + 8x + 3 = 0$

6) $5x^2 + 7x - 12 = 0$

09. Уравнения

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

Задание 1. Решите уравнение.

1) $2 + 3x = -7x - 5$

3) $-7 - 2x = -6x + 10$

5) $8 - 5(2x - 3) = 13 - 6x$

2) $7 + 8x = -2x - 5$

4) $-1 - 3x = 2x + 1$

6) $1 - 7(4 + 2x) = -9 - 4x$

Задание 2. Решите уравнение.

1) $3x + 5 + (x + 5) = (1 - x) + 4$

5) $-3x + 1 + (x - 5) = 5(3 - x) + 5$

2) $x - 3 - 4(x + 1) = 5(4 - x) - 1$

6) $-x - 4 + 5(x + 3) = 5(-1 - x) - 2$

3) $4x + 4 - 3(x + 1) = 5(-2 - x) + 5$

7) $-3x + 1 - 3(x + 3) = -2(1 - x) + 2$

4) $2x + 2 + 3(x + 4) = -4(1 - x) + 3$

8) $-5x - 2 + 4(x + 1) = 4(-3 - x) - 1$

Задание 3. Решите уравнение.

1) $(x+1)^2 + (x-6)^2 = 2x^2$

3) $(x-6)^2 + (x+8)^2 = 2x^2$

2) $(x-2)^2 + (x-8)^2 = 2x^2$

4) $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 2x^2$

Задание 4. Решите уравнение.

1) $x^2 + x + 6 = -x^2 - 3x + (-2 + 2x^2)$

3) $3x^2 - 4x + 7 = x^2 - 5x + (-1 + 2x^2)$

2) $-3x^2 + 5x - 3 = -x^2 + 3x + (2 - 2x^2)$

4) $-4x^2 + 2x + 6 = -2x^2 + 3x - (-3 + 2x^2)$

Задание 5. Решите уравнение. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

1) $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}$

4) $\frac{4x+7}{3} + 2 = \frac{7x}{2}$

7) $6 + \frac{x}{2} = \frac{x+3}{5}$

2) $\frac{13}{x-5} = \frac{5}{x-13}$

5) $\frac{6x+8}{2} + 5 = \frac{5x}{3}$

8) $-4 + \frac{x}{5} = \frac{x+4}{2}$

3) $\frac{6}{x-8} = \frac{8}{x-6}$

6) $\frac{9x+6}{7} + 3 = \frac{7x}{6}$

9) $1 + \frac{x}{5} = \frac{x+9}{7}$

09. Уравнения

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

Задание 1. Решите уравнение.

1) $(x-9)^2 - x^2 = 0$

3) $(2x-3)^2 - 4x^2 = 0$

2) $(x-7)^2 - x^2 = 0$

4) $(2x-5)^2 - 4x^2 = 0$

Задание 2. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $\frac{1}{5}x^2 - 5 = 0$

2) $\frac{1}{8}x^2 - 8 = 0$

3) $\frac{1}{6}x^2 - 24 = 0$

4) $\frac{1}{7}x^2 - 28 = 0$

Задание 3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $-\frac{2}{3}x^2 + 6 = 0$

2) $-\frac{3}{4}x^2 + 12 = 0$

3) $-\frac{5}{7}x^2 + 35 = 0$

4) $-\frac{4}{9}x^2 + 36 = 0$

10. Теория вероятностей

Блок 1. ФИПИ

ПРИМЕРЫ

Задание 1. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 9 с капустой, 7 с рисом и 4 с мясом. Антон наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с капустой.

Событие А – пирожок оказался с капустой

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во пирожков с капустой (условие)}}{\text{кол-во всех пирожков}} = \frac{9}{9+7+4} = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0,45$$

Ответ: 0,45.

Задание 2. В фирме такси в данный момент свободно 16 машин: 2 чёрные, 8 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Событие А – приедет жёлтое такси

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество желтых машин (условие)}}{\text{количество всех машин}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

Задание 3. Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 21 с машинами и 9 с видом города. Подарки распределяются случайным образом между 30 детьми, среди которых есть Серёжа. Найдите вероятность того, что Серёже достанется пазл с машиной.

Событие А – достанется пазл с машиной

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество пазлов с машиной (условие)}}{\text{количество всех пазлов}} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10} = 0,7$$

Ответ: 0,7.

Задание 4. В лыжных гонках участвуют 5 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что:

- первым будет стартовать спортсмен из России;
- первым будет стартовать спортсмен из России или Швеции;
- первым будет стартовать спортсмен **не** из Швеции.

а) Событие А – первым будет стартовать спортсмен из России

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество спортсменов из России (условие)}}{\text{количество всех спортсменов}} = \frac{5}{5+2+3} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Ответ: 0,5;

б) Событие В – первым будет стартовать спортсмен из России или Швеции

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол - во спортсменов из России или Швеции (условие)}}{\text{кол - во всех спортсменов}} = \frac{5+3}{5+2+3} = 0,8$$

Ответ: 0,8;

в) Событие С – первым будет стартовать спортсмен **не** из Швеции

I способ:

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество спортсменов не из Швеции (условие)}}{\text{количество всех спортсменов}} = \frac{5+2}{5+2+3} = \frac{7}{10} = 0,7$$

II способ:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(C) + P(\bar{C}) = 1$

Событие \bar{C} – первым будет стартовать спортсмен из Швеции

$$P(\bar{C}) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество спортсменов из Швеции}}{\text{количество всех спортсменов}} = \frac{3}{5+2+3} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(C) + P(\bar{C}) = 1 \Rightarrow P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Ответ: 0,7.

Задание 5. У бабушки 15 чашек: 12 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

I способ:

Событие А – выбрана чашка с синими цветами

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество синих чашек (условие)}}{\text{количество всех чашек}} = \frac{15-12}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$$

II способ:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Событие \bar{A} – выбрана чашка не с синими (красными) цветами

$$P(\bar{A}) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество красных чашек}}{\text{количество всех чашек}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Ответ: 0,2.

Задание 6. На экзамене 40 билетов, Гриша **не** выучил 10 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Событие А – попадётся выученный билет

I способ:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество выученных (условие) билетов}}{\text{количество всех билетов}} = \frac{40-10}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0,75$$

II способ:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Событие \bar{A} – попадётся невыученный билет

$$P(\bar{A}) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество невыученных билетов}}{\text{количество всех билетов}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,25 = 0,75$$

Ответ: 0,75.

Задание 7. В магазине канцтоваров продаётся 180 ручек: 43 красных, 54 зелёных, 29 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет:

А) красной или фиолетовой;

Б) синей или чёрной;

В) черной или зеленой.

а) Событие А – ручка будет красной или фиолетовой

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во красных и фиолетовых ручек}}{\text{кол-во всех ручек}} = \frac{43+29}{180} = \frac{72}{180} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Ответ: 0,4;

б) Событие В – ручка будет синей или чёрной

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во синих и черных ручек}}{\text{кол-во всех ручек}} = \frac{180-(43+54+29)}{180} = \frac{54}{180} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Ответ: 0,3;

в) Событие С – ручка будет черной или зеленой

$$\text{Количество черных ручек: } \frac{180-(43+54+29)}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во черных и зеленых ручек}}{\text{кол-во всех ручек}} = \frac{27+54}{180} = \frac{81}{180} = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0,45$$

Ответ: 0,45.

Задание 8. В среднем из 120 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

I способ:

Событие A – фонарик окажется исправен

$$P(A) \approx W(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{кол-во исправных фонариков}}{\text{кол-во всех фонариков}} = \frac{120-3}{120} = \frac{117}{120} = \frac{39}{40} = 0,975$$

II способ:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

События:

A – фонарик окажется исправен

\bar{A} – фонарик окажется неисправен

$$P(\bar{A}) \approx W(\bar{A}) = \frac{n_{\bar{A}}}{n} = \frac{\text{кол-во неисправных фонариков}}{\text{кол-во всех фонариков}} = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} = \frac{25}{1000} = 0,025$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,025 = 0,975$$

Ответ: 0,975.

Задание 9. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,16. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

События:

A – шариковая ручка пишет хорошо

\bar{A} – шариковая ручка пишет плохо (или не пишет) $P(\bar{A}) = 0,16$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,16 = 0,84$$

Ответ: 0,84.

10. Теория вероятностей
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия
ПРИМЕРЫ

Задание 10. Гриша, Кристина, Настя, Илья, Юра, Маша, Лиля, Дима бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Событие А – начинать игру должен будет мальчик

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество мальчиков (условие)}}{\text{количество всех участников игры}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

Задание 11. Оля выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 34.

Событие А – выбранное трехзначное число делится на 34

Всего трехзначных чисел {100; 101; ...; 998; 999} будет 900 (9·10·10=900)

Количество чисел кратных 34:

$$100 \leq 34k \leq 999, k \in Z \text{ (целое число)}$$

$$\frac{100}{34} \leq k \leq \frac{999}{34}$$

$$2\frac{16}{17} \leq k \leq 29\frac{13}{34}$$

$$k = 29 - 2 = 27$$

$$P(A) = \frac{\text{кол-во чисел кратных 34}}{\text{кол-во трехзначных чисел}} = \frac{27}{900} = \frac{3}{100} = 0,03$$

Ответ: 0,03.

Задание 12. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.

Событие А – «орел» выпадет ровно два раза

Количество исходов: 2·2·2·2=16

Все исходы: OOOO OOOР OORO OORР OРОО OРОР ОРРО ОРРР
 РООО РООР РОРО РОРР РРОО РРОР РРРО РРРР

Благоприятные (орел выпал 2 раза) исходы: OORР OРОР ОРРО
 РООР РОРО РРОО

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество благоприятных исходов}}{\text{количество всех исходов}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ: 0,375.

Задание 13. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 4 или 7.

A – сумма выпавших чисел равна 4 или 7

A_1 – сумма выпавших чисел равна 4

A_2 – сумма выпавших чисел равна 7

Количество исходов: $6 \cdot 6 = 36$

Исходы:

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

Благоприятные исходы:

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

Вероятность несовместных событий $P(A+B) = P(A) + P(B)$

$$P(A) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25.

Задание 14. Из 520 клавиатур для компьютера в среднем 13 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная клавиатура исправна?

I способ:

Событие A – выбранная клавиатура исправна

$$P(A) \approx W(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{кол-во исправных клавиатур}}{\text{кол-во всех клавиатур}} = \frac{520-13}{520} = \frac{507}{520} = \frac{39}{40} = 0,975$$

II способ:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

События:

A – выбранная клавиатура исправна

\bar{A} – выбранная клавиатура неисправна

$$P(\bar{A}) \approx W(\bar{A}) = \frac{n_{\bar{A}}}{n} = \frac{\text{кол-во неисправных клавиатур}}{\text{кол-во всех клавиатур}} = \frac{13}{520} = \frac{1}{40} = \frac{25}{1000} = 0,025$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,025 = 0,975$$

Ответ: 0,975.

Задание 15. В каждой двадцатой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Роман покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Роман **не** найдет приз в своей банке.

I способ:

A – Роман **не** найдет приз в своей банке

$$P(A) \approx W(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{кол-во банок, в которых нет приза}}{\text{кол-во всех банок}} = \frac{20-1}{20} = \frac{19}{20} = \frac{95}{100} = 0,95$$

II способ:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

События:

A – Роман **не** найдет приз в своей банке

\bar{A} – Роман найдет приз в своей банке

$$P(\bar{A}) \approx W(\bar{A}) = \frac{n_{\bar{A}}}{n} = \frac{\text{количество банок, в которых есть приз}}{\text{количество всех банок}} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,05 = 0,95$$

Ответ: 0,95.

Задание 16. Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,509. В 2014 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 497 девочек. На сколько частота рождения девочки в 2014 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?

События:

A – родившийся младенец окажется девочкой

\bar{A} – родившийся младенец окажется мальчиком $P(\bar{A}) = 0,509$

Вероятность:

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,509 = 0,491$$

Частота (относительная частота):

$$W(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{количество рожденных девочек}}{\text{общее количество младенцев}} = \frac{497}{1000} = 0,497$$

$$W(A) - P(A) = 0,497 - 0,491 = 0,006$$

Ответ: 0,006.

Задание 17. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Треугольник», равна 0,31. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Окружность», равна 0,2. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

События:

A – вероятность того, что достанется задача по одной из этих двух тем

A_1 – достанется задача по теме «Треугольник» $P(A_1) = 0,31$

A_2 – достанется задача по теме «Окружность» $P(A_2) = 0,2$

Вероятность несовместных событий $P(A+B) = P(A) + P(B)$

$$P(A) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) = 0,31 + 0,2 = 0,51$$

Ответ: 0,51.

Задание 18. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок в первый раз попал по мишени, а потом три раза промахнулся.

Вероятность независимых событий: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

События:

A – стрелок выстрелил и попал $P(A) = 0,9$

\bar{A} – стрелок выстрелил и не попал (промахнулся)

B – в первый раз попал, потом три раза не попал (промахнулся)

$$P(A) = 0,9$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$P(B) = P(A \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}) = P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,0009$$

Ответ: 0,0009.

10. Теория вероятностей

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

ПРИМЕРЫ

Задание 19. В одиннадцатом физико-математическом классе учатся 18 мальчиков и 6 девочек. По жребию они выбирают одного дежурного по классу. Какова вероятность, что это будет мальчик?

Событие A – дежурным окажется мальчик

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество мальчиков (условие)}}{\text{количество всех учеников}} = \frac{18}{18+6} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ: 0,75.

Задание 20. В группе туристов 25 человек. С помощью жребия они выбирают четырёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист К., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Событие A – турист К. пойдёт в магазин

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во людей, которые должны идти в магазин}}{\text{кол-во всех людей в группе}} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16$$

Ответ: 0,16.

Задание 21. В сборнике билетов по математике всего 45 билетов, в 18 из них встречается вопрос по теме «Треугольник». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Треугольник».

Событие A – достанется вопрос по теме «Треугольник»

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество билетов, в которых встречается тема "Треугольник"}}{\text{количество всех билетов}}$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Ответ: 0,4.

Задание 22. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов: в первый день – 12 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. На конференции планируется доклад профессора Н. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность того, что доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции.

Всего – 40 докладов

1-й день	2-й день	3-й день
12	$\frac{40-12}{2}=14$	$\frac{40-12}{2}=14$

Событие А – доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество докладов в 3-й день}}{\text{количество всех докладов}} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35$$

Ответ: 0,35.

Задание 23. На олимпиаде по химии участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 112 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Всего – 350 участников

1-я аудитория	2-я аудитория	3-я аудитория
112	112	$350-112 \cdot 2=126$

Событие А – доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество докладов в 3-й день}}{\text{количество всех докладов}} = \frac{126}{350} = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36$$

Ответ: 0,36.

Задание 24. В коробке вперемишку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 3 раза больше, чем пакетиков с зелёным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с черным чаем.

Пусть пакетиков с зелёным – x , тогда пакетиков с чёрным чаем – $3x$.

Событие А – пакетик окажется пакетиком с черным чаем

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество пакетиков с черным чаем}}{\text{количество всех пакетиков}} = \frac{3x}{x+3x} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Ответ: 0,75.

Задание 25. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 61 спортсмен, среди которых 19 спортсменов из России, в том числе Е. Найдите вероятность того, что в первом туре Е. будет играть с каким-либо спортсменом из России.

Событие А – Е. будет играть с каким-либо спортсменом из России
Сам с собой Е. играть не может!

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во спортсменов из России (исключая Е.)}}{\text{кол-во всех спортсменов (исключая Е.)}} = \frac{19-1}{61-1} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Ответ: 0,3.

Задание 26. За круглый стол на 26 стульев в случайном порядке рассаживаются 24 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки **не** окажутся на соседних местах.

Первая девочка заняла 1 стул, рядом с ней 2 соседних места.

Событие А – девочки **не** окажутся на соседних местах

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество стульев не рядом с 1-й девочкой}}{\text{количество всех стульев, на которые может сесть 2-я девочка}}$$

$$P(A) = \frac{25-2}{26-1} = \frac{23}{25} = \frac{92}{100} = 0,92$$

Ответ: 0,92.

Задание 27. Правильную игральную кость бросают дважды. Известно, что сумма выпавших очков больше 8. Найдите вероятность события «при втором броске выпало 6 очков».

Событие А – «при втором броске выпало 6 очков», если сумма выпавших очков больше 8

Сумма очков больше 8:

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

«При втором броске выпало 6 очков»:

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

$$P(A) = \frac{\text{количество исходов "при втором броске выпало 6 очков"}}{\text{количество исходов "сумма выпавших очков больше 8"}} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Ответ: 0,4.

Задание 28. На фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран, среди этих стран Россия, Китай и Англия. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Англии будет выступать после группы из России и после группы из Китая? Результат округлите до сотых.

Событие А – группа из Англии будет выступать после группы из России и после группы из Китая

Все возможные исходы жребия: РКА КРА АРК РАК КАР АКР

Благоприятные исходы (Англия после России и Китая): РКА КРА

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество благоприятных исходов}}{\text{количество всех исходов}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

Ответ: 0,33.

Задание 29. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 150 сумок 6 сумок имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без дефектов.

Сумма вероятностей противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

События:

А – сумка окажется без дефектов

\bar{A} – сумка имеет скрытый дефект

$$P(\bar{A}) = \frac{\text{количество сумок, имеющих скрытый дефект}}{\text{количество всех сумок}} = \frac{6}{150} = \frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0,04$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$$

Ответ: 0,96.

Задание 30. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит два года или больше 0,79. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но не менее года.

События:

A_1 – принтер прослужит больше года, но меньше двух лет

A_2 – принтер прослужит ровно два года и больше двух лет

В – принтер прослужит больше года

Вероятность несовместных событий: $P(B) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

$$0,94 = P(A_1) + 0,79 \quad P(A_1) = 0,94 - 0,79 = 0,15$$

Ответ: 0,15.

10. Теория вероятностей

Блок 1. ФИПИ

1) Классическое определение вероятности

1. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 5 с рисом и 21 с повидлом. Андрей наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с повидлом.
2. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 13 с мясом, 11 с капустой и 6 с вишней. Антон наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.
3. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 14 с рисом, 8 с мясом и 3 с капустой. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с капустой.
4. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с творогом, 12 с мясом и 3 с яблоками. Ваня наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с мясом.
5. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с мясом, 3 с капустой и 4 с вишней. Саша наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.
6. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 2 с творогом, 13 с рисом и 5 с яблоками. Лёша наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.
7. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 3 чёрные, 3 жёлтые и 14 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
8. В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрные, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
9. В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 6 чёрных, 3 жёлтых и 21 зелёная. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
10. В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 3 чёрных, 3 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
11. В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 чёрных, 2 жёлтых и 3 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

12. В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 чёрная, 9 жёлтых и 20 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

13. Родительский комитет закупил 10 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 2 с машинами и 8 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 10 детьми, среди которых есть Андрюша. Найдите вероятность того, что Андрюше достанется пазл с машиной.

14. Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 18 с машинами и 7 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

15. Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 6 с машинами и 14 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

16. Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 21 с машинами и 4 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Саша. Найдите вероятность того, что Саше достанется пазл с машиной.

17. Родительский комитет закупил 15 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 12 с машинами и 3 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 15 детьми, среди которых есть Миша. Найдите вероятность того, что Мише достанется пазл с машиной.

18. Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 24 с машинами и 1 с видом города. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Андрюша. Найдите вероятность того, что Андрюше достанется пазл с машиной.

19. В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 1 спортсмен из Норвегии и 2 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Швеции.

20. В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

- 21.** В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из Норвегии.
- 22.** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.
- 23.** В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 1 спортсмен из Норвегии и 2 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии.
- 24.** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.
- 25.** У бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- 26.** У бабушки 25 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- 27.** У бабушки 10 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- 28.** У бабушки 20 чашек: 9 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- 29.** У бабушки 15 чашек: 9 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- 30.** У бабушки 25 чашек: 5 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- 31.** На экзамене 30 билетов, Серёжа **не** выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- 32.** На экзамене 50 билетов, Сеня **не** выучил 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- 33.** На экзамене 20 билетов, Андрей **не** выучил 1 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- 34.** На экзамене 25 билетов, Костя **не** выучил 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

- 35.** На экзамене 35 билетов, Стас **не** выучил 7 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- 36.** На экзамене 40 билетов, Яша **не** выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- 37.** В магазине канцтоваров продаётся 120 ручек: 32 красных, 32 зелёных, 46 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.
- 38.** В магазине канцтоваров продаётся 144 ручки: 30 красных, 24 зелёных, 18 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.
- 39.** В магазине канцтоваров продаётся 255 ручек: 46 красных, 31 зелёная, 36 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет черной или зеленой.
- 40.** В магазине канцтоваров продаётся 112 ручек: 17 красных, 44 зелёных, 29 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.
- 41.** В магазине канцтоваров продаётся 206 ручек: 20 красных, 8 зелёных, 12 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или синей.
- 42.** В магазине канцтоваров продаётся 264 ручки: 38 красных, 30 зелёных, 8 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

II) Статистическое определение вероятности

- 43.** В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- 44.** В среднем из 80 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- 45.** В среднем из 75 карманных фонариков, поступивших в продажу, девять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- 46.** В среднем из 100 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

47. В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

48. В среднем из 200 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

III) Формулы для вычисления вероятностей

49. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,14. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

50. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,2. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

51. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,08. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

52. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,22. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

53. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,07. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

54. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

10. Теория вероятностей

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

1) Классическое определение вероятности

1. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
2. Девятиклассники Петя, Катя, Ваня, Даша и Наташа бросили жребий, кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.
3. Саша, Семён, Зоя и Лера бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет **не** Семён.
4. Девятиклассники Петя, Катя, Ваня, Даша и Наташа бросили жребий, кому начинать игру. Найдите вероятность того, что жребий начинать игру Кате **не** выпадет.
5. Саша выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 4.
6. Андрей выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 10.
7. Валя выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.
8. Коля выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 93.
9. Женя выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 100.
10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.
11. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.
12. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.
13. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.
14. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 3 раза.
15. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.
16. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 3 раза.
17. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.
18. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не меньшее 1.

- 19.** Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет более 3 очков.
- 20.** Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет менее 4 очков.
- 21.** Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало четное число очков.
- 22.** Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало нечетное число очков.
- 23.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что наибольшее из двух выпавших чисел равно 5.
- 24.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.
- 25.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, меньшее 4.
- 26.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 7 или 10.
- 27.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 6 или 9.
- 28.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 5 или 8.
- 29.** Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел чётна.
- 30.** Игральную кость бросают 2 раза. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел нечётна.
- 31.** Игральную кость бросают 2 раза. Найдите вероятность того, что хотя бы раз выпало число, большее 3.
- 32.** Игральную кость бросают 2 раза. Найдите вероятность того, что хотя бы раз выпало число, меньшее 4.

II) Статистическое определение вероятности

- 33.** Из 1600 пакетов молока в среднем 80 протекают. Какова вероятность того, что случайно выбранный пакет молока не течёт?
- 34.** Из 600 клавиатур для компьютера в среднем 12 не исправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная клавиатура исправна?
- 35.** Из 1200 чистых компакт-дисков в среднем 72 не пригодны для записи. Какова вероятность того, что случайно выбранный диск пригоден для записи?
- 36.** Из каждых 1000 электрических лампочек 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

- 37.** В среднем из каждых 80 поступивших в продажу аккумуляторов 76 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
- 38.** В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
- 39.** В среднем из каждых 75 поступивших в продажу аккумуляторов 63 аккумулятора заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
- 40.** В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя **не найдет** приз в своей банке.
- 41.** В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля **не найдёт** приз в своей банке.
- 42.** В каждой четвертой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Аля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Аля **не найдет** приз в своей банке.
- 43.** Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. Насколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?
- 44.** Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,486. В 2011 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 522 девочки. Насколько частота рождения девочки в 2011 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?
- 45.** Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,52. В 2013 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 486 девочек. Насколько частота рождения девочки в 2013 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?
- 46.** Во время вероятностного эксперимента монету бросили 1000 раз, 532 раза выпал орел. На сколько частота выпадения решки в этом эксперименте отличается от вероятности этого события?
- 47.** Во время вероятностного эксперимента монету бросили 1000 раз, 449 раз выпала решка. На сколько частота выпадения орла в этом эксперименте отличается от вероятности этого события?

III) Формулы для вычисления вероятностей

48. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Окружность», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

49. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Параллелограмм», равна 0,45. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Треугольники», равна 0,15. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

50. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Трапеция», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Площадь», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

51. Стрелок 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

52. Стрелок 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

53. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

54. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последние 2 раза промахнулся.

55. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние 3 раза промахнулся.

56. Стрелок 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

57. Стрелок 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последние 3 раза промахнулся.

58. Стрелок 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние 4 раза промахнулся.

10. Теория вероятностей

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты*

1) Классическое определение вероятности

1. В одиннадцатом физико-математическом классе учатся 10 мальчиков и 6 девочек. По жребию они выбирают одного дежурного по классу. Какова вероятность, что это будет мальчик?
2. В одиннадцатом физико-математическом классе учатся 15 мальчиков и 5 девочек. По жребию они выбирают одного дежурного по классу. Какова вероятность, что это будет мальчик?
3. В десятом физико-математическом классе учатся 19 мальчиков и 6 девочек. По жребию они выбирают одного дежурного по классу. Какова вероятность, что это будет мальчик?
4. В девятом физико-математическом классе учатся 17 мальчиков и 3 девочки. По жребию они выбирают одного дежурного по классу. Какова вероятность, что это будет мальчик?
5. В группе туристов 20 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист К., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
6. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
7. В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Термодинамика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Термодинамика».
8. В сборнике билетов по физике всего 50 билетов, в 8 из них встречается вопрос по теме «Механика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Механика».
9. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день – 16 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. На конференции планируется доклад профессора Н. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность того, что доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции?
10. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов: первые два дня – по 13 докладов, остальные распределены поровну между 3-им и 4-ым днями. На конференции планируется доклад профессора К. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность, что доклад профессора К. окажется запланированным на последний день конференции?

- 11.** На олимпиаде по химии участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
- 12.** На олимпиаде по биологии участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 130 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
- 13.** В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 4 раза больше, чем пакетиков с зелёным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с черным чаем.
- 14.** В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с зеленым чаем в 7 раз меньше, чем пакетиков с черным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с черным чаем.
- 15.** На птицеферме есть только куры и гуси, причём кур в 19 раз больше, чем гусей. Найдите вероятность того, что случайно выбранная на этой ферме птица окажется гусем.
- 16.** На птицеферме есть только куры и гуси, причём кур в 4 раза больше, чем гусей. Найдите вероятность того, что случайно выбранная на этой ферме птица окажется гусем.
- 17.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 71 спортсмен, среди которых 22 спортсменов из России, в том числе Т. Найдите вероятность того, что в первом туре Т. будет играть с каким-либо спортсменом из России.
- 18.** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 51 спортсмен, среди которых 14 спортсменов из России, в том числе Т. Найдите вероятность того, что в первом туре Д. будет играть с каким-либо спортсменом не из России.
- 19.** За круглый стол на 11 стульев в случайном порядке рассаживаются 9 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки окажутся на соседних местах.
- 20.** За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки окажутся на соседних местах.
- 21.** За круглый стол на 11 стул в случайном порядке рассаживаются 9 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки **не** окажутся на соседних местах.

22. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки **не** окажутся на соседних местах.

23. Правильную игральную кость бросают дважды. Известно, что сумма выпавших очков больше 8. Найдите вероятность события «при втором броске выпало 3 очка».

24. Правильную игральную кость бросают дважды. Известно, что сумма выпавших очков больше 8. Найдите вероятность события «при втором броске выпало 4 очка».

25. На фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран, среди этих стран Россия, Великобритания и Франция. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Франции будет выступать после группы из Великобритании и после группы из России? Результат округлите до сотых.

26. На фестивале выступают группы - по одной от каждой из заявленных стран, среди этих стран Испания, Португалия и Италия. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Испании будет выступать до группы из Португалии и до группы из Италии? Результат округлите до сотых.

II) Статистическое определение вероятности

27. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 120 сумок 6 сумок имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без дефектов.

28. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 150 сумок 3 сумки имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без дефектов.

III) Формулы для вычисления вероятностей

29. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,95. Вероятность того, что он прослужит два года или больше 0,88. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но не менее года.

30. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит два года или больше 0,74. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но не менее года.

31. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит два года или больше 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но не менее года.

32. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,95. Вероятность того, что он прослужит два года или больше 0,77. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но не менее года.

12. Расчёты по формулам

Блок 1. ФИПИ ПРИМЕРЫ

Задание 1. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 7 колец.

$$\begin{aligned} n = 7 & \quad C = 6000 + 4100 \cdot n \\ C = ? & \quad C = 6000 + 4100 \cdot 7 = 6000 + 28700 = 34700 \text{ (руб.)} \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 34700$$

Задание 2. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 12 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 11-минутной поездки.

$$\begin{aligned} t = 11 \text{ мин} & \quad C = 150 + 12 \cdot (t - 5) \\ C = ? & \quad C = 150 + 12 \cdot (11 - 5) = 150 + 12 \cdot 6 = 150 + 72 = 222 \text{ (руб.)} \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 222$$

Задание 3. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -45 градусов по шкале Цельсия?

$$\begin{aligned} t_C = -45 \text{ }^\circ\text{C} & \quad t_F = 1,8t_C + 32 \\ t_F = ? & \quad t_F = 1,8 \cdot (-45) + 32 = -81 + 32 = -49 \text{ (}^\circ\text{F)} \end{aligned} \quad \text{Ответ: } -49$$

Задание 4. Чтобы перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 113 градусов по шкале Фаренгейта?

$$\begin{aligned} t_F = 113 \text{ }^\circ\text{F} & \quad t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32) \\ t_C = ? & \quad t_C = \frac{5}{9}(113 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 81 = 45 \text{ (}^\circ\text{C)} \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 45$$

Задание 5. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 101,25 Вт, а сила тока равна 4,5 А. Ответ дайте в омах.

$$\begin{aligned} P = 101,25 \text{ Вт} & \quad P = I^2 R \quad | : I^2 \\ I = 4,5 \text{ А} & \quad R = \frac{P}{I^2} \\ R = ? & \quad R = \frac{101,25}{4,5^2} = \frac{101,25}{4,5 \cdot 4,5} = \frac{10125}{45 \cdot 45} = 5 \text{ (Ом)} \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 5$$

Задание 6. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с²) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с⁻¹), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 7,5 с⁻¹, а центробежное ускорение равно 337,5 м/с². Ответ дайте в метрах.

$$\begin{aligned}
 a &= 337,5 \text{ м/с}^2 & a &= \omega^2 R \quad | : \omega^2 \\
 \omega &= 7,5 \text{ с}^{-1} & R &= \frac{a}{\omega^2} \\
 R &=? & R &= \frac{337,5}{7,5^2} = \frac{337,5}{7,5 \cdot 7,5} = \frac{3375 \cdot 10}{75 \cdot 75} = 6 \text{ (м)}
 \end{aligned}$$

Ответ: 6

Задание 7. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 12$, $\sin \alpha = \frac{7}{9}$, а $S = 46,2$.

$$\begin{aligned}
 d_1 &= 12 & S &= \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2} \quad | \cdot 2 \\
 \sin \alpha &= \frac{7}{9} & 2S &= d_1 d_2 \sin \alpha \\
 S &= 46,2 & d_1 d_2 \sin \alpha &= 2S \quad | : d_1 \sin \alpha \\
 d_2 &=? & d_2 &= \frac{2S}{d_1 \sin \alpha} \\
 & & d_2 &= \frac{2 \cdot 46,2}{12 \cdot \frac{7}{9}} = \frac{2 \cdot 46,2 \cdot 9}{12 \cdot 7} = \frac{46,2 \cdot 3}{2 \cdot 7} = 9,9
 \end{aligned}$$

Ответ: 9,9

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

Задание 8. Зная длину своего шага, человек может приблизительно подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 60$ см, $n = 1300$? Ответ выразите в километрах.

$$\begin{aligned}
 n &= 1300 & s &= nl \\
 l &= 60 \text{ см} & s &= 1300 \cdot 60 = 78\,000 \text{ (см)} \\
 s &=? & 78\,000 \text{ см} &= 780 \text{ м} = 0,78 \text{ км}
 \end{aligned}$$

Ответ: 0,78

Задание 9. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 11 секунд.

$$\begin{aligned}
 T &= 11 \text{ с} & T &= 2\sqrt{l} \\
 l &=? & (T)^2 &= (2\sqrt{l})^2 \\
 & & T^2 &= 4l \quad | :4 \\
 l &= \frac{T^2}{4} & l &= \frac{11^2}{4} = \frac{121}{4} = 30\frac{1}{4} = 30\frac{25}{100} = 30,25 \text{ (м)}
 \end{aligned}$$

Ответ: 30,25

Задание 10. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в $\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_2 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$, $q_1 = 0,008 \text{ Кл}$, $r = 400 \text{ м}$, а $F = 0,225 \text{ Н}$.

$$\begin{aligned}
 k &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2} & F &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad | \cdot r^2 \\
 q_1 &= 0,008 \text{ Кл} & Fr^2 &= k q_1 q_2 \quad | : k q_1 \\
 r &= 400 \text{ м} & q_2 &= \frac{Fr^2}{k q_1} = \frac{0,225 \cdot 400^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 0,008} = \frac{0,225 \cdot 16}{9 \cdot 10^5 \cdot 0,008} = \\
 F &= 0,225 \text{ Н} & &= \frac{225 \cdot 16}{9 \cdot 10^5 \cdot 8} = 0,0005 \text{ (Кл)} \\
 q_2 &=? & &
 \end{aligned}$$

Ответ: 0,0005

Задание 11. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F – сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 – массы тел (в килограммах), r – расстояние между центрами масс (в метрах), а γ – гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 0,64032 \text{ Н}$, $m_2 = 4 \cdot 10^9 \text{ кг}$, а $r = 5 \text{ м}$.

$$\begin{aligned}
 \gamma &= 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2} & F &= \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad | \cdot r^2 \\
 F &= 0,64032 \text{ Н} & Fr^2 &= \gamma m_1 m_2 \quad | : \gamma m_2 \\
 m_2 &= 4 \cdot 10^9 \text{ Кл} & m_1 &= \frac{Fr^2}{\gamma m_2} = \frac{0,64032 \cdot 5^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^9} = \frac{0,64032 \cdot 25}{6,67 \cdot 10^{-2} \cdot 4} = \\
 r &= 5 \text{ м} & &= \frac{0,64032 \cdot 10000}{6,67 \cdot 16} = \frac{64032 \cdot 10}{667 \cdot 16} = 60 \text{ (кг)} \\
 m_1 &=? & &
 \end{aligned}$$

Ответ: 60

Задание 12. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м³), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь этой формулой, найдите объём V (в м³), если $T = 300$ К, $P = 53\,848,8$ Па, $\nu = 32,4$ моль.

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$P = 53\,848,8 \text{ Па}$$

$$\nu = 32,4 \text{ моль}$$

$$V - ?$$

$$PV = \nu RT \quad | : P$$

$$V = \frac{\nu RT}{P}$$

$$V = \frac{32,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{53\,848,8}$$

$$V = \frac{324 \cdot 831 \cdot 3}{53\,8488} = \frac{6 \cdot 54 \cdot 3 \cdot 277 \cdot 3}{18 \cdot 29916} = \frac{54 \cdot 3}{108}$$

$$V = 1,5 \text{ (м}^3\text{)}$$

Ответ: 1,5

Задание 13. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м³), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $P = 70\,219,5$ Па, $\nu = 29,9$ моль, $V = 2,3$ м³.

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

$$P = 70\,219,5 \text{ Па}$$

$$\nu = 29,9 \text{ моль}$$

$$V = 2,3 \text{ м}^3$$

$$T - ?$$

$$\nu RT = PV \quad | : \nu R$$

$$T = \frac{PV}{\nu R}$$

$$T = \frac{70219,5 \cdot 2,3}{29,9 \cdot 8,31} = \frac{702195 \cdot 230}{299 \cdot 831} =$$

$$= \frac{15 \cdot 46813 \cdot 23 \cdot 10}{23 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 277} = \frac{5 \cdot 169 \cdot 10}{13} = 650 \text{ (К)}$$

Ответ: 650

12. Расчёты по формулам

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

ПРИМЕРЫ

Задание 14. Высота деревянного стеллажа для книг равна $h = (a+b)n + a$ миллиметров, где a – толщина одной доски (в мм), b – высота одной полки (в миллиметрах), n – число таких полок. Найдите высоту книжного стеллажа из 8 полок, если $a = 18$ мм, $b = 310$ мм. Ответ выразите в миллиметрах.

$$n = 8$$

$$h = (a+b)n + a$$

$$a = 18 \text{ мм}$$

$$h = (18+310) \cdot 8 + 18 = 328 \cdot 8 + 18 = 2\,642 \text{ (мм)}$$

$$b = 310 \text{ мм}$$

$$h - ?$$

Ответ: 2642

Задание 15. Закон Гука можно записать в виде $F = kx$, где F – сила (в ньютонах), с которой сжимают пружину, x – абсолютное удлинение (сжатие) пружины (в метрах), а k – коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $F = 80$ Н и $k = 5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

$$\begin{array}{l} F = 80 \text{ Н} \\ k = 5 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \\ x - ? \end{array} \quad \begin{array}{l} F = kx \quad | :k \\ x = \frac{F}{k} \\ x = \frac{80}{5} = 16 \text{ (м)} \end{array}$$

Ответ: 16

Задание 16. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2Rt$, где Q – количество теплоты (в джоулях), I – сила тока (в амперах), R – сопротивление цепи (в омах), а t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 816,75$ Дж, $I = 5,5$ А, $R = 9$ Ом.

$$\begin{array}{l} Q = 816,75 \text{ Дж} \\ I = 5,5 \text{ А} \\ R = 9 \text{ Ом} \\ t - ? \end{array} \quad \begin{array}{l} Q = I^2Rt \quad | :I^2R \\ t = \frac{Q}{I^2R} \\ t = \frac{816,75}{5,5^2 \cdot 9} = \frac{816,75}{5,5 \cdot 5,5 \cdot 9} = 3 \text{ (сек)} \end{array}$$

Ответ: 3

Задание 17. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите P (в ваттах), если $R = 9$ Ом, $U = 18$ В.

$$\begin{array}{l} R = 9 \text{ Ом} \\ U = 18 \text{ В} \\ P - ? \end{array} \quad \begin{array}{l} P = \frac{U^2}{R} \\ P = \frac{18^2}{9} = 36 \text{ (Вт)} \end{array}$$

Ответ: 36

Задание 18. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2t}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах), t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 8$ с, $U = 6$ В, $R = 2$ Ом.

$$\begin{array}{l} t = 8 \text{ с} \\ U = 6 \text{ В} \\ R = 2 \text{ Ом} \\ A - ? \end{array} \quad \begin{array}{l} A = \frac{U^2t}{R} \\ A = \frac{6^2 \cdot 8}{2} = 144 \text{ (Дж)} \end{array}$$

Ответ: 144

Задание 19. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса тела (в килограммах), а v – его скорость (в метрах в секунду). Пользуясь этой формулой, найдите E (в джоулях), если $v = 5$ м/с и $m = 12$ кг.

$$\begin{aligned} v &= 5 \text{ м/с} \\ m &= 12 \text{ кг} \\ E &= ? \end{aligned} \quad E = \frac{mv^2}{2} \quad E = \frac{12 \cdot 5^2}{2} = 150 \text{ (Дж)}$$

Ответ: 150

Задание 20. Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W = \frac{CU^2}{2}$, где C – ёмкость конденсатора (в Ф), а U – разность потенциалов на обкладках конденсатора (в В). Найдите энергию конденсатора W (в Дж) ёмкостью 10^{-4} Ф, если разность потенциалов U на обкладках конденсатора равна 8 В.

$$\begin{aligned} C &= 10^{-4} \text{ Ф} \\ U &= 8 \text{ В} \\ W &= ? \end{aligned} \quad W = \frac{CU^2}{2} \quad W = \frac{10^{-4} \cdot 8^2}{2} = 0,0032 \text{ (Дж)}$$

Ответ: 0,0032

Задание 21. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a , b и c – стороны треугольника, а R – радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a = 11$, $b = 13$, $c = 20$ и $R = \frac{65}{6}$.

$$\begin{aligned} a &= 11 \\ b &= 13 \\ c &= 20 \\ R &= \frac{65}{6} \\ S &= ? \end{aligned} \quad S = \frac{abc}{4R} \quad S = \frac{11 \cdot 13 \cdot 20}{4 \cdot \frac{65}{6}} = \frac{11 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 6}{65} = 66$$

Ответ: 66

Задание 22. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r = \frac{a+b-c}{2}$, где a и b – катеты, а c – гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите c , если $a = 12$, $b = 35$ и $r = 5$.

$$\begin{aligned} a &= 12 \\ b &= 35 \\ r &= 5 \\ c &= ? \end{aligned} \quad r = \frac{a+b-c}{2} \quad \left| \cdot 2 \right. \\ 2r &= a+b-c \\ c &= a+b-2r \quad c = 12+35-2 \cdot 5 = 37$$

Ответ: 37

Задание 23. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos\alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c – стороны треугольника, а α – угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos\alpha$, если $a=3$, $b=8$ и $c=7$.

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 8 \\ c &= 7 \\ \cos\alpha &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ \cos\alpha &= \frac{3^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 8} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5 \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 0,5$$

Задание 24. Длина медианы m_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$. Найдите медиану m_c , если $a=4$, $b=7$ и $c=9$.

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 7 \\ c &= 9 \\ m_c &= \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2} \\ m_c &= \frac{\sqrt{2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 7^2 - 9^2}}{2} = \frac{\sqrt{49}}{2} = \frac{7}{2} = \frac{35}{10} = 3,5 \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 3,5$$

Задание 25. Длина биссектрисы l_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $l_c = \frac{1}{a+b} \sqrt{ab((a+b)^2 - c^2)}$. Найдите длину биссектрисы l_c , если $a=7$, $b=21$ и $c=26$.

$$\begin{aligned} a &= 7 \\ b &= 21 \\ c &= 26 \\ l_c &= \frac{1}{a+b} \sqrt{ab((a+b)^2 - c^2)} \\ l_c &= \frac{1}{7+21} \sqrt{7 \cdot 21 \cdot ((7+21)^2 - 26^2)} = \\ &= \frac{1}{28} \sqrt{7 \cdot 21 \cdot 108} = \frac{1}{28} \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 36} = \frac{1}{28} \cdot 126 = 4,5 \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 4,5$$

Задание 26. Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2} bcs \sin\alpha$, где b и c – две стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin\alpha$, если $b=10$, $c=5$ и $S=20$.

$$\begin{aligned} b &= 10 \\ c &= 5 \\ S &= 20 \\ \sin\alpha &= \frac{2S}{bc} \quad \left| \cdot 2 \right. \\ 2S &= bcs \sin\alpha \quad \left| : bc \right. \\ \sin\alpha &= \frac{2 \cdot 20}{10 \cdot 5} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8 \end{aligned} \quad \text{Ответ: } 0,8$$

Задание 27. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, где a – сторона треугольника, α – противолежащий этой стороне угол, а R – радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a=7$, а $\sin\alpha = \frac{5}{14}$.

$$\begin{aligned} a &= 7 & R &= \frac{a}{2\sin\alpha} \\ \sin\alpha &= \frac{5}{14} & R &= \frac{7}{2 \cdot \frac{5}{14}} = \frac{7 \cdot 14}{2 \cdot 5} = \frac{98}{10} = 9,8 \\ R &=? \end{aligned}$$

Ответ: 9,8

Задание 28. Теорему синусов можно записать в виде $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$, где a и b – две стороны треугольников, а α и β – углы треугольника, лежащие против них соответственно. Пользуясь этой формулой, найдите величину a , если $b=15$, $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ и $\sin\beta = \frac{12}{13}$.

$$\begin{aligned} b &= 15 & \frac{a}{\sin\alpha} &= \frac{b}{\sin\beta} \\ \sin\alpha &= \frac{4}{5} & a \cdot \sin\beta &= b \cdot \sin\alpha \quad | : \sin\beta \\ \sin\beta &= \frac{12}{13} & a &= \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} & a &= \frac{15 \cdot \frac{4}{5}}{\frac{12}{13}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 13}{12} = 13 \\ a &=? \end{aligned}$$

Ответ: 13

Задание 29. Площадь прямоугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d^2 \sin\alpha}{2}$, где d – длина диагонали, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , $d=12$ и $\sin\alpha = \frac{5}{6}$.

$$\begin{aligned} d &= 12 & S &= \frac{d^2 \sin\alpha}{2} \\ \sin\alpha &= \frac{5}{6} & S &= \frac{12^2 \cdot \frac{5}{6}}{2} = \frac{12 \cdot 2 \cdot 5}{2} = 60 \\ S &=? \end{aligned}$$

Ответ: 60

12. Расчеты по формулам

Блок 1. ФИПИ

1) Экономика

1. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 10 колец.

2. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.

3. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 9 колец.

4. В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 14 колец.

5. В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 12 колец.

6. В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 13 колец.

7. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 16-минутной поездки.

8. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 14-минутной поездки.

9. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 9-минутной поездки.

10. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 12-минутной поездки.

11. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 8-минутной поездки.

12. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 13-минутной поездки.

II) Физика

13. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -23 градусов по шкале Цельсия?

14. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 35 градусов по шкале Цельсия?

15. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -85 градусов по шкале Цельсия?

16. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 55 градусов по шкале Цельсия?

17. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -70 градусов по шкале Цельсия?

18. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 90 градусов по шкале Цельсия?

19. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?

20. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует –112 градусов по шкале Фаренгейта?

21. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 185 градусов по шкале Фаренгейта?

22. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует –58 градусов по шкале Фаренгейта?

23. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 23 градусов по шкале Фаренгейта?

24. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует –103 градусов по шкале Фаренгейта?

25. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 15,75 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

26. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 283,5 Вт, а сила тока равна 4,5 А. Ответ дайте в омах.

- 27.** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 361,25 Вт, а сила тока равна 8,5 А. Ответ дайте в омах.
- 28.** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.
- 29.** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.
- 30.** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 541,5 Вт, а сила тока равна 9,5 А. Ответ дайте в омах.
- 31.** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 9 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 243 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.
- 32.** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 8 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 128 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.
- 33.** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $9,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $180,5 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.
- 34.** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус с окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $7,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $337,5 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

35. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $650,25 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

36. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $7,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $393,75 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

III) Математика

37. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7$, $\sin \alpha = \frac{2}{7}$, а $S = 4$.

38. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 6$, $\sin \alpha = \frac{1}{11}$, а $S = 3$.

39. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 13$, $\sin \alpha = \frac{3}{13}$, а $S = 25,5$.

40. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 14$, $\sin \alpha = \frac{1}{12}$, а $S = 8,75$.

41. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 11$, $\sin \alpha = \frac{7}{12}$, а $S = 57,75$.

42. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 9$, $\sin \alpha = \frac{5}{8}$, а $S = 56,25$.

12. Расчеты по формулам

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

1. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 70$ см, $n = 1400$? Ответ выразите в километрах.

2. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 50$ см, $n = 1200$? Ответ выразите в километрах.

3. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 80$ см, $n = 1800$? Ответ выразите в километрах.

4. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 13 секунд.

5. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь данной формулой, найдите длину нити маятника, период колебаний которого составляет 4 секунды.

6. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 9 секунд.

7. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в $\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$, $q_2 = 0,006 \text{ Кл}$, $r = 300 \text{ м}$, а $F = 5,4 \text{ Н}$.

8. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в $\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$, $q_2 = 0,002 \text{ Кл}$, $r = 2000 \text{ м}$, а $F = 0,00135 \text{ Н}$.

9. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в $\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$, $q_2 = 0,004 \text{ Кл}$, $r = 3000 \text{ м}$, а $F = 0,016 \text{ Н}$.

10. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F – сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 – массы тел (в килограммах), r – расстояние между центрами масс (в метрах), а γ – гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 1000,5 \text{ Н}$, $m_2 = 6 \cdot 10^9 \text{ кг}$, а $r = 4 \text{ м}$.

11. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F – сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 – массы тел (в килограммах), r – расстояние между центрами масс (в метрах), а γ – гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 0,06003 \text{ Н}$, $m_2 = 6 \cdot 10^8 \text{ кг}$, а $r = 2 \text{ м}$.

12. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F – сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 – массы тел (в килограммах), r – расстояние между центрами масс (в метрах), а γ – гравитационная постоянная, равная $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 83,375 \text{ Н}$, $m_2 = 4 \cdot 10^9 \text{ кг}$, а $r = 4 \text{ м}$.

13. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите объём V (в м^3), если $T = 250 \text{ К}$, $P = 23\,891,25 \text{ Па}$, $\nu = 48,3 \text{ моль}$.

14. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите давление P (в Паскалях), если $T = 250 \text{ К}$, $\nu = 16,4 \text{ моль}$, $V = 8,2 \text{ м}^3$.

15. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $P = 77\,698,5 \text{ Па}$, $\nu = 28,9 \text{ моль}$, $V = 1,7 \text{ м}^3$.

16. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $\nu = 68,2 \text{ моль}$, $P = 37\,782,8 \text{ Па}$, $V = 6 \text{ м}^3$.

17. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите количество вещества ν (в молях), если $T = 700 \text{ К}$, $P = 20\,941,2 \text{ Па}$, $V = 9,5 \text{ м}^3$.

18. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите количество вещества ν (в молях), если $T = 400 \text{ К}$, $P = 13\,296 \text{ Па}$, $V = 4,9 \text{ м}^3$.

12. Расчеты по формулам

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

1. Высота деревянного стеллажа для книг равна $h = (a + b)n + a$ миллиметров, где a – толщина одной доски (в мм), b – высота одной полки (в миллиметрах), n – число таких полок. Найдите высоту книжного стеллажа из 7 полок, если $a = 21 \text{ мм}$, $b = 290 \text{ мм}$. Ответ выразите в миллиметрах.

2. Высота деревянного стеллажа для книг равна $h = (a + b)n + a$ миллиметров, где a – толщина одной доски (в мм), b – высота одной полки (в миллиметрах), n – число таких полок. Найдите высоту книжного стеллажа из 8 полок, если $a = 24 \text{ мм}$, $b = 300 \text{ мм}$. Ответ выразите в миллиметрах.

3. Закон Гука можно записать в виде $F = kx$, где F – сила (в ньютонах), с которой сжимают пружину, x – абсолютное удлинение (сжатие) пружины (в метрах), а k – коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $F = 56 \text{ Н}$ и $k = 7 \text{ Н/м}$.

4. Закон Гука можно записать в виде $F = kx$, где F – сила (в ньютонах), с которой сжимают пружину, x – абсолютное удлинение (сжатие) пружины (в метрах), а k – коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $F = 54 \text{ Н}$ и $k = 6 \text{ Н/м}$.

5. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2Rt$, где Q – количество теплоты (в джоулях), I – сила тока (в амперах), R – сопротивление цепи (в омах), а t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 1125 \text{ Дж}$, $I = 7,5 \text{ А}$, $R = 4 \text{ Ом}$.

6. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2Rt$, где Q – количество теплоты (в джоулях), I – сила тока (в амперах), R – сопротивление цепи (в омах), а t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 1734 \text{ Дж}$, $I = 8,5 \text{ А}$, $R = 6 \text{ Ом}$.

7. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите P (в ваттах), если $R = 7 \text{ Ом}$, $U = 14 \text{ В}$.

8. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите P (в ваттах), если $R = 8$ Ом, $U = 16$ В.

9. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах), t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 10$ с, $U = 6$ В, $R = 15$ Ом.

10. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах), t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 9$ с, $U = 6$ В, $R = 12$ Ом.

11. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса тела (в килограммах), а v – его скорость (в метрах в секунду). Пользуясь этой формулой, найдите E (в джоулях), если $v = 3$ м/с и $m = 12$ кг.

12. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса тела (в килограммах), а v – его скорость (в метрах в секунду). Пользуясь этой формулой, найдите E (в джоулях), если $v = 4$ м/с и $m = 11$ кг.

13. Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W = \frac{CU^2}{2}$, где C – ёмкость конденсатора (в Ф), а U – разность потенциалов на обкладках конденсатора (в В). Найдите энергию конденсатора W (в Дж) ёмкостью 10^{-4} Ф, если разность потенциалов U на обкладках конденсатора равна 30 В.

14. Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W = \frac{CU^2}{2}$, где C – ёмкость конденсатора (в Ф), а U – разность потенциалов на обкладках конденсатора (в В). Найдите энергию конденсатора W (в Дж) ёмкостью 10^{-4} Ф, если разность потенциалов U на обкладках конденсатора равна 50 В.

15. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a , b и c – стороны треугольника, а R – радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a = 10$, $b = 13$, $c = 16$ и $R = \frac{65}{8}$.

16. по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a , b и c – стороны треугольника, а R – радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a=19, b=15, c=20$ и $R = \frac{95}{9}$.

17. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r = \frac{a+b-c}{2}$, где a и b – катеты, а c – гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите c , если $a=19, b=23$ и $r=7$.

18. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r = \frac{a+b-c}{2}$, где a и b – катеты, а c – гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите c , если $a=14, b=25$ и $r=6$.

19. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \alpha = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, где a , b и c – стороны треугольника, а α – угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \alpha$, если $a=5, b=8$ и $c=9$.

20. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \alpha = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, где a , b и c – стороны треугольника, а α – угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \alpha$, если $a=5, b=6$ и $c=7$.

21. Длина медианы m_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $m_c = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2}$. Найдите медиану m_c , если $a=5, b=10$ и $c=9$.

22. Длина медианы m_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $m_c = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2}$. Найдите медиану m_c , если $a=8, b=15$ и $c=17$.

23. Длина биссектрисы l_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $l_c = \frac{1}{a+b} \sqrt{ab((a+b)^2-c^2)}$. Найдите длину биссектрисы l_c , если $a=6, b=8$ и $c=7$.

24. Длина биссектрисы l_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $l_c = \frac{1}{a+b} \sqrt{ab((a+b)^2-c^2)}$. Найдите длину биссектрисы l_c , если $a=9, b=18$ и $c=21$.

25. Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$, где b и c – две стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin\alpha$, если $b=5$, $c=8$ и $S=12$.

26. Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$, где b и c – две стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin\alpha$, если $b=7$, $c=5$ и $S=14$.

27. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, где a – сторона треугольника, α – противолежащий этой стороне угол, а R – радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a=12$, а $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

28. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, где a – сторона треугольника, α – противолежащий этой стороне угол, а R – радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a=18$, а $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

29. Теорему синусов можно записать в виде $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$, где a и b – две стороны треугольников, а α и β – углы треугольника, лежащие против них соответственно. Пользуясь этой формулой, найдите величину a , если $b=20$, $\sin\alpha = \frac{9}{10}$ и $\sin\beta = \frac{2}{3}$.

30. Теорему синусов можно записать в виде $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$, где a и b – две стороны треугольников, а α и β – углы треугольника, лежащие против них соответственно. Пользуясь этой формулой, найдите величину a , если $b=30$, $\sin\alpha = \frac{2}{5}$ и $\sin\beta = \frac{3}{4}$.

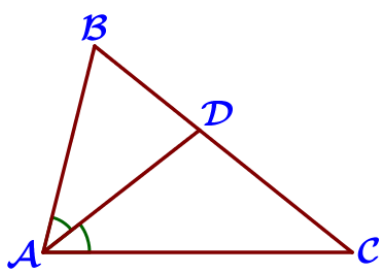
31. Площадь прямоугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d^2\sin\alpha}{2}$, где d – длина диагонали, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , $d=10$ и $\sin\alpha = \frac{2}{5}$.

32. Площадь прямоугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d^2\sin\alpha}{2}$, где d – длина диагонали, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , $d=6$ и $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

15. Треугольники

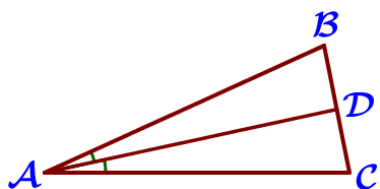
Блок 1. ФИПИ

I) Биссектриса, медиана



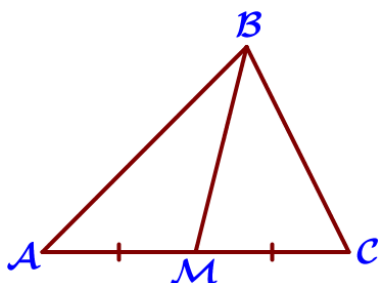
1. В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 68^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

2. В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 82^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.



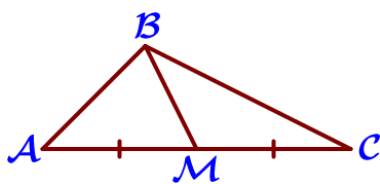
3. В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 26^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

4. В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 24^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.



5. В треугольнике ABC известно, что $AC = 14$, BM – медиана, $BM = 10$. Найдите AM.

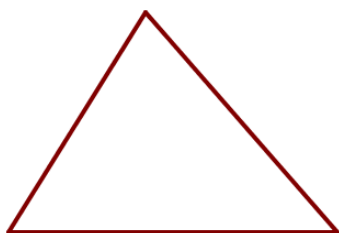
6. В треугольнике ABC известно, что $AC = 16$, BM – медиана, $BM = 12$. Найдите AM.



7. В треугольнике ABC известно, что $AC = 38$, BM – медиана, $BM = 17$. Найдите AM.

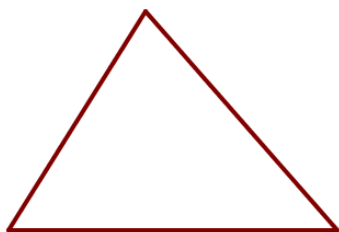
8. В треугольнике ABC известно, что $AC = 54$, BM – медиана, $BM = 43$. Найдите AM.

II) Сумма углов треугольника



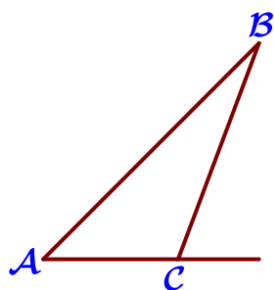
9. В треугольнике два угла равны 72° и 42° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

10. В треугольнике два угла равны 43° и 88° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.



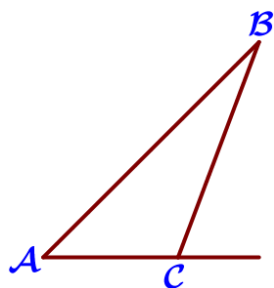
11. В треугольнике два угла равны 38° и 89° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

12. В треугольнике два угла равны 54° и 58° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.



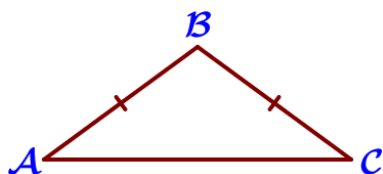
13. В треугольнике ABC угол C равен 115° . Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.

14. В треугольнике ABC угол C равен 177° . Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.



15. В треугольнике ABC угол C равен 106° . Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.

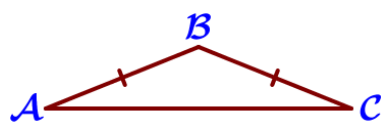
16. В треугольнике ABC угол C равен 142° . Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.



17. В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=106^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.

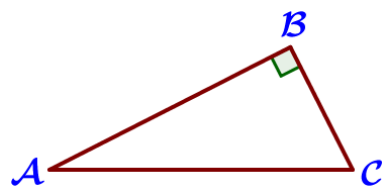
18. В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=108^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.

19. В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=132^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.



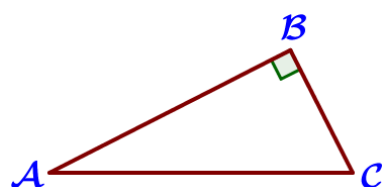
20. В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=144^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.

21. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 21° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

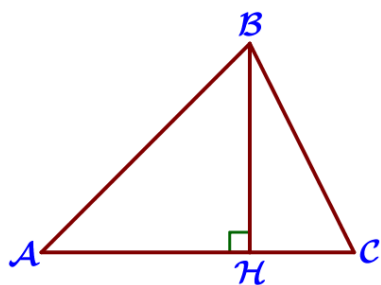


22. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 33° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах

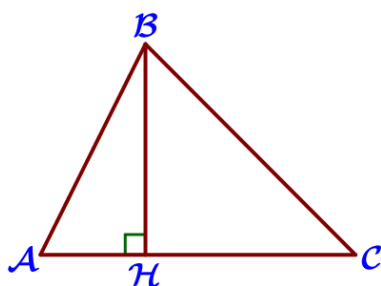
23. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 47° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.



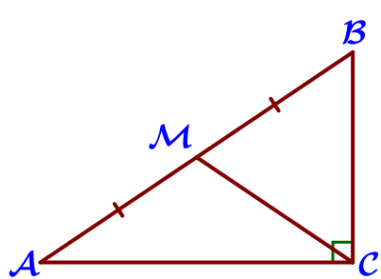
24. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 63° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.



25. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 37^\circ$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.

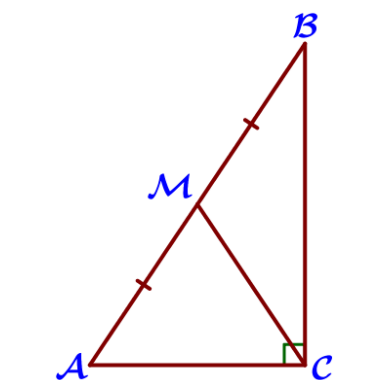


26. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 29^\circ$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



27. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 46^\circ$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.

28. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 82^\circ$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



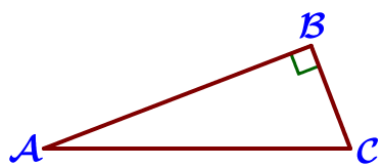
29. В треугольнике ABC угол C равен 90° , M – середина стороны AB, $AB = 26$, $BC = 18$. Найдите CM.

30. В треугольнике ABC угол C равен 90° , M – середина стороны AB, $AB = 32$, $BC = 12$. Найдите CM.

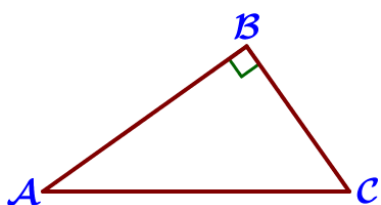
31. В треугольнике ABC угол C равен 90° , M – середина стороны AB, $AB = 42$, $BC = 30$. Найдите CM.

32. В треугольнике ABC угол C равен 90° , M – середина стороны AB, $AB = 64$, $BC = 44$. Найдите CM.

III) Площадь треугольника



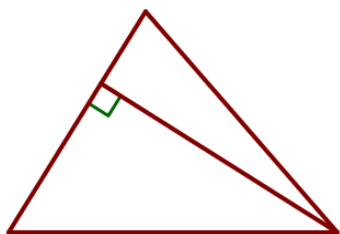
33. Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 10. Найдите площадь этого треугольника.



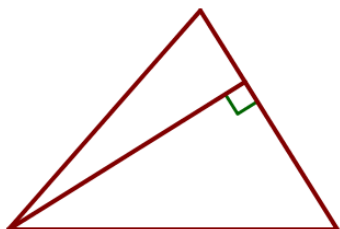
34. Два катета прямоугольного треугольника равны 14 и 5. Найдите площадь этого треугольника.

35. Два катета прямоугольного треугольника равны 7 и 12. Найдите площадь этого треугольника.

36. Два катета прямоугольного треугольника равны 18 и 7. Найдите площадь этого треугольника.



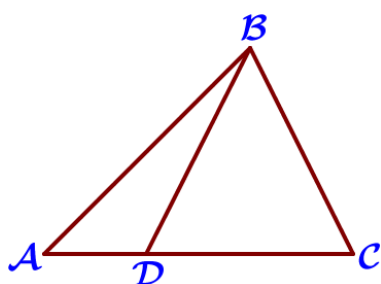
37. Сторона треугольника равна 16, а высота, проведённая к этой стороне, равна 19. Найдите площадь этого треугольника.



38. В треугольнике одна из сторон равна 14, а опущенная на нее высота – 31. Найдите площадь треугольника.

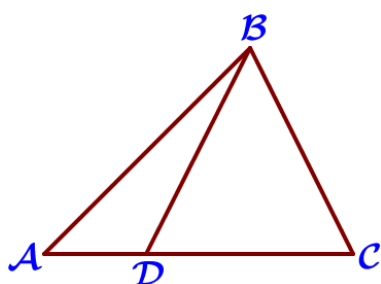
39. Сторона треугольника равна 29, а высота, проведённая к этой стороне, равна 12. Найдите площадь этого треугольника.

40. В треугольнике одна из сторон равна 18, а опущенная на нее высота – 17. Найдите площадь треугольника.



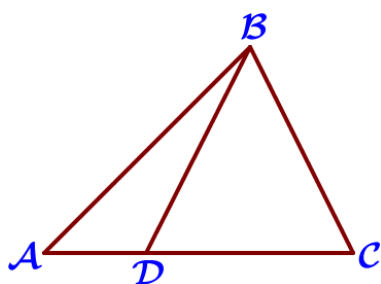
41. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=6$, $DC=10$. Площадь треугольника ABC равна 48. Найдите площадь треугольника BCD.

42. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=2$, $DC=7$. Площадь треугольника ABC равна 27. Найдите площадь треугольника BCD.



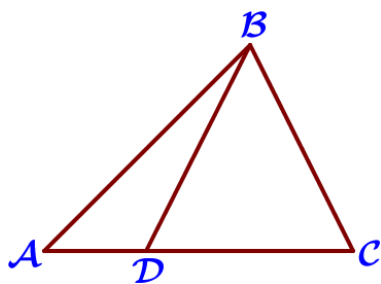
43. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=3$, $DC=7$. Площадь треугольника ABC равна 20. Найдите площадь треугольника BCD.

44. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=4$, $DC=8$. Площадь треугольника ABC равна 36. Найдите площадь треугольника BCD.



45. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=5$, $DC=7$. Площадь треугольника ABC равна 60. Найдите площадь треугольника ABD.

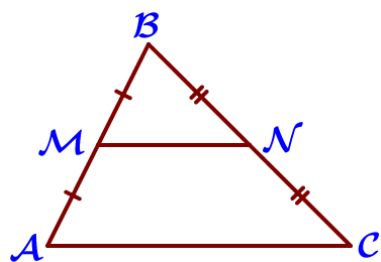
46. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=4$, $DC=7$. Площадь треугольника ABC равна 55. Найдите площадь треугольника ABD.



47. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=3$, $DC=10$. Площадь треугольника ABC равна 39. Найдите площадь треугольника ABD.

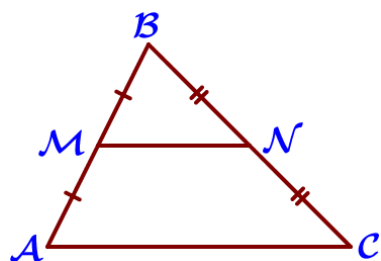
48. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD=2$, $DC=13$. Площадь треугольника ABC равна 75. Найдите площадь треугольника ABD.

IV) Подобные треугольники



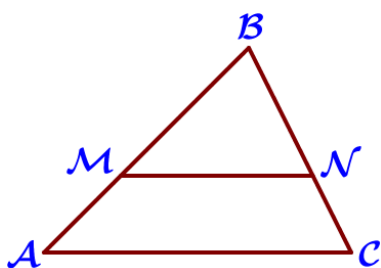
49. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 21, сторона BC равна 22, сторона AC равна 28. Найдите MN.

50. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 66, сторона BC равна 37, сторона AC равна 74. Найдите MN.



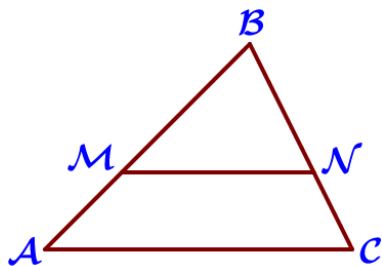
51. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 26, сторона BC равна 39, сторона AC равна 48. Найдите MN.

52. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 42, сторона BC равна 44, сторона AC равна 62. Найдите MN.



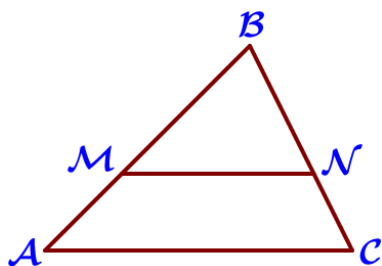
53. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB=24$, $AC=21$, $MN=14$. Найдите AM.

54. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB=9$, $AC=18$, $MN=8$. Найдите AM.



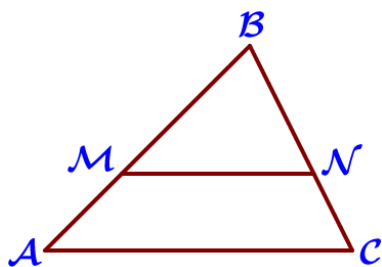
55. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB=54$, $AC=48$, $MN=40$. Найдите AM.

56 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB=66$, $AC=44$, $MN=24$. Найдите AM.



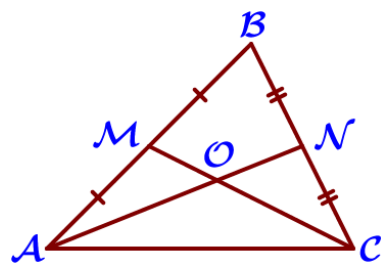
57. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC=36$, $MN=27$. Площадь треугольника ABC равна 96. Найдите площадь треугольника MBN.

58. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC=16$, $MN=12$. Площадь треугольника ABC равна 80. Найдите площадь треугольника MBN.



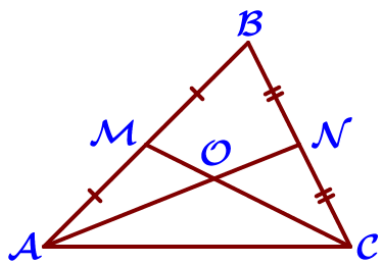
59. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC=18$, $MN=8$. Площадь треугольника ABC равна 81. Найдите площадь треугольника MBN.

60. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC=48$, $MN=40$. Площадь треугольника ABC равна 72. Найдите площадь треугольника MBN.



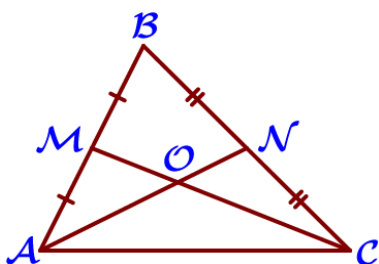
61. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=15$, $CM=12$. Найдите ON.

62. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=33$, $CM=15$. Найдите ON.



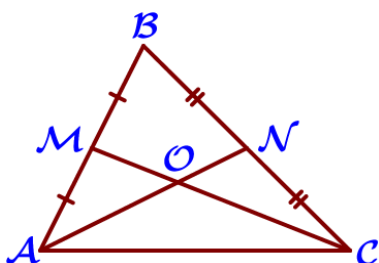
63. Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=27$, $CM=18$. Найдите AO.

64. Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=24$, $CM=9$. Найдите AO.



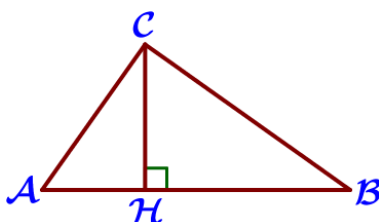
65. Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=12$, $CM=36$. Найдите OM.

66. Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=9$, $CM=27$. Найдите OM.



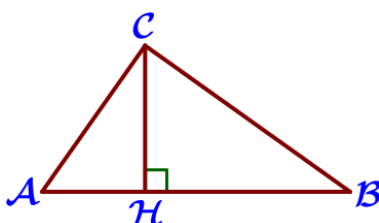
67. Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=6$, $CM=9$. Найдите CO.

68. Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN=18$, $CM=21$. Найдите CO.



69. На гипотенузу АВ прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, $AH=4$, $BH=16$. Найдите CH.

70. На гипотенузу АВ прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, $AH=7$, $BH=28$. Найдите CH.



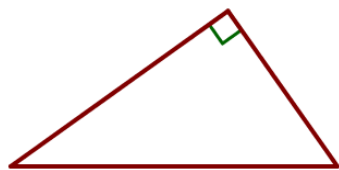
71. На гипотенузу АВ прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, $AH=6$, $BH=54$. Найдите CH.

72. На гипотенузу АВ прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, $AH=3$, $BH=27$. Найдите CH.

V) Теорема Пифагора



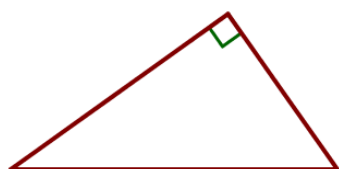
73. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 и 24. Найдите гипотенузу этого треугольника.



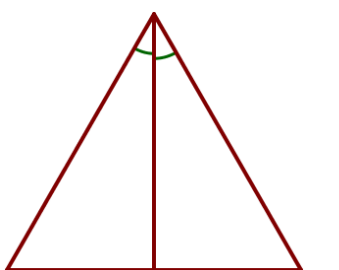
74. Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 15. Найдите гипотенузу этого треугольника.



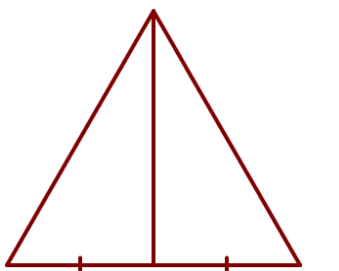
75. Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.



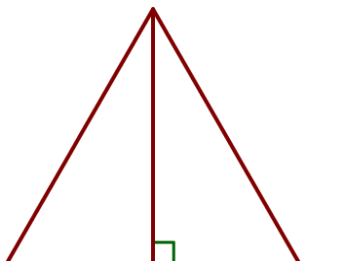
76. Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 12. Найдите гипотенузу этого треугольника.



77. В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 7 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



78. В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 40 и 41 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



79. В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 8 и 17 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



80. В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 16 и 34 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

81. Биссектриса равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

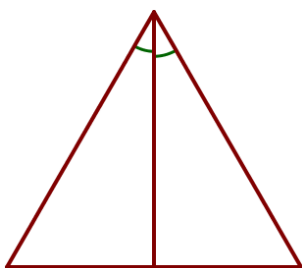
82. Биссектриса равностороннего треугольника равна $13\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

83. Медиана равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

84. Медиана равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

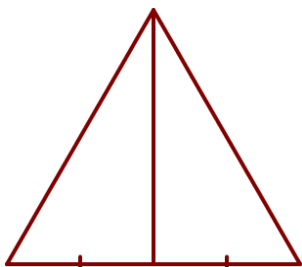
85. Высота равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите его периметр.

86. Высота равностороннего треугольника равна $9\sqrt{3}$. Найдите его периметр.



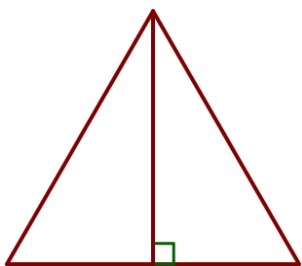
87. Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.

88. Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.



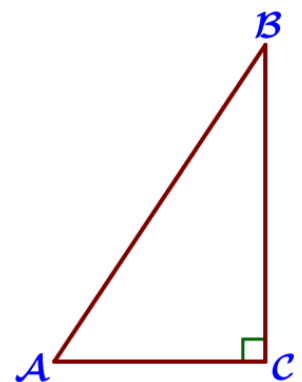
89. Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.

90. Сторона равностороннего треугольника равна $8\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



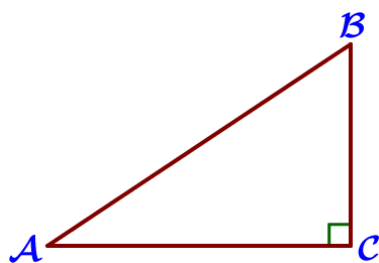
91. Сторона равностороннего треугольника равна $18\sqrt{3}$. Найдите высоту этого треугольника.

92. Сторона равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите высоту этого треугольника.



93. В треугольнике ABC известно, что $AC=6$, $BC=8$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

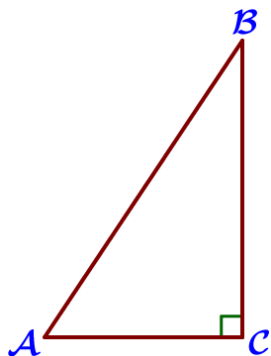
94. В треугольнике ABC известно, что $AC=40$, $BC=30$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



95. В треугольнике ABC известно, что $AC=12$, $BC=5$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

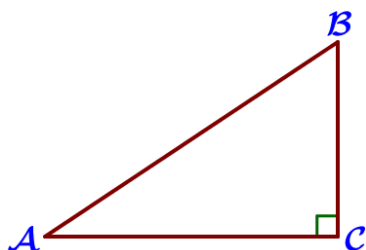
96. В треугольнике ABC известно, что $AC=7$, $BC=24$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

VI) Синус, косинус, тангенс острого угла



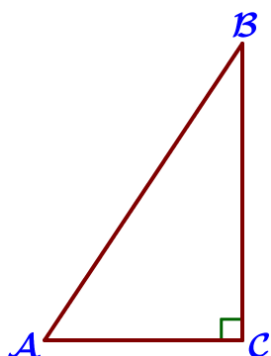
97. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=11$, $AB=20$. Найдите $\sin B$.

98. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=7$, $AB=25$. Найдите $\sin B$.



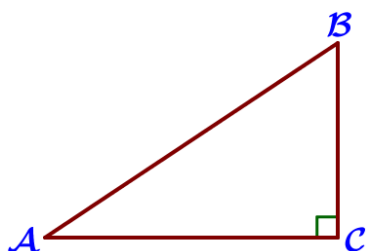
99. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=4$, $AB=5$. Найдите $\sin B$.

100. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=24$, $AB=25$. Найдите $\sin B$.



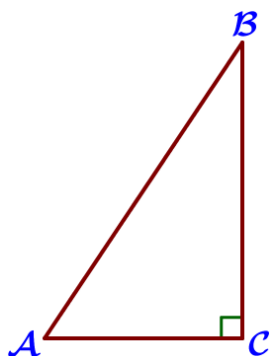
101. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=13$, $AB=20$. Найдите $\cos B$.

102. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=72$, $AB=75$. Найдите $\cos B$.



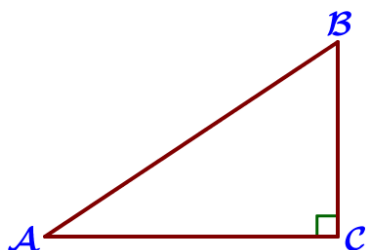
103. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=30$, $AB=50$. Найдите $\cos B$.

104. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=14$, $AB=50$. Найдите $\cos B$.



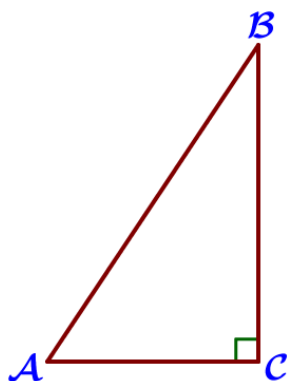
105. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=10$, $AC=7$. Найдите $\operatorname{tg} B$.

106. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=15$, $AC=3$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



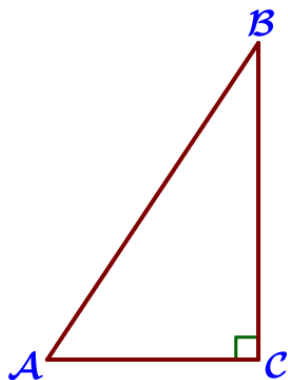
107. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=9$, $AC=27$. Найдите $\operatorname{tg} B$.

108. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=4$, $AC=28$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



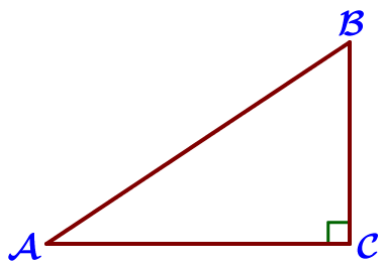
109. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{4}{9}$, $AB = 18$. Найдите AC.

110. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{5}{17}$, $AB = 51$. Найдите AC.



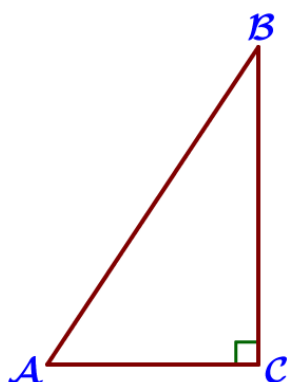
111. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{4}{11}$, $AB = 55$. Найдите AC.

112. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{7}{12}$, $AB = 48$. Найдите AC.



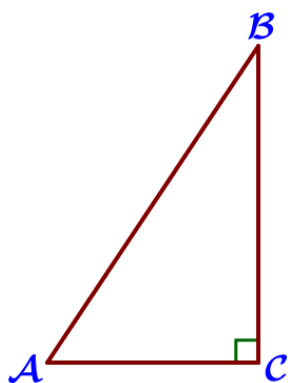
113. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos B = \frac{2}{5}$, $AB = 10$. Найдите BC.

114. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos B = \frac{7}{9}$, $AB = 54$. Найдите BC.



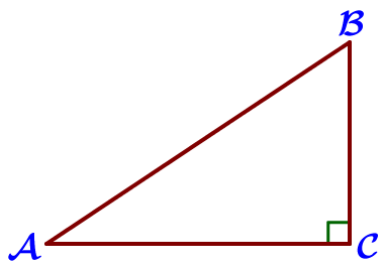
115. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos B = \frac{11}{15}$, $AB = 75$. Найдите BC.

116. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos B = \frac{13}{16}$, $AB = 96$. Найдите BC.



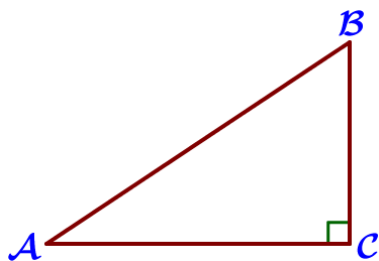
117. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{7}{12}$, $BC = 48$. Найдите AC.

118. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{4}{7}$, $BC = 35$. Найдите AC.



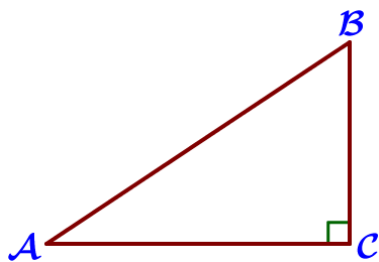
119. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg}B = \frac{8}{5}$, $BC = 20$. Найдите AC.

120. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg}B = \frac{9}{7}$, $BC = 42$. Найдите AC.



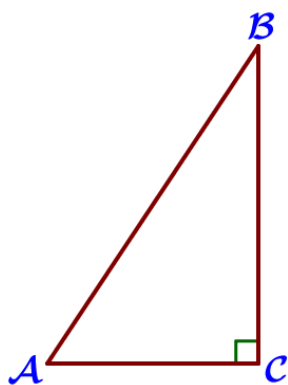
121. Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{3\sqrt{11}}{10}$. Найдите $\cos A$.

122. Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите $\cos A$.



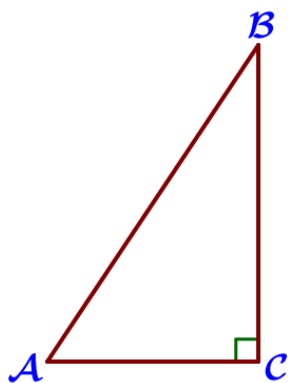
123. Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{3\sqrt{7}}{8}$. Найдите $\cos A$.

124. Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{91}}{10}$. Найдите $\cos A$.



125. Косинус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите $\sin A$.

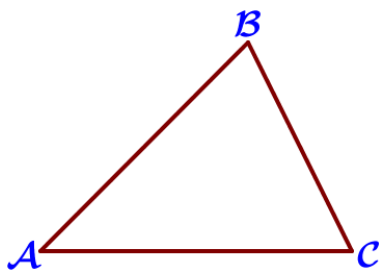
126. Косинус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{19}}{10}$. Найдите $\sin A$.



127. Косинус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите $\sin A$.

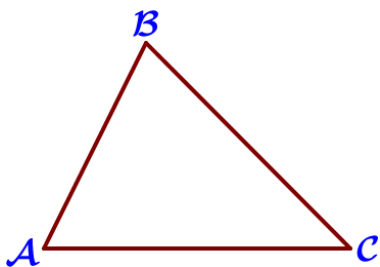
128. Косинус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\sin A$.

VII) Теорема о площади треугольника



129. В треугольнике ABC известно, что $AB=15$, $BC=8$, $\sin\angle ABC = \frac{5}{6}$. Найдите площадь треугольника ABC.

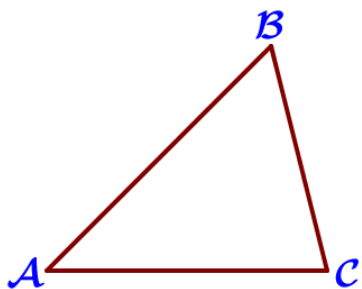
130. В треугольнике ABC известно, что $AB=10$, $BC=12$, $\sin\angle ABC = \frac{8}{15}$. Найдите площадь треугольника ABC.



131. В треугольнике ABC известно, что $AB=12$, $BC=15$, $\sin\angle ABC = \frac{4}{9}$. Найдите площадь треугольника ABC.

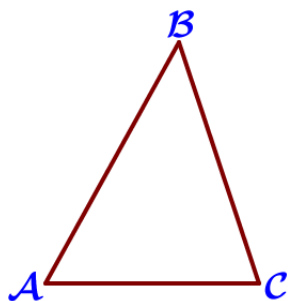
132. В треугольнике ABC известно, что $AB=9$, $BC=16$, $\sin\angle ABC = \frac{7}{12}$. Найдите площадь треугольника ABC.

VIII) Теорема синусов и теорема косинусов



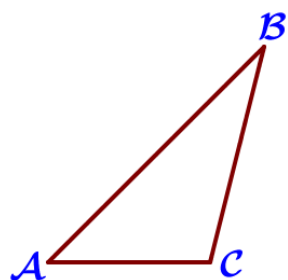
133. В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 60° , $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите AC.

134. В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 60° , $BC = 6\sqrt{6}$. Найдите AC.



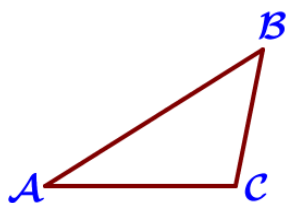
135. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 45° , $BC = 7\sqrt{6}$. Найдите AC.

136. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 45° , $BC = 5\sqrt{6}$. Найдите AC.



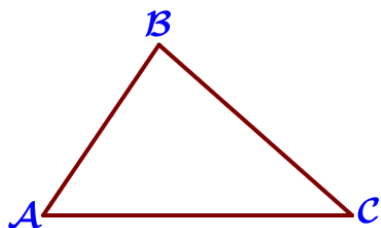
137. В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC.

138. В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC = 8\sqrt{2}$. Найдите AC.



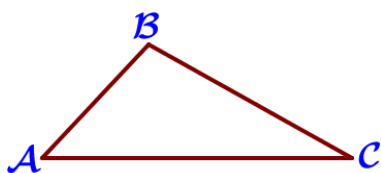
139. В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 45° , $BC = 11\sqrt{2}$. Найдите AC.

140. В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 45° , $BC = 10\sqrt{2}$. Найдите AC.



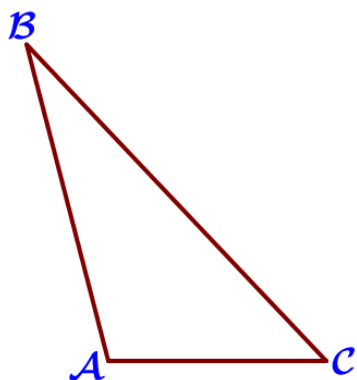
141. В треугольнике ABC известно, что $AB = 8$, $BC = 10$, $AC = 12$. Найдите $\cos \angle ABC$.

142. В треугольнике ABC известно, что $AB = 5$, $BC = 10$, $AC = 11$. Найдите $\cos \angle ABC$.



143. В треугольнике ABC известно, что $AB = 2$, $BC = 3$, $AC = 4$. Найдите $\cos \angle ABC$.

144. В треугольнике ABC известно, что $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 9$. Найдите $\cos \angle ABC$.



145. В треугольнике ABC известно, что $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 4$. Найдите $\cos \angle ABC$.

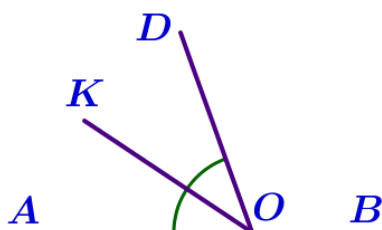
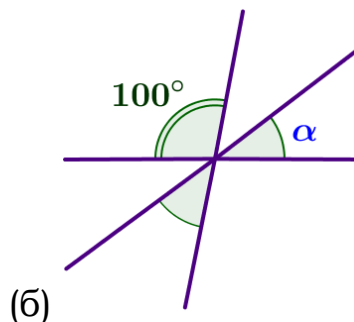
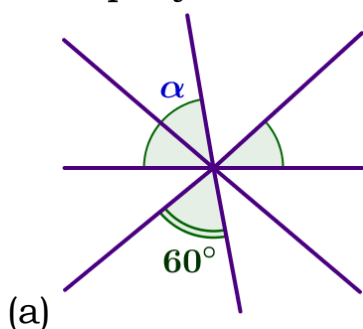
146. В треугольнике ABC известно, что $AB = 3$, $BC = 8$, $AC = 7$. Найдите $\cos \angle ABC$.

15. Треугольники

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия + Другие источники

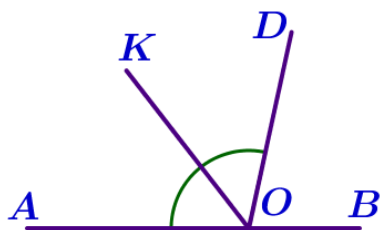
1) Смежные и вертикальные углы

1. Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α . Ответ дайте в градусах.



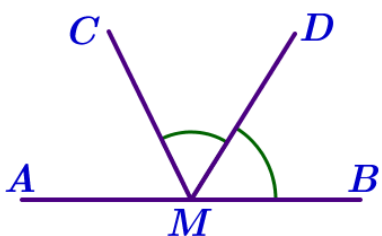
2. Найдите величину угла $\angle DOK$, если OK – биссектриса угла $\angle AOD$, $\angle DOB = 110^\circ$. Ответ дайте в градусах.

3. Найдите величину угла $\angle AOK$, если OK – биссектриса угла $\angle AOD$, $\angle DOB = 134^\circ$. Ответ дайте в градусах.



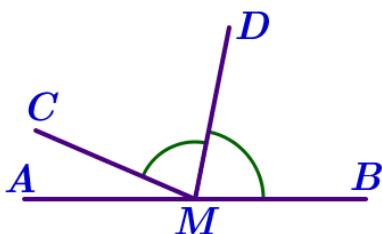
4. Найдите величину угла $\angle AOK$, если OK – биссектриса угла $\angle AOD$, $\angle DOB = 78^\circ$. Ответ дайте в градусах.

5. Найдите величину угла $\angle DOK$, если OK – биссектриса угла $\angle AOD$, $\angle DOB = 52^\circ$. Ответ дайте в градусах.



6. На прямой AB взята точка M . Луч MD – биссектриса угла $\angle CMB$. Известно, что $\angle DMC = 48^\circ$. Найдите угол $\angle CMA$. Ответ дайте в градусах.

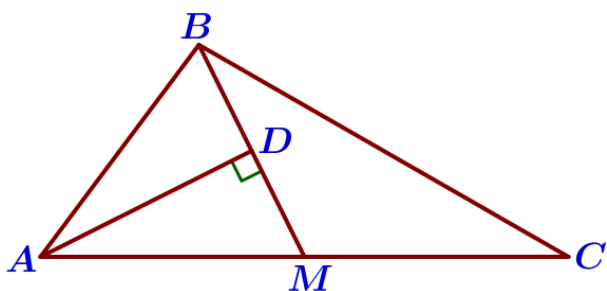
7. На прямой AB взята точка M . Луч MD – биссектриса угла $\angle CMB$. Известно, что $\angle DMC = 39^\circ$. Найдите угол $\angle CMA$. Ответ дайте в градусах.



8. На прямой AB взята точка M . Луч MD – биссектриса угла $\angle CMB$. Известно, что $\angle DMC = 78^\circ$. Найдите угол $\angle CMA$. Ответ дайте в градусах.

9. На прямой AB взята точка M . Луч MD – биссектриса угла $\angle CMB$. Известно, что $\angle DMC = 81^\circ$. Найдите угол $\angle CMA$. Ответ дайте в градусах.

II) Равнобедренный треугольник

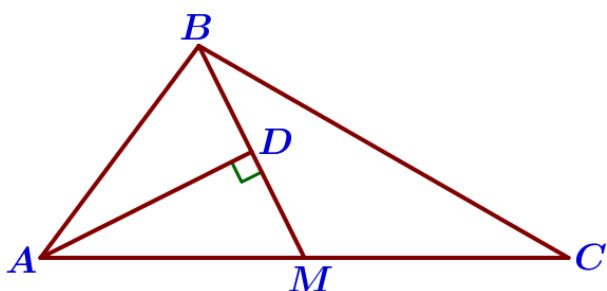


10. Прямая AD, перпендикулярная медиане BM треугольника ABC, делит её пополам. Найдите сторону AB, если сторона AC равна 10.

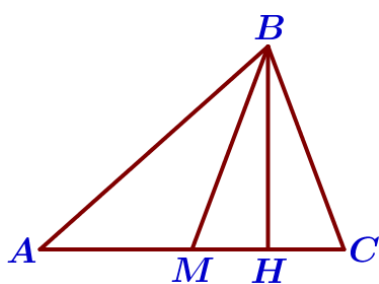
11. Прямая AD, перпендикулярная медиане BM треугольника ABC, делит её пополам. Найдите сторону AB, если сторона AC равна 18.

12. Прямая AD, перпендикулярная медиане BM треугольника ABC, делит угол BAC пополам. Найдите сторону AC, если сторона AB равна 3.

13. Прямая AD, перпендикулярная медиане BM треугольника ABC, делит угол BAC пополам. Найдите сторону AC, если сторона AB равна 4.

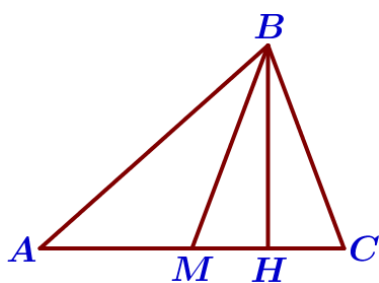


14. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC=2$ и $BC=BM$. Найдите AH.



15. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC=79$ и $BC=BM$. Найдите AH.

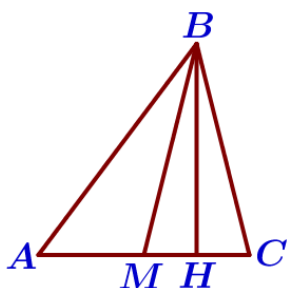
16. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC=15$ и $BC=BM$. Найдите AH.

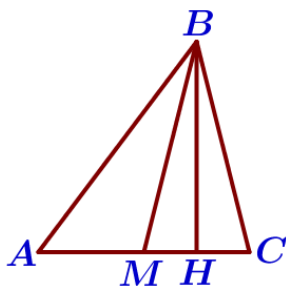


17. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC=26$ и $BC=BM$. Найдите AH.

18. В треугольнике ABC BM – медиана и BH – высота. Известно, что $AC=76$, $HC=19$ и $\angle ACB=80^\circ$. Найдите $\angle AMB$. Ответ дайте в градусах.

19. В треугольнике ABC BM – медиана и BH – высота. Известно, что $AC=120$, $HC=30$ и $\angle ACB=37^\circ$. Найдите $\angle AMB$. Ответ дайте в градусах.

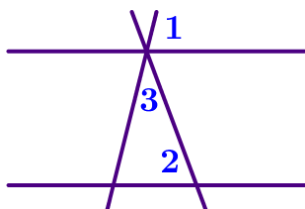




20. В треугольнике ABC BM – медиана и BH – высота. Известно, что $AC=236$, $HC=59$ и $\angle ACB=75^\circ$. Найдите $\angle AMB$. Ответ дайте в градусах.

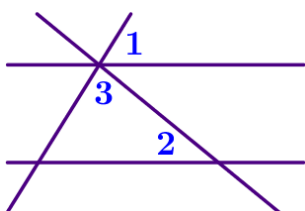
21. В треугольнике ABC BM – медиана и BH – высота. Известно, что $AC=96$, $HC=24$ и $\angle ACB=21^\circ$. Найдите $\angle AMB$. Ответ дайте в градусах.

III) Параллельные прямые



22. Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1=77^\circ$, $\angle 2=88^\circ$. Ответ дайте в градусах.

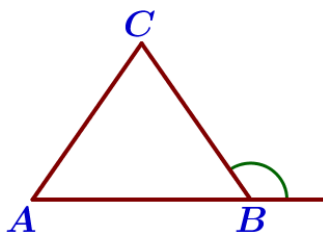
23. Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1=24^\circ$, $\angle 2=76^\circ$. Ответ дайте в градусах.



24. Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1=59^\circ$, $\angle 2=38^\circ$. Ответ дайте в градусах.

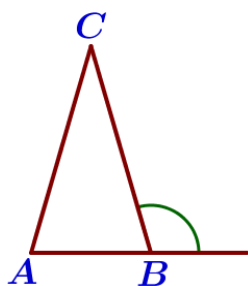
25. Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1=88^\circ$, $\angle 2=16^\circ$. Ответ дайте в градусах.

IV) Сумма углов треугольника



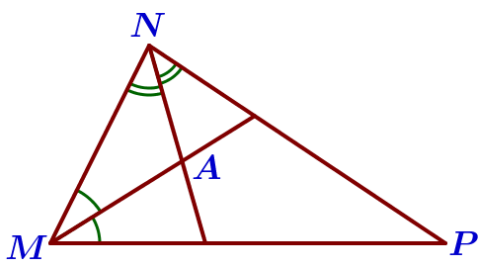
26. В треугольнике ABC $AC=BC$. Внешний угол при вершине B равен 125° . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

27. В треугольнике ABC $AC=BC$. Внешний угол при вершине B равен 154° . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



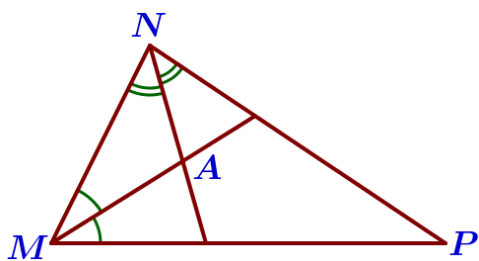
28. В треугольнике ABC $AC=BC$. Внешний угол при вершине B равен 107° . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

29. В треугольнике ABC $AC=BC$. Внешний угол при вершине B равен 121° . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



30. Биссектрисы углов N и M треугольника MNP пересекаются в точке A. Найдите $\angle NAM$, если $\angle N=84^\circ$, а $\angle M=42^\circ$.

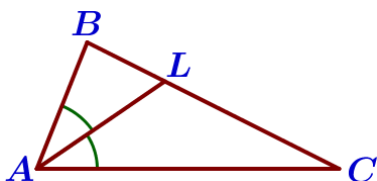
31. Биссектрисы углов N и M треугольника MNP пересекаются в точке A. Найдите $\angle NAM$, если $\angle N=40^\circ$, а $\angle M=80^\circ$.



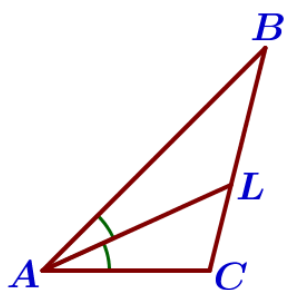
32. Биссектрисы углов N и M треугольника MNP пересекаются в точке A. Найдите $\angle NAM$, если $\angle N=73^\circ$, а $\angle M=59^\circ$.

33. Биссектрисы углов N и M треугольника MNP пересекаются в точке A. Найдите $\angle NAM$, если $\angle N=65^\circ$, а $\angle M=47^\circ$.

34. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, $\angle ALC$ равен 148° , $\angle ABC$ равен 132° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

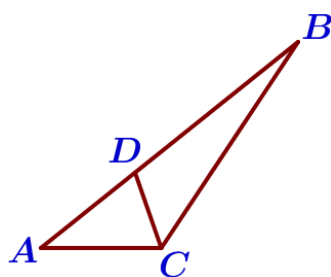


35. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, $\angle ALC$ равен 152° , $\angle ABC$ равен 137° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



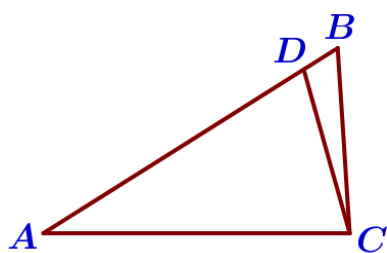
36. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, $\angle ALC$ равен 58° , $\angle ABC$ равен 54° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

37. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, $\angle ALC$ равен 35° , $\angle ABC$ равен 18° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



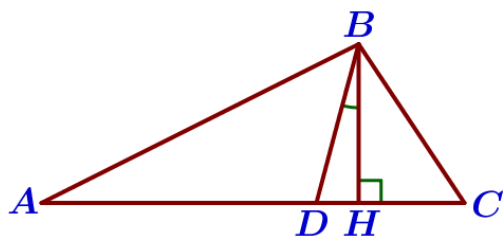
38. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что $\angle ACB=124^\circ$ и $\angle CAB=39^\circ$. Найдите $\angle DCB$. Ответ дайте в градусах.

39. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что $\angle ACB=150^\circ$ и $\angle CAB=9^\circ$. Найдите $\angle DCB$. Ответ дайте в градусах.



40. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что $\angle CAB=52^\circ$ и $\angle ACB=66^\circ$. Найдите $\angle DCB$. Ответ дайте в градусах.

41. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что $\angle CAB=32^\circ$ и $\angle ACB=86^\circ$. Найдите $\angle DCB$. Ответ дайте в градусах.

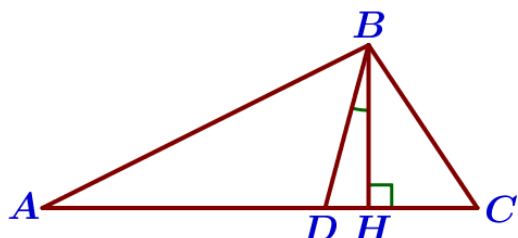


42. В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.

43. В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 50° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.

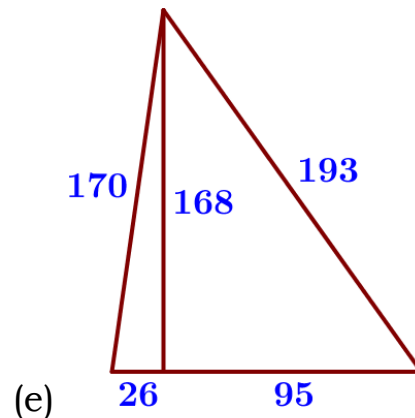
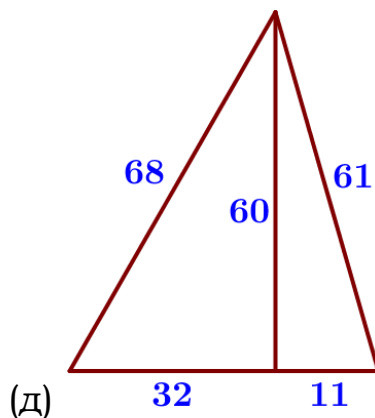
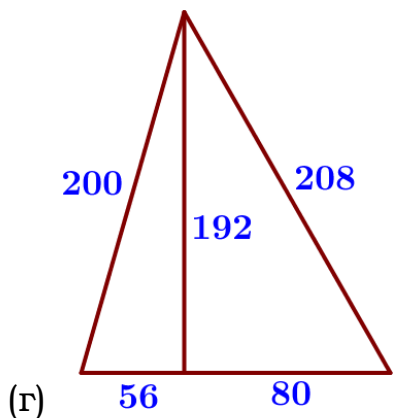
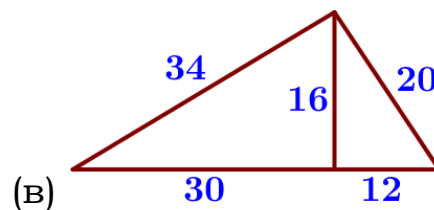
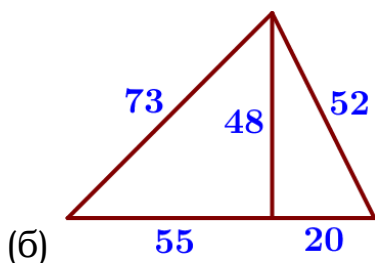
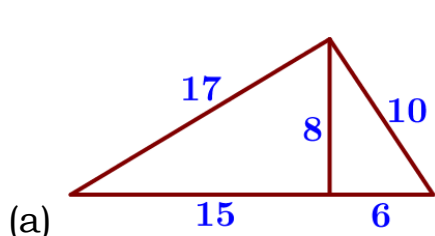
44. В треугольнике ABC углы A и C равны 40° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.

45. В треугольнике ABC углы A и C равны 30° и 50° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.



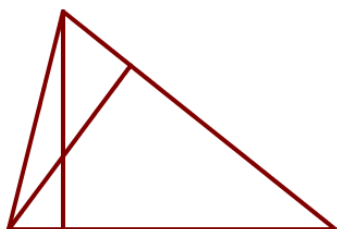
V) Площадь треугольника, Теорема Пифагора

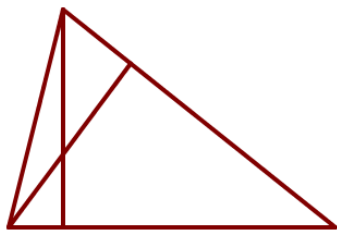
46. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



47. У треугольника со сторонами 2 и 10 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 5. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

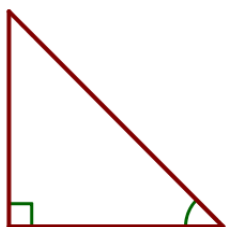
48. У треугольника со сторонами 15 и 5 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?





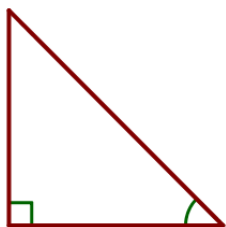
49. У треугольника со сторонами 2 и 4 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 2. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

50. У треугольника со сторонами 8 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 3. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?



51. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а угол, лежащий напротив него равен 45° . Найдите площадь треугольника.

52. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него равен 45° . Найдите площадь треугольника.

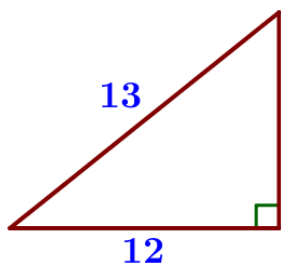


53. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 32, а угол, лежащий напротив него равен 45° . Найдите площадь треугольника.

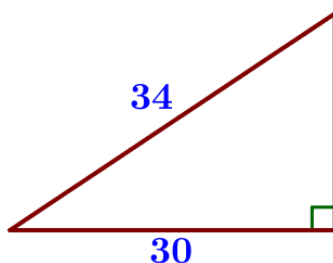
54. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 24, а угол, лежащий напротив него равен 45° . Найдите площадь треугольника.

55. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.

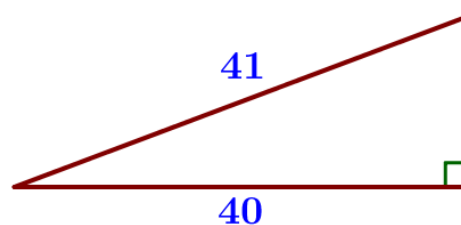
(а)



(б)

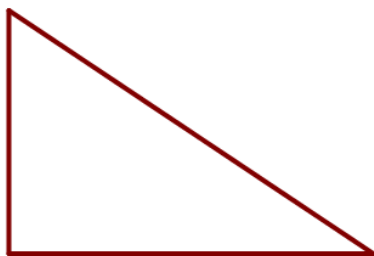


(в)



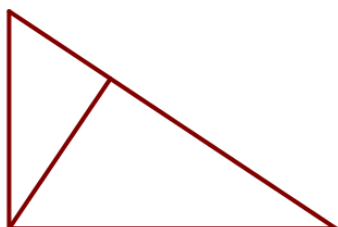
56. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 8 и 17.

57. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 40 и 85.



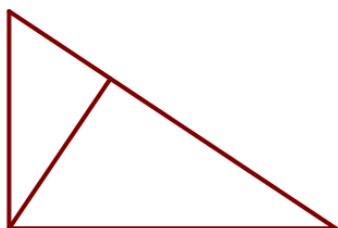
58. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 32 и 68.

59. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 15 и 39.



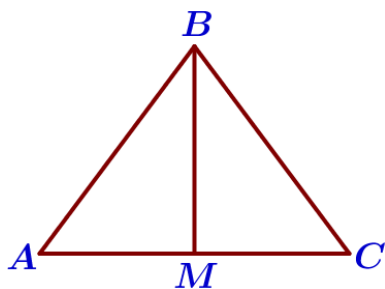
60. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.

61. Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 72. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.



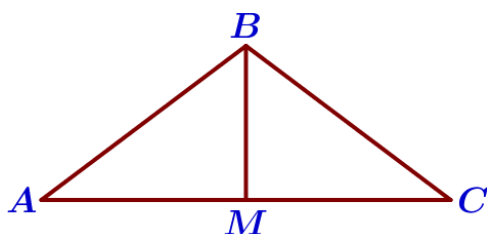
62. Катеты прямоугольного треугольника равны 24 и 7. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.

63. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 16. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.



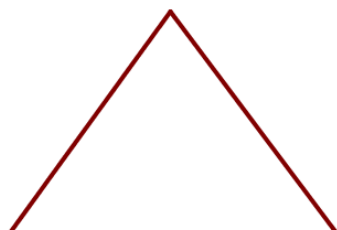
64. В треугольнике ABC $AB=BC=25$, $AC=40$. Найдите длину медианы BM .

65. В треугольнике ABC $AB=BC=75$, $AC=120$. Найдите длину медианы BM .



66. В треугольнике ABC $AB=BC=91$, $AC=168$. Найдите длину медианы BM .

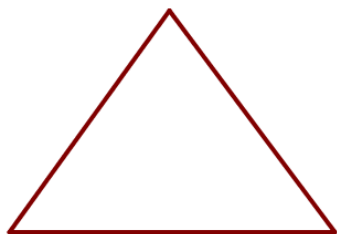
67. В треугольнике ABC $AB=BC=65$, $AC=50$. Найдите длину медианы BM .



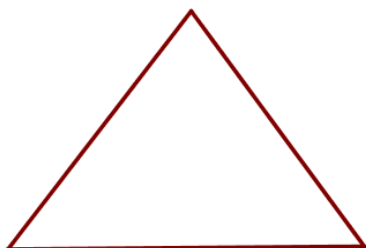
68. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 25, а основание равно 48. Найдите площадь этого треугольника.

69. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 50, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

70. Периметр равнобедренного треугольника равен 48, а боковая сторона – 15. Найдите площадь треугольника.

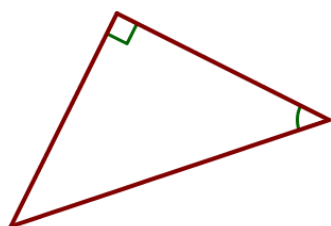


71. Периметр равнобедренного треугольника равен 196, а боковая сторона – 53. Найдите площадь треугольника.



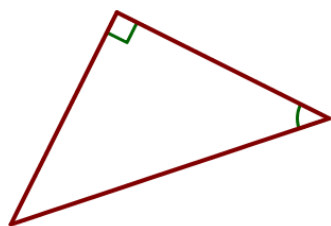
72. Периметр равнобедренного треугольника равен 144, а основание – 64. Найдите площадь треугольника.

73. Периметр равнобедренного треугольника равен 162, а основание – 72. Найдите площадь треугольника.



74. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 82, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

75. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 22, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

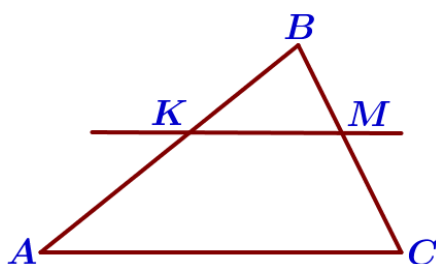


76. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 36, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

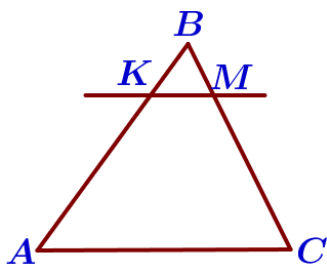
77. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 24, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

VI) Подобные треугольники

78. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC, если $BK:KA = 3:4$, $KM = 18$.

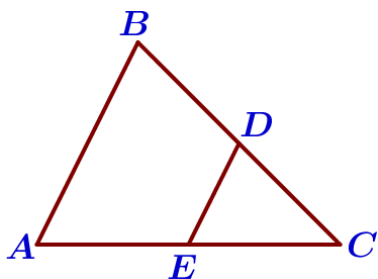


79. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC, если $BK:KA = 3:7$, $KM = 12$.



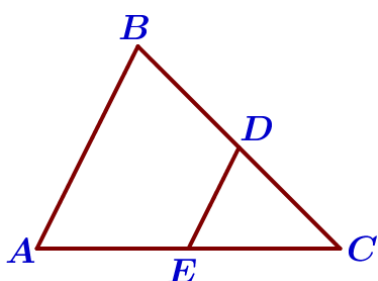
80. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC, если $BK:KA = 1:4$, $KM = 13$.

81. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC, если $BK:KA = 4:5$, $KM = 16$.



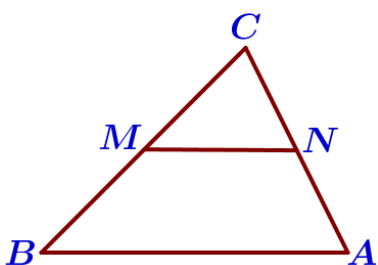
82. В треугольнике ABC известно, что DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 7. Найдите площадь треугольника ABC.

83. В треугольнике ABC известно, что DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 35. Найдите площадь треугольника ABC.



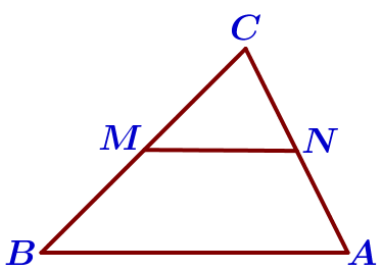
84. В треугольнике ABC известно, что DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 45. Найдите площадь треугольника ABC.

85. В треугольнике ABC известно, что DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 58. Найдите площадь треугольника ABC.



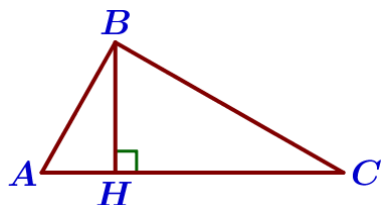
86. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 57. Найдите площадь четырёхугольника ABMN.

87. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 42. Найдите площадь четырёхугольника ABMN.



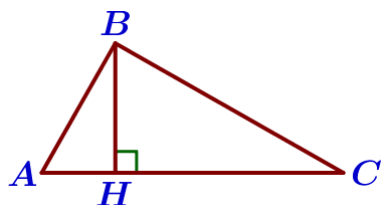
88. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 67. Найдите площадь четырёхугольника ABMN.

89. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 38. Найдите площадь четырёхугольника ABMN.



90. Точка Н является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла В треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите АВ, если $AH=8$, $AC=32$.

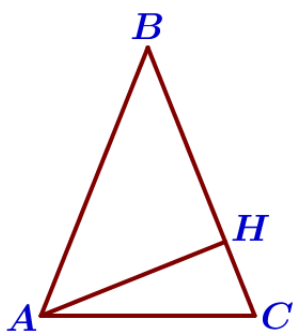
91. Точка Н является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла В треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите АВ, если $AH=6$, $AC=24$.



92. Точка Н является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла В треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите АВ, если $AH=10$, $AC=40$.

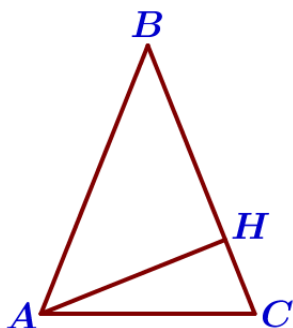
93. Точка Н является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла В треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите АВ, если $AH=5$, $AC=45$.

VII) Синус, косинус, тангенс острого угла



94. В треугольнике ABC $AB=BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $BH=21$ и $CH=14$. Найдите $\cos B$.

95. В треугольнике ABC $AB=BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $BH=2$ и $CH=18$. Найдите $\cos B$.



96. В треугольнике ABC $AB=BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $BH=14$ и $CH=11$. Найдите $\cos B$.

97. В треугольнике ABC $AB=BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $BH=48$ и $CH=2$. Найдите $\cos B$.



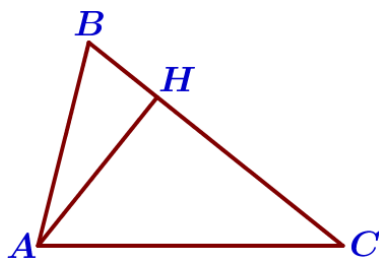
98. Катеты прямоугольного треугольника равны $3\sqrt{91}$ и 9. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

99. Катеты прямоугольного треугольника равны $5\sqrt{15}$ и 5. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.



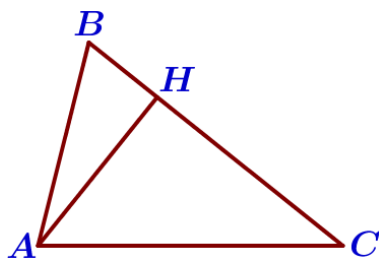
100. Катеты прямоугольного треугольника равны $6\sqrt{6}$ и 3. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

101. Катеты прямоугольного треугольника равны $3\sqrt{11}$ и 1. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.



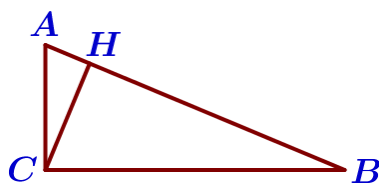
102. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $5\sqrt{91}$, а сторона AB равна 50. Найдите $\cos B$.

103. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $14\sqrt{21}$, а сторона AB равна 70. Найдите $\cos B$.



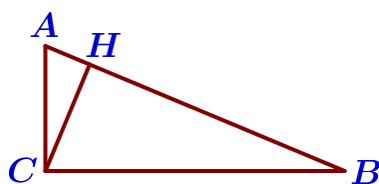
104. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $23\sqrt{3}$, а сторона AB равна 46. Найдите $\cos B$.

105. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $13\sqrt{7}$, а сторона AB равна 52. Найдите $\cos B$.



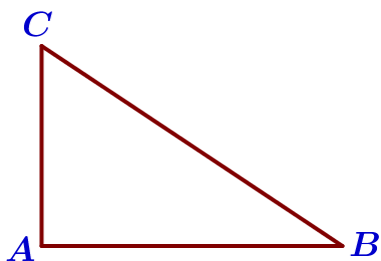
106. В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=35$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $14\sqrt{6}$. Найдите $\sin \angle ABC$.

107. В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=52$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $26\sqrt{3}$. Найдите $\sin \angle ABC$.



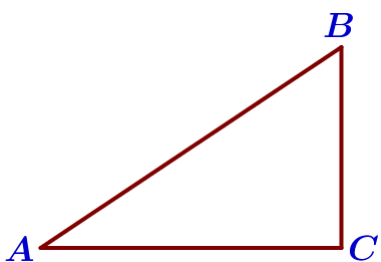
108. В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=75$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $9\sqrt{69}$. Найдите $\sin \angle ABC$.

109. В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=70$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $7\sqrt{19}$. Найдите $\sin \angle ABC$.



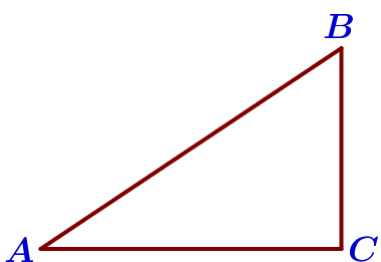
110. В треугольнике ABC угол A равен 90° , $AC=6$, $\sin B=0,3$. Найдите BC.

111. В треугольнике ABC угол A равен 90° , $AC=12$, $\sin B=0,4$. Найдите BC.



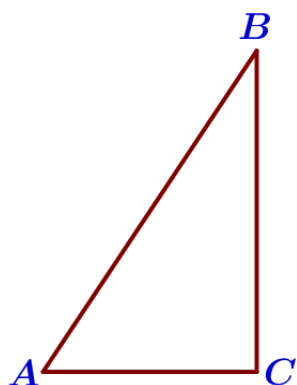
112. В треугольнике ABC угол C прямой, $BC=8$, $\sin A=0,4$. Найдите AB.

113. В треугольнике ABC угол C прямой, $BC=12$, $\sin A=\frac{4}{11}$. Найдите AB.



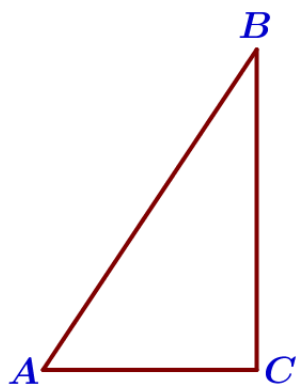
114. В треугольнике ABC угол C прямой, $AC=4$, $\cos A=0,8$. Найдите AB.

115. В треугольнике ABC угол C прямой, $AC=15$, $\cos A=\frac{5}{7}$. Найдите AB.



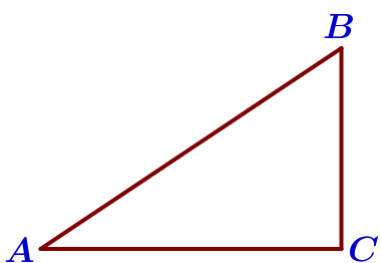
116. В треугольнике ABC угол C прямой, $AC=9$, $\sin A=\frac{4}{5}$. Найдите AB.

117. В треугольнике ABC угол C прямой, $AC=5$, $\sin A=\frac{12}{13}$. Найдите AB.



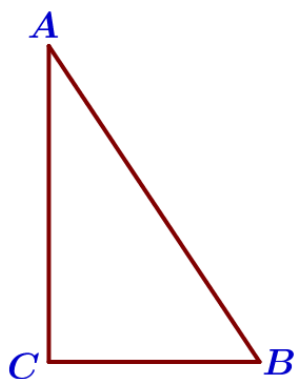
118. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=18$, $\operatorname{tg} A=3$. Найдите AC.

119. В треугольнике ABC угол C прямой, $BC=12$, $\operatorname{tg} A=1,5$. Найдите AC.



120. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=20$, $\operatorname{tg} A=0,5$. Найдите BC.

121. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=4$, $\operatorname{tg} A=0,75$. Найдите BC.



122. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 6$, $\operatorname{tg} A = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. Найдите AB.

123. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{7}}{3}$. Найдите AB.

124. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\operatorname{tg} A = \frac{8}{15}$. Найдите AB.

VIII) Теорема о площади треугольника



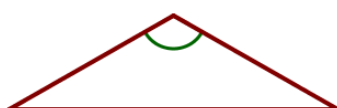
125. Площадь равнобедренного треугольника равна $4\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания равен 120° . Найдите длину боковой стороны.



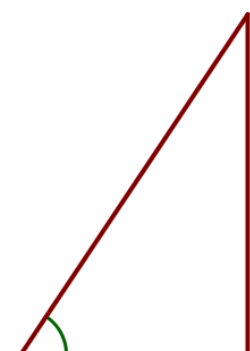
126. Площадь равнобедренного треугольника равна $196\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания равен 120° . Найдите длину боковой стороны.



127. Площадь равнобедренного треугольника равна $144\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания равен 120° . Найдите длину боковой стороны.



128. Площадь равнобедренного треугольника равна $225\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания равен 120° . Найдите длину боковой стороны.



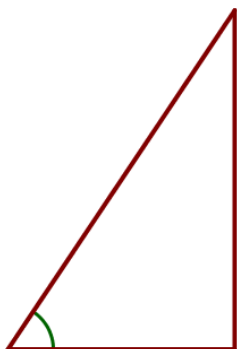
129. Площадь прямоугольного треугольника равна $800\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину гипотенузы.

130. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{49\sqrt{3}}{2}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину гипотенузы.



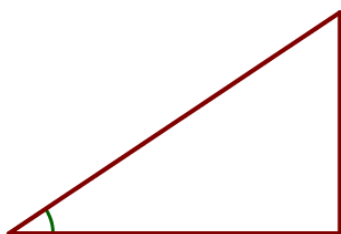
131. Площадь прямоугольного треугольника равна $50\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину гипотенузы.

132. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{25\sqrt{3}}{2}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину гипотенузы.



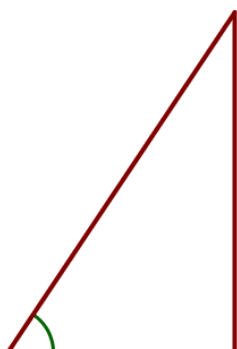
133. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{200\sqrt{3}}{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.

134. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{32\sqrt{3}}{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.



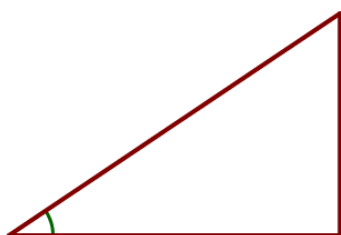
135. Площадь прямоугольного треугольника равна $512\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.

136. Площадь прямоугольного треугольника равна $882\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.



137. Площадь прямоугольного треугольника равна $800\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу.

138. Площадь прямоугольного треугольника равна $392\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу.

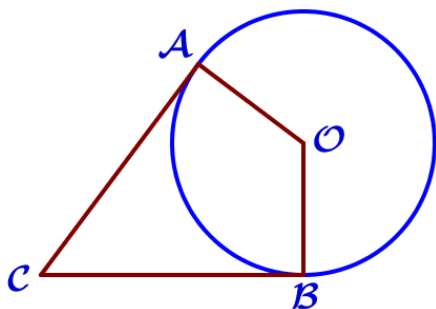


139. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу.

140. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{50\sqrt{3}}{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу.

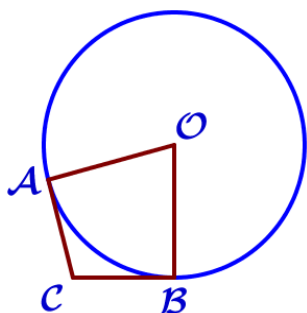
16. Окружность, круг и их элементы Блок 1. ФИПИ

I) Касательная к окружности



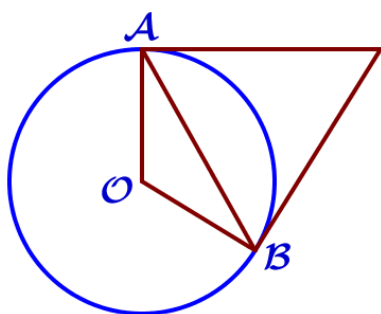
1. В угол C величиной 79° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

2. В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



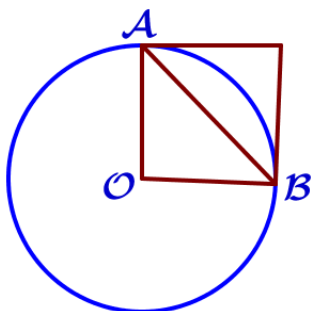
3. В угол C величиной 107° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

4. В угол C величиной 115° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



5. Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 56° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

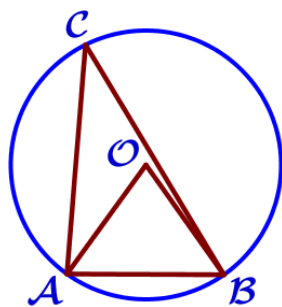
6. Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 42° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



7. Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 86° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

8. Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 38° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

II) Центральные и вписанные углы

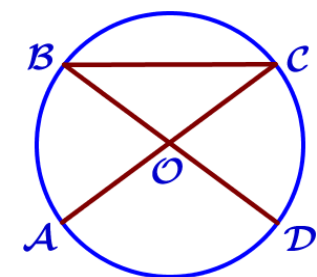
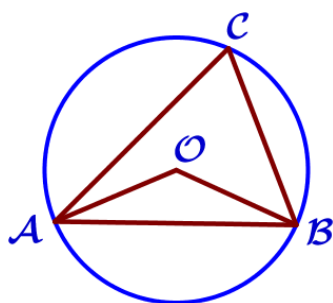


9. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 59° . Ответ дайте в градусах.

10. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 47° . Ответ дайте в градусах.

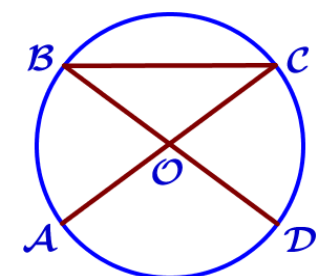
11. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 113° . Ответ дайте в градусах.

12. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 173° . Ответ дайте в градусах.



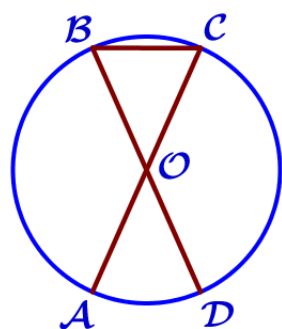
13. Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 19° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

14. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Угол ACB равен 16° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



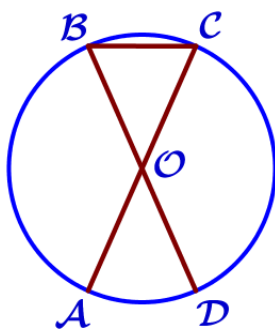
15. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 146° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

16. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 108° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



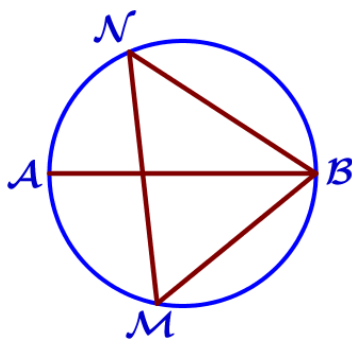
17. AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 54° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

18. AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 78° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



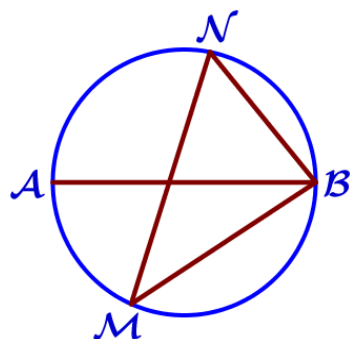
19. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 42° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

20. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 50° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



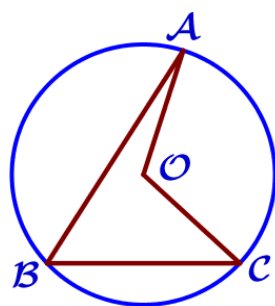
21. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 32^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.

22. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 43^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



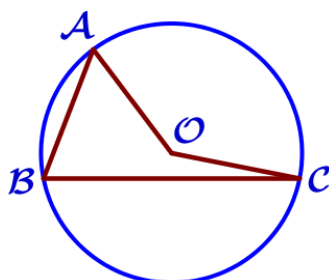
23. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 71^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.

24. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 68^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



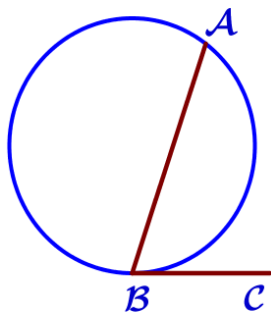
25. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 56^\circ$ и $\angle OAB = 15^\circ$. Найдите $\angle BCO$. Ответ дайте в градусах.

26. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 62^\circ$ и $\angle OAB = 53^\circ$. Найдите $\angle BCO$. Ответ дайте в градусах.



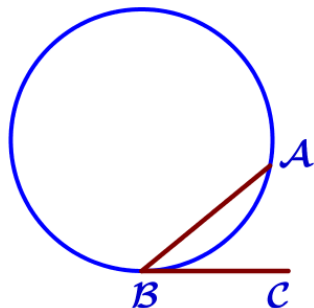
27. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 69^\circ$ и $\angle OAB = 48^\circ$. Найдите $\angle BCO$. Ответ дайте в градусах.

28. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 46^\circ$ и $\angle OAB = 27^\circ$. Найдите $\angle BCO$. Ответ дайте в градусах.



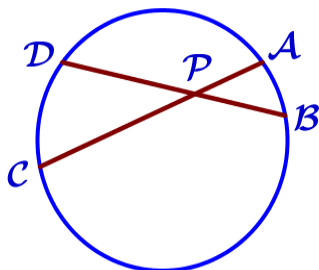
29. На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна 152° . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.

30. На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна 168° . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.



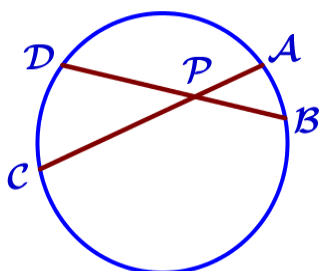
31. На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна 66° . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.

32. На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна 50° . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.



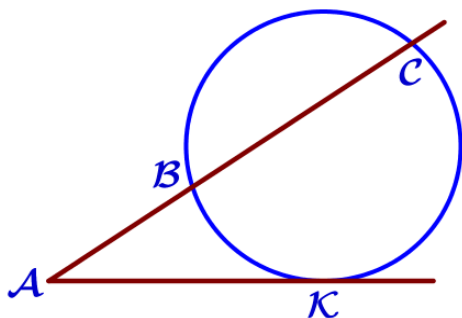
33. Хорды АС и ВD окружности пересекаются в точке Р, $BP=15$, $CP=6$, $DP=10$. Найдите АР.

34. Хорды АС и ВD окружности пересекаются в точке Р, $BP=12$, $CP=15$, $DP=25$. Найдите АР.



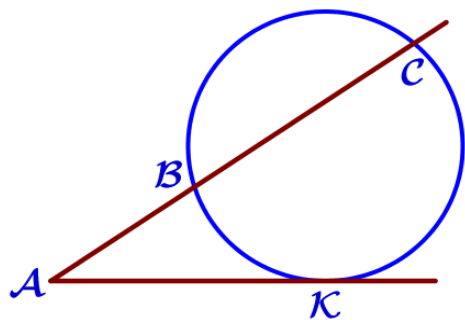
35. Хорды АС и ВD окружности пересекаются в точке Р, $BP=4$, $CP=12$, $DP=21$. Найдите АР.

36. Хорды АС и ВD окружности пересекаются в точке Р, $BP=8$, $CP=24$, $DP=18$. Найдите АР.



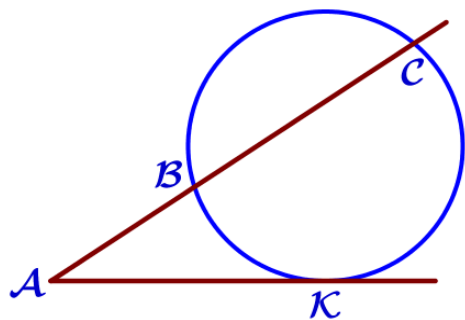
37. Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём $AB=2$, $AC=8$. Найдите АК.

38. Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём $AB=3$, $AC=12$. Найдите АК.



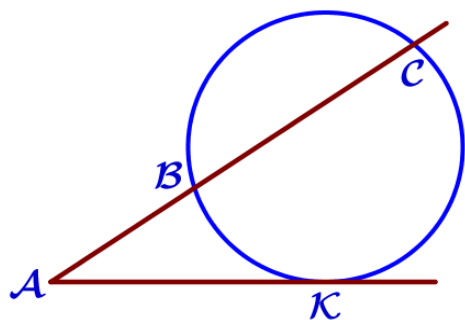
39. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=6$, $AC=54$. Найдите AK .

40. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=5$, $AC=45$. Найдите AK .



41. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=5$, $BC=15$. Найдите AK .

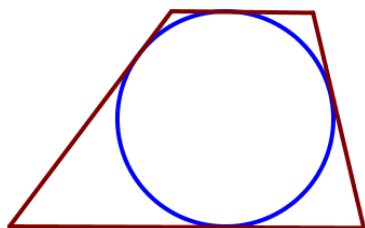
42. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=7$, $BC=21$. Найдите AK .



43. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=4$, $BC=32$. Найдите AK .

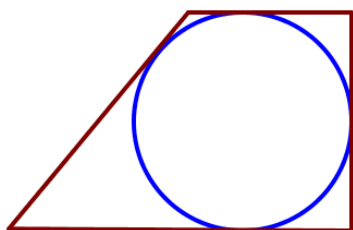
44. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=8$, $BC=24$. Найдите AK .

III) Вписанная окружность



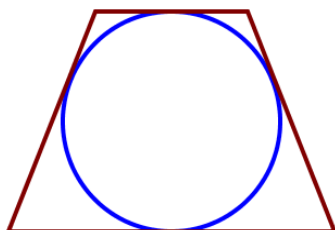
45. Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 18. Найдите высоту этой трапеции.

46. Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 26. Найдите высоту этой трапеции



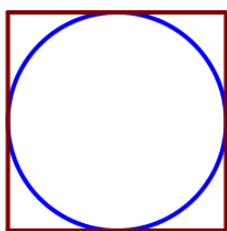
47. Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 28. Найдите высоту этой трапеции.

48. Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 32. Найдите высоту этой трапеции.



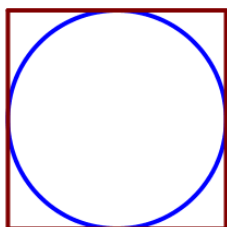
49. Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 30. Найдите высоту этой трапеции.

50. Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 44. Найдите высоту этой трапеции.



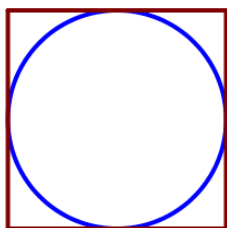
51. Сторона квадрата равна 16. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

52. Сторона квадрата равна 22. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



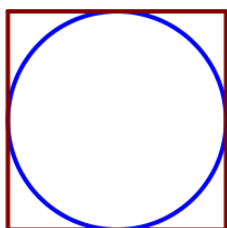
53. Сторона квадрата равна 34. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

54. Сторона квадрата равна 62. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



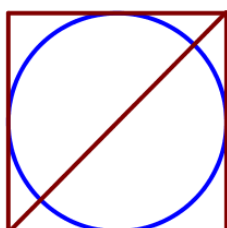
55. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 40.

56. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 9.



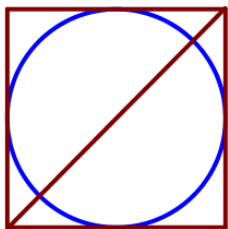
57. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 18.

58. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.



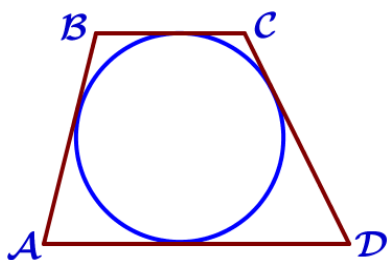
59. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $6\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

60. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $14\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



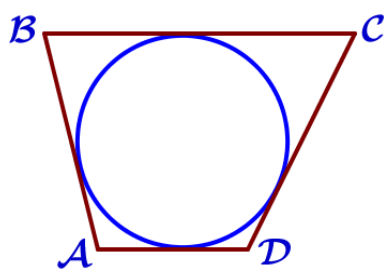
61. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $18\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

62. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $24\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



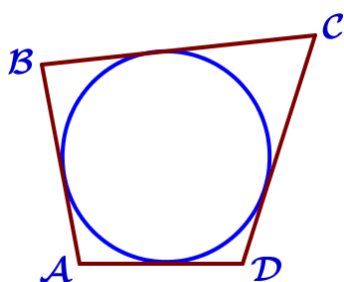
63. Трапеция ABCD с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB=7$, $BC=5$, $CD=17$. Найдите AD.

64. Трапеция ABCD с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB=14$, $BC=13$, $CD=22$. Найдите AD.



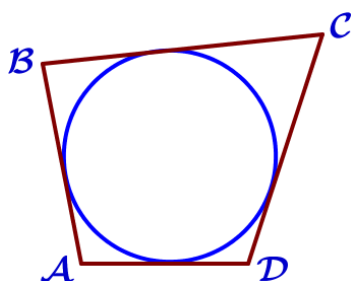
65. Трапеция ABCD с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB=10$, $BC=16$, $CD=12$. Найдите AD.

66. Трапеция ABCD с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB=13$, $BC=14$, $CD=11$. Найдите AD.



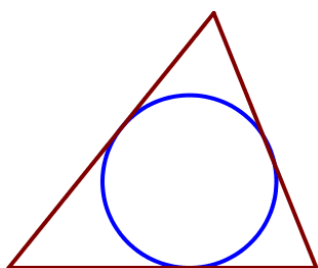
67. Четырёхугольник ABCD описан около окружности, $AB=5$, $BC=12$, $CD=16$. Найдите AD.

68. Четырёхугольник ABCD описан около окружности, $AB=8$, $BC=20$, $CD=17$. Найдите AD.



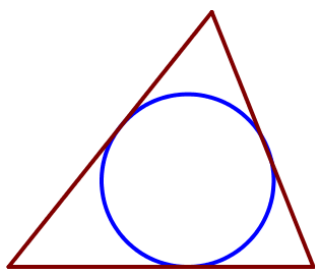
69. Четырёхугольник ABCD описан около окружности, $AB=11$, $BC=15$, $CD=12$. Найдите AD.

70. Четырёхугольник ABCD описан около окружности, $AB=14$, $BC=21$, $CD=23$. Найдите AD.



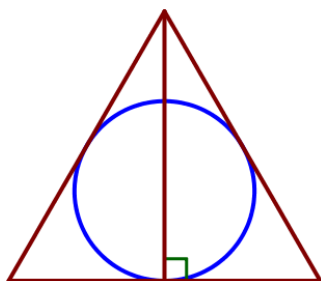
71. Периметр треугольника равен 48, одна из сторон равна 18, а радиус вписанной в него окружности равен 3. Найдите площадь этого треугольника.

72. Периметр треугольника равен 56, одна из сторон равна 19, а радиус вписанной в него окружности равен 5. Найдите площадь этого треугольника.



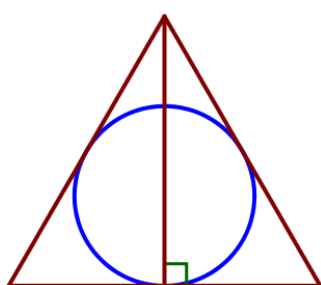
73. Периметр треугольника равен 140, одна из сторон равна 56, а радиус вписанной в него окружности равен 9. Найдите площадь этого треугольника.

74. Периметр треугольника равен 71, одна из сторон равна 21, а радиус вписанной в него окружности равен 6. Найдите площадь этого треугольника.



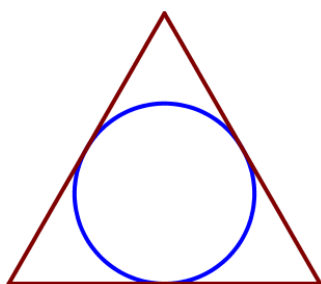
75. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 7. Найдите высоту этого треугольника.

76. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 9. Найдите высоту этого треугольника.



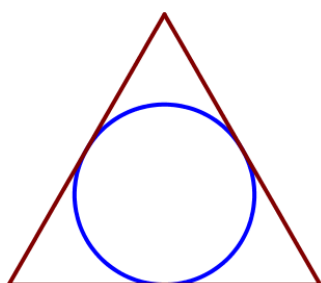
77. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 15. Найдите высоту этого треугольника.

78. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 14. Найдите высоту этого треугольника.



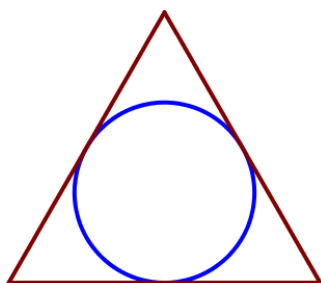
79. Сторона равностороннего треугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

80. Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



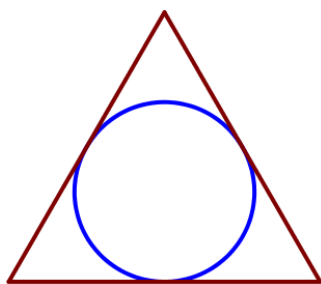
81. Сторона равностороннего треугольника равна $18\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

82. Сторона равностороннего треугольника равна $20\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



83. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $5\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

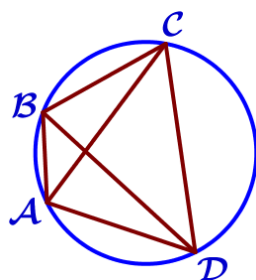
84. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $7\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.



85. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $11\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

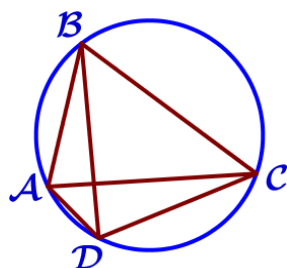
86. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $9\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

IV) Описанная окружность



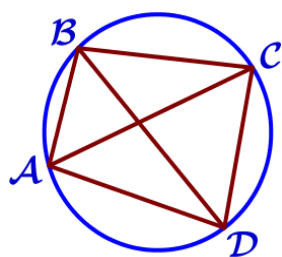
87. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 134° , угол CAD равен 81° . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

88. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 120° , угол CAD равен 74° . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



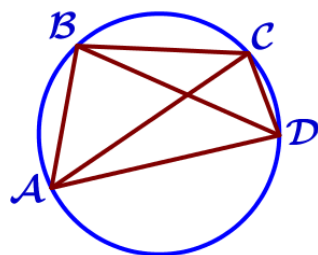
89. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 70° , угол CAD равен 49° . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

90. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 80° , угол CAD равен 34° . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



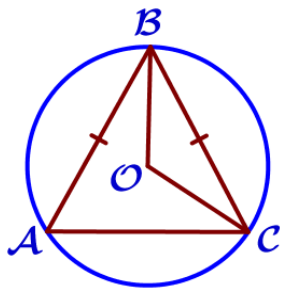
91. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 51° , угол CAD равен 42° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

92. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 16° , угол CAD равен 32° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

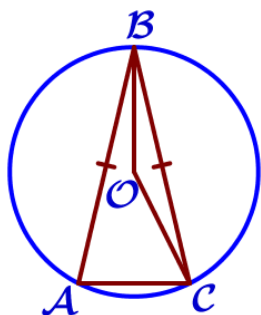


93. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 78° , угол CAD равен 40° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

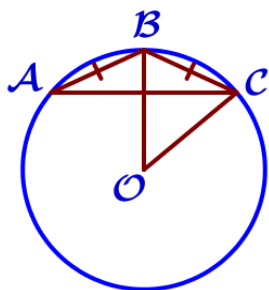
94. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



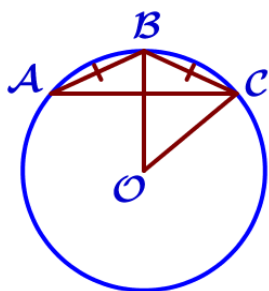
95. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC=66^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



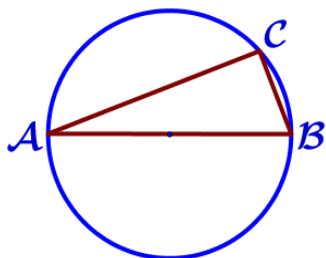
96. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC=32^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



97. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC=123^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



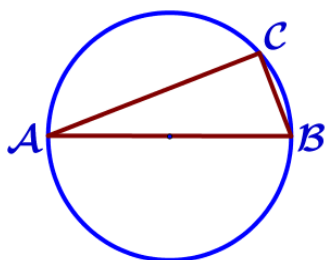
98. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC=107^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



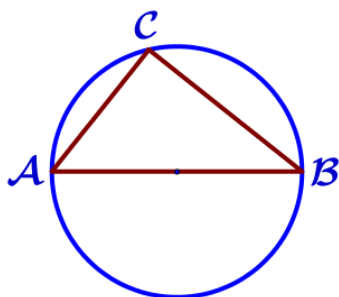
99. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 24° . Ответ дайте в градусах.

100. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 17° . Ответ дайте в градусах.

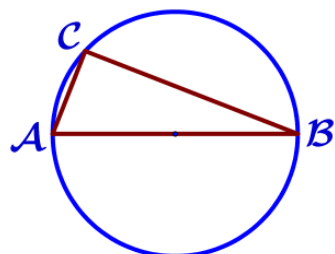
101. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 9° . Ответ дайте в градусах.



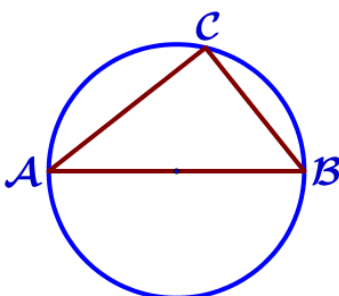
102. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 7° . Ответ дайте в градусах.



103. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 14,5. Найдите AC, если $BC = 21$.

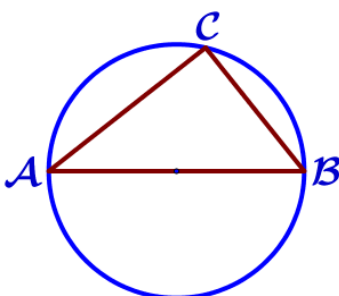


104. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 6,5. Найдите AC, если $BC = 12$.



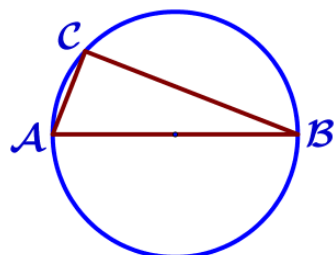
105. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 25. Найдите AC, если $BC = 48$.

106. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 13. Найдите AC, если $BC = 24$.



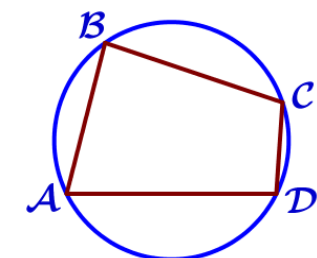
107. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 15. Найдите BC, если $AC = 24$.

108. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 10. Найдите BC, если $AC = 16$.



109. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 8,5. Найдите BC, если $AC = 8$.

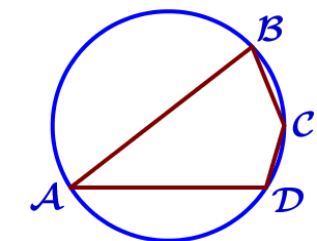
110. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 20,5. Найдите BC, если $AC = 9$.



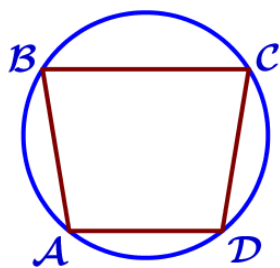
111. Угол A четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 56° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

112. Угол A четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 71° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

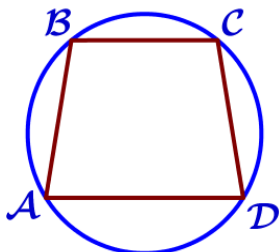
113. Угол A четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 37° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



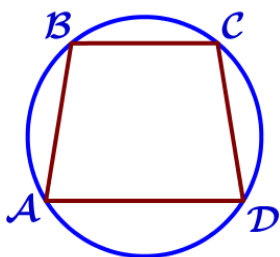
114. Угол A четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 33° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



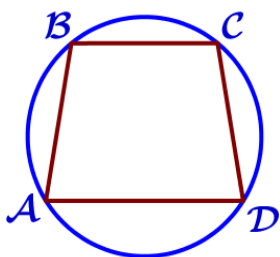
115. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 111° . Найдите угол С этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



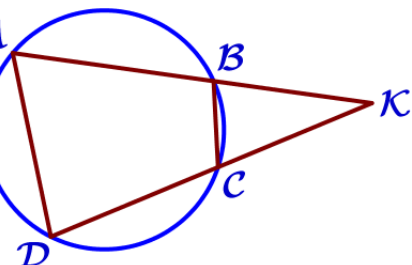
116. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 114° . Найдите угол С этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



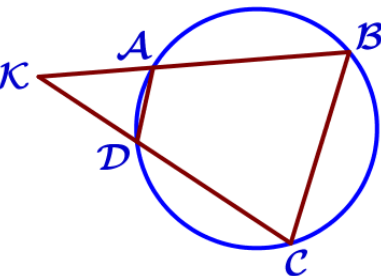
117. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 81° . Найдите угол С этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



118. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 47° . Найдите угол С этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



119. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 66° . Найдите угол В этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



120. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 54° . Найдите угол В этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

121. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 79° . Найдите угол В этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

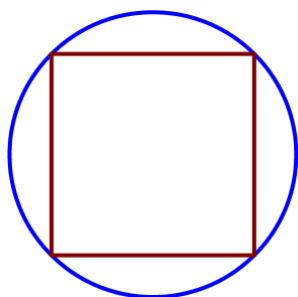
122. Угол А трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 62° . Найдите угол В этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

123. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке К, $BK=7$, $DK=14$, $BC=10$. Найдите AD.

124. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке К, $BK=12$, $DK=16$, $BC=24$. Найдите AD.

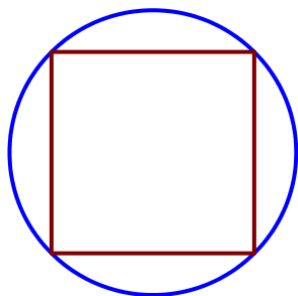
125. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке К, $BK=14$, $DK=10$, $BC=21$. Найдите AD.

126. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке К, $BK=20$, $DK=15$, $BC=12$. Найдите AD.



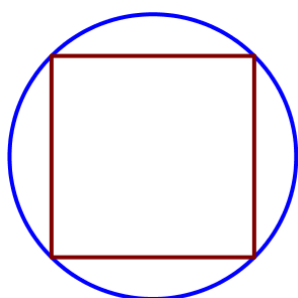
127. Сторона квадрата равна $8\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

128. Сторона квадрата равна $12\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



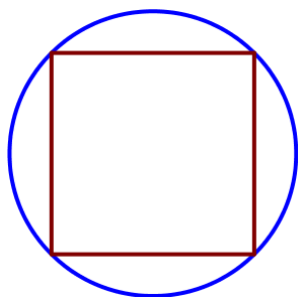
129. Сторона квадрата равна $24\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

130. Сторона квадрата равна $38\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



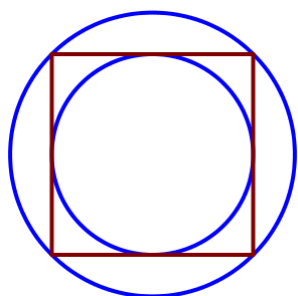
131. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $22\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

132. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $26\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.



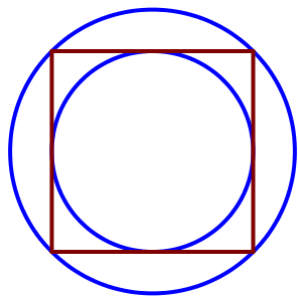
133. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $34\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

134. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $28\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.



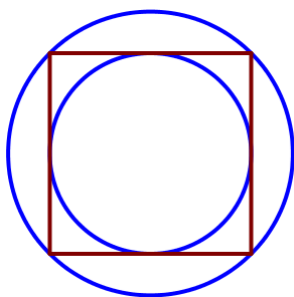
135. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $7\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

136. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $10\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

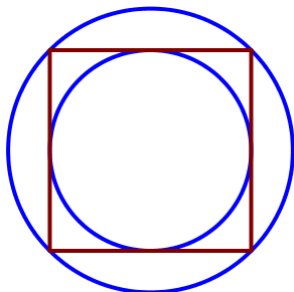


137. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $16\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

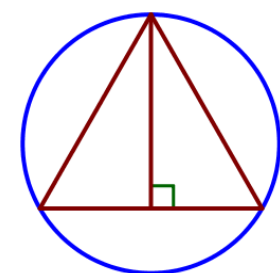
138. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $22\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



139. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $6\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



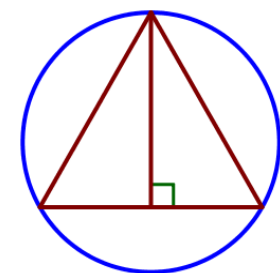
140. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $42\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



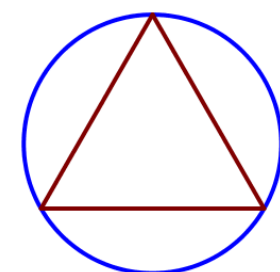
141. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $56\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

142. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $64\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

143. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 4. Найдите высоту этого треугольника.

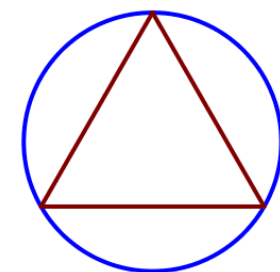


144. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.



145. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 12. Найдите высоту этого треугольника.

146. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 18. Найдите высоту этого треугольника.

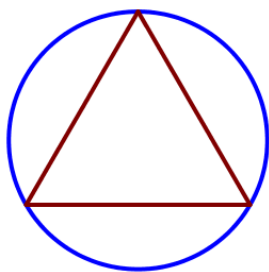


147. Сторона равностороннего треугольника равна $4\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

148. Сторона равностороннего треугольника равна $8\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

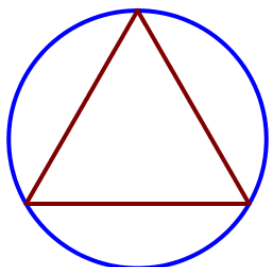
149. Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

150. Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



151. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $3\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

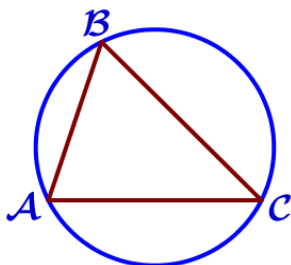
152. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $5\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.



153. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $7\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

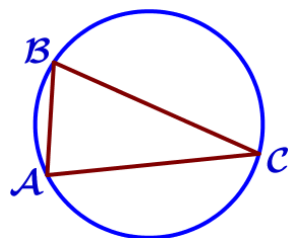
154. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $9\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

V) Расширенная теорема синусов



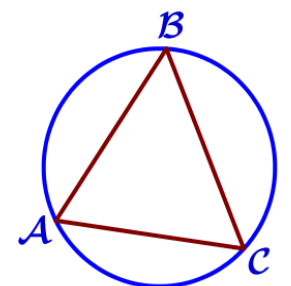
155. В треугольнике ABC угол C равен 45° , $AB=8\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

156. В треугольнике ABC угол C равен 45° , $AB=6\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



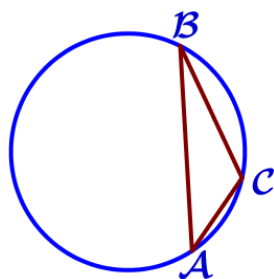
157. В треугольнике ABC угол C равен 30° , $AB=26$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

158. В треугольнике ABC угол C равен 30° , $AB=16$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

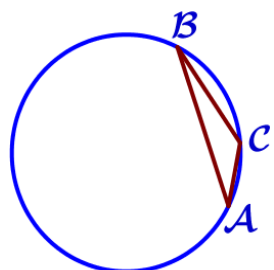


159. В треугольнике ABC угол C равен 60° , $AB=12\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

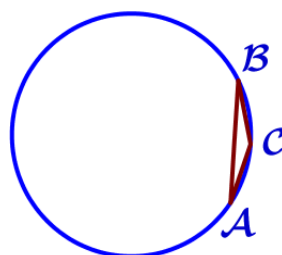
160. В треугольнике ABC угол C равен 60° , $AB=10\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



161. В треугольнике ABC угол C равен 120° , $AB=18\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



162. В треугольнике ABC угол C равен 120° , $AB=22\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



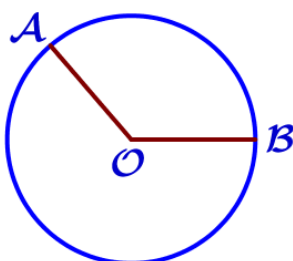
163. В треугольнике ABC угол C равен 135° , $AB=14\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

164. В треугольнике ABC угол C равен 135° , $AB=16\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

165. В треугольнике ABC угол C равен 150° , $AB=20$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

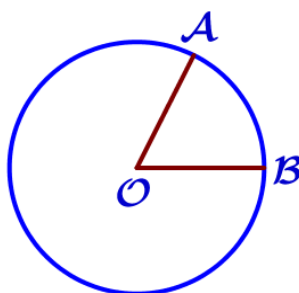
166. В треугольнике ABC угол C равен 150° , $AB=24$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

VI) Длина окружности и площадь круга



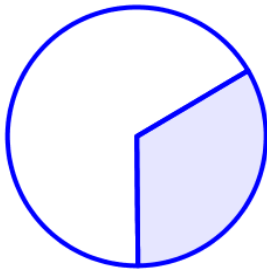
167. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB=120^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 67. Найдите длину большей дуги.

168. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB=140^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги.

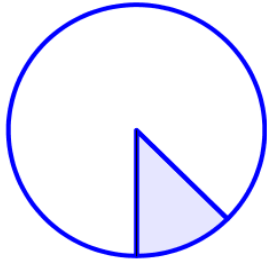


169. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB=45^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 91. Найдите длину большей дуги.

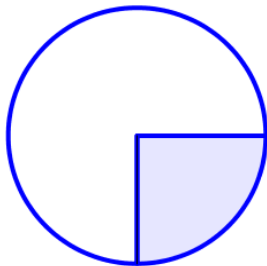
170. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB=80^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 58. Найдите длину большей дуги.



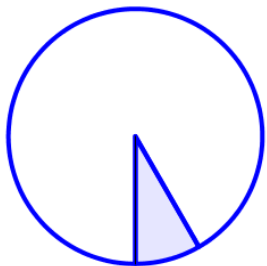
171. Площадь круга равна 123. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 120° .



172. Площадь круга равна 88. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 45° .



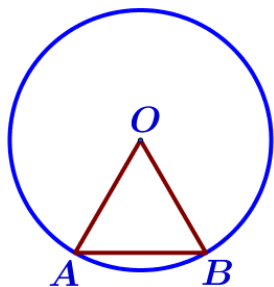
173. Площадь круга равна 72. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 90° .



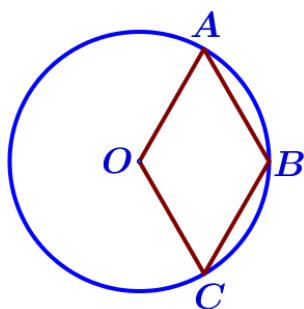
174. Площадь круга равна 180. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 30° .

16. Окружность, круг и их элементы
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

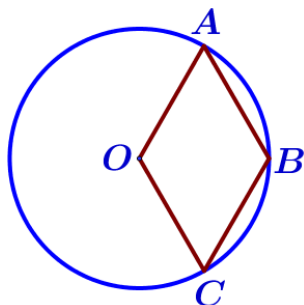
I) Касательная к окружности



1. Центральный угол AOB опирается на хорду AB длиной 9. При этом угол OAB равен 60° . Найдите радиус окружности.



2. Центральный угол AOB опирается на хорду AB длиной 13. При этом угол OAB равен 60° . Найдите радиус окружности.

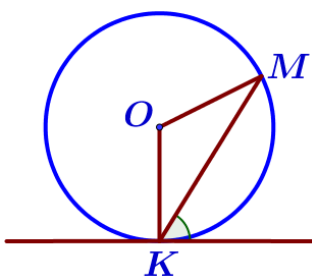


3. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C таким образом, что $OACB$ – ромб. Найдите угол OAB . Ответ дайте в градусах.

4. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C таким образом, что $OACB$ – ромб. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

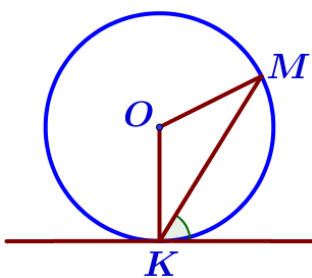
5. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C таким образом, что $OACB$ – ромб. Найдите угол OCB . Ответ дайте в градусах.

6. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C таким образом, что $OACB$ – ромб. Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.



7. Прямая касается окружности в точке K . Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 54° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.

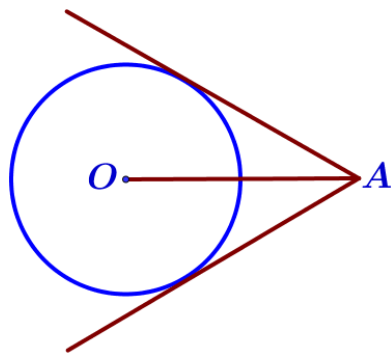
8. Прямая касается окружности в точке K . Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 75° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.



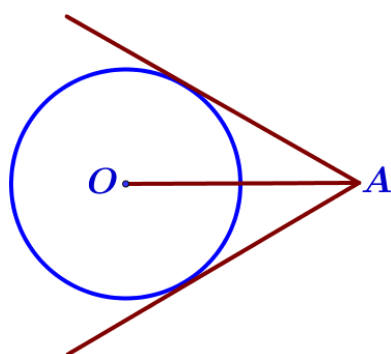
9. Прямая касается окружности в точке K . Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 69° . Найдите величину угла KOM . Ответ дайте в градусах.

10. Прямая касается окружности в точке K . Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 52° . Найдите величину угла KOM . Ответ дайте в градусах.

11. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите расстояние от точки A до точки O , если угол между касательными равен 60° , а радиус окружности равен 6.

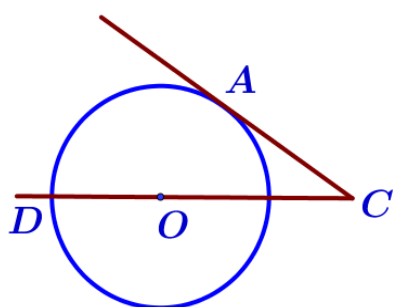


12. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите расстояние от точки A до точки O , если угол между касательными равен 60° , а радиус окружности равен 8.



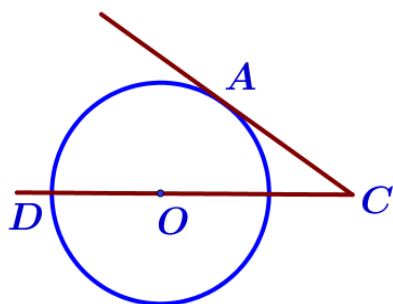
13. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60° , а расстояние от точки A до точки O равно 10.

14. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60° , а расстояние от точки A до точки O равно 12.



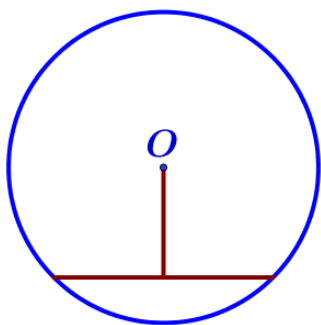
15. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 130° .

16. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 140° .

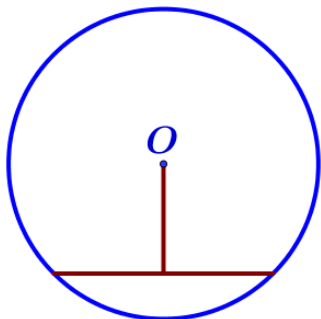


17. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 120° .

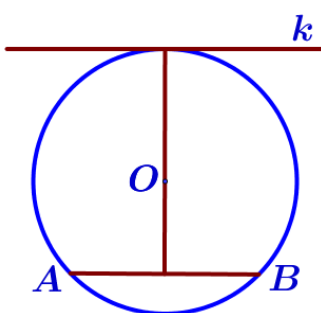
18. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 100° .



19. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.



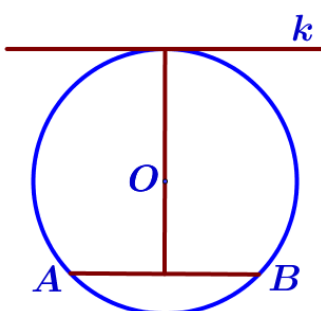
20. Длина хорды окружности равна 48, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 70. Найдите диаметр окружности.



21. Длина хорды окружности равна 30, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 36. Найдите диаметр окружности.

22. Длина хорды окружности равна 96, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 20. Найдите диаметр окружности.

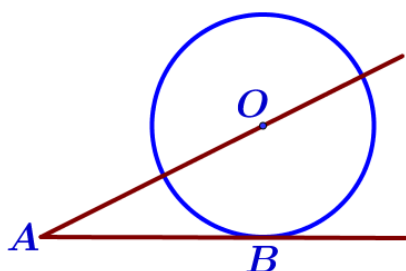
23. Радиус окружности с центром в точке O равен 65, длина хорды AB равна 66. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k .



24. Радиус окружности с центром в точке O равен 82, длина хорды AB равна 36. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k .

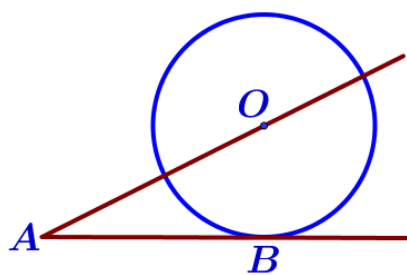
25. Радиус окружности с центром в точке O равен 65, длина хорды AB равна 126. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k .

26. Радиус окружности с центром в точке O равен 90, длина хорды AB равна 144. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k .



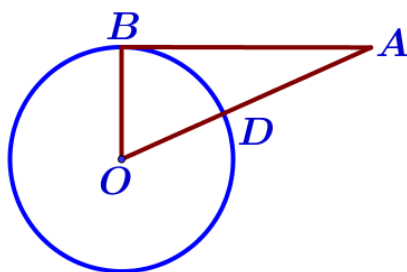
27. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=24$ см, $AO=26$ см.

28. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=40$ см, $AO=85$ см.



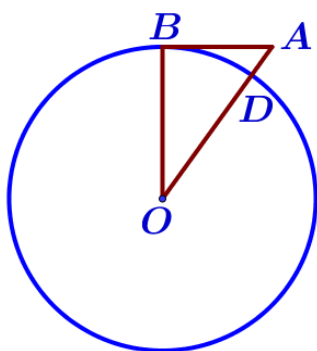
29. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=21$ см, $AO=75$ см.

30. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=14$ см, $AO=50$ см.



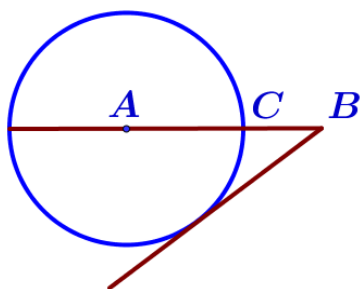
31. Отрезок $AB=48$ касается окружности радиуса 14 с центром O в точке B . Окружность пересекает отрезок AO в точке D . Найдите AD .

32. Отрезок $AB=32$ касается окружности радиуса 24 с центром O в точке B . Окружность пересекает отрезок AO в точке D . Найдите AD .



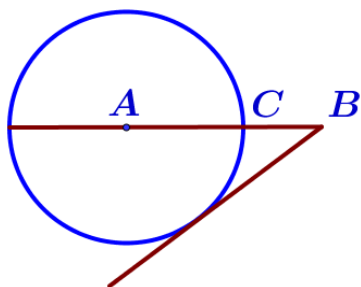
33. Отрезок $AB=51$ касается окружности радиуса 68 с центром O в точке B . Окружность пересекает отрезок AO в точке D . Найдите AD .

34. Отрезок $AB=20$ касается окружности радиуса 21 с центром O в точке B . Окружность пересекает отрезок AO в точке D . Найдите AD .



35. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=6$ и $BC=4$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.

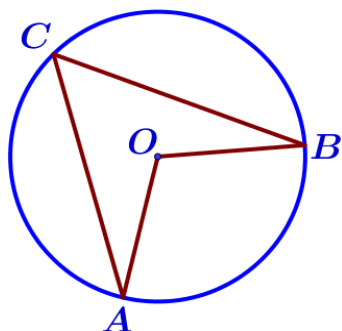
36. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=14$ и $BC=36$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.



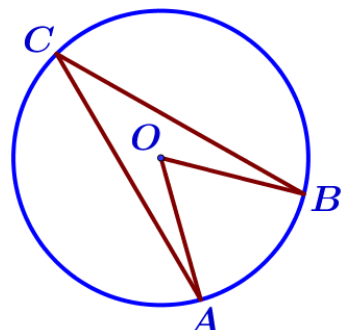
37. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=75$ и $BC=10$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.

38. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=24$ и $BC=16$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.

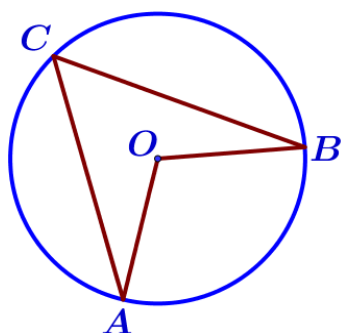
II) Центральный и вписанный угол



39. Точка O – центр окружности, $\angle ACB = 62^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла AOB (в градусах).

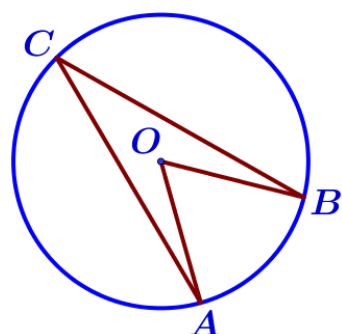


40. Точка O – центр окружности, $\angle ACB = 58^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла AOB (в градусах).



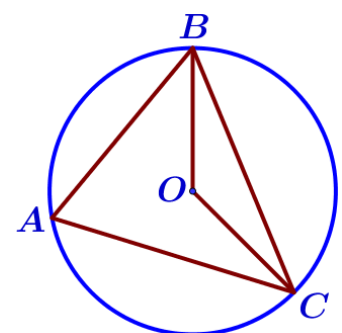
41. Точка O – центр окружности, $\angle ACB = 24^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла AOB (в градусах).

42. Точка O – центр окружности, $\angle ACB = 35^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла AOB (в градусах).



43. Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 118^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

44. Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 134^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).



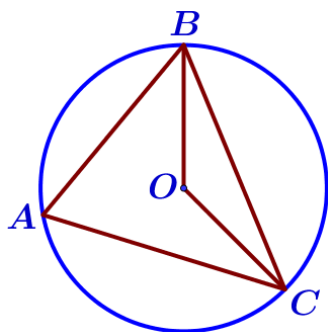
45. Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 72^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

46. Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 86^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

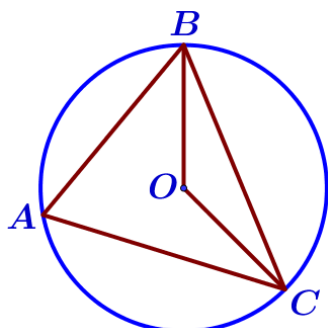


47. Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 75^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).

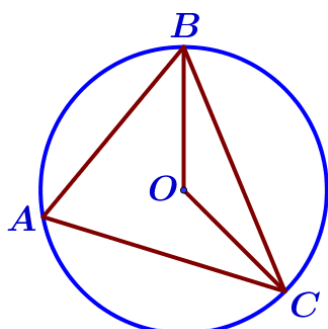
48. Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 60^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).



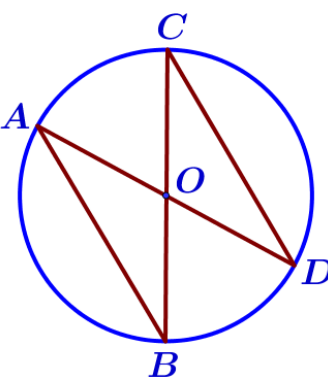
49. Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 81^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).



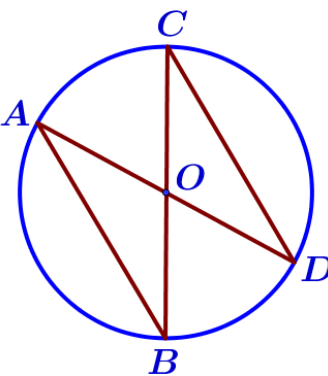
50. Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 78^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).



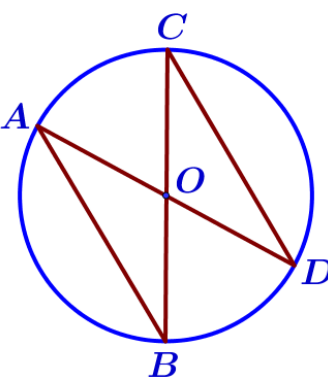
51. Точка O – центр окружности, $\angle BOC = 160^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BAC (в градусах).



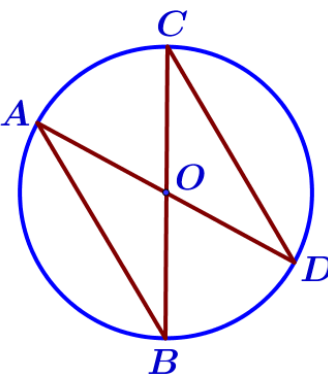
52. Точка O – центр окружности, $\angle BOC = 144^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BAC (в градусах).



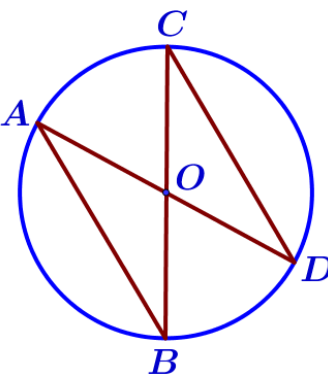
53. Точка O – центр окружности, $\angle BOC = 154^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BAC (в градусах).



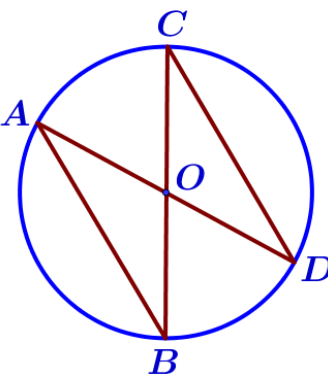
54. Точка O – центр окружности, $\angle BOC = 138^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BAC (в градусах).



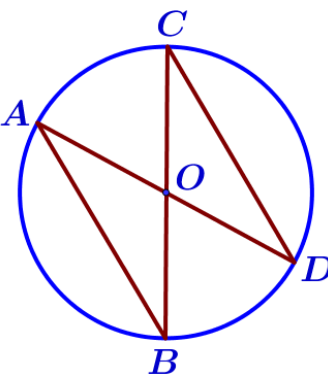
55. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол OAB равен 37° . Найдите величину угла OCD .



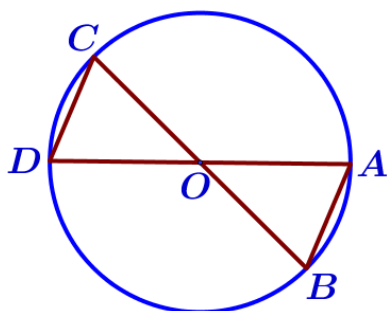
56. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол OAB равен 65° . Найдите величину угла OCD .



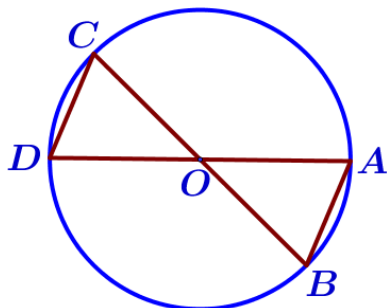
57. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол OCD равен 30° . Найдите величину угла OAB .



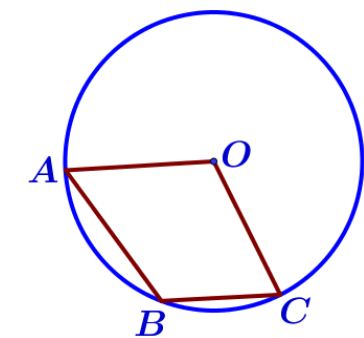
58. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол OCD равен 75° . Найдите величину угла OAB .



59. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол ABO равен 55° . Найдите величину угла ODC .



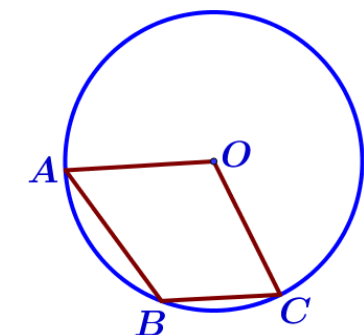
60. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол ABO равен 30° . Найдите величину угла ODC .



61. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол ABO равен 77° . Найдите величину угла ODC .

62. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол ABO равен 82° . Найдите величину угла ODC .

63. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 124^\circ$ и $\angle OAB = 64^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

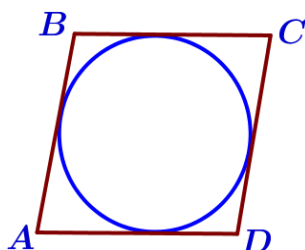


64. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 109^\circ$ и $\angle OAB = 48^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

65. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 131^\circ$ и $\angle OAB = 53^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

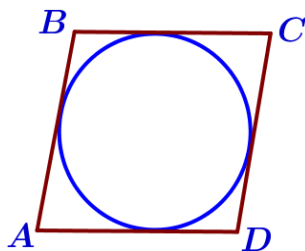
66. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 117^\circ$ и $\angle OAB = 58^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

III) Вписанная окружность



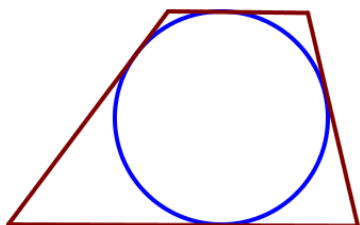
67. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 8.

68. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 11.



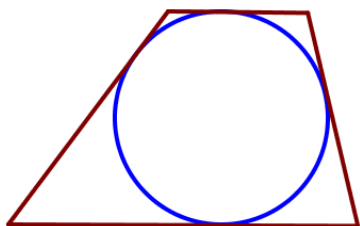
69. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 9.

70. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 13.



71. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 30, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

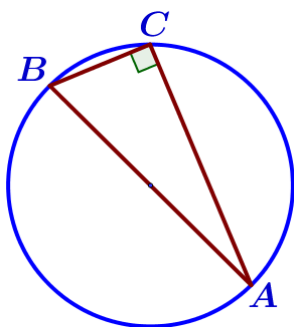
72. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 20, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.



73. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 12, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

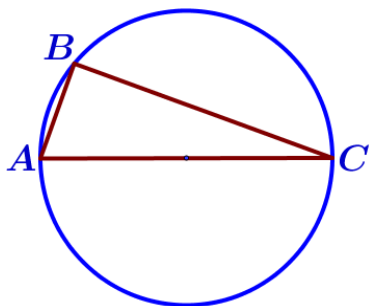
74. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 26, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

IV) Описанная окружность



75. В треугольнике ABC известно, что $AC=15$, $BC=5\sqrt{7}$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

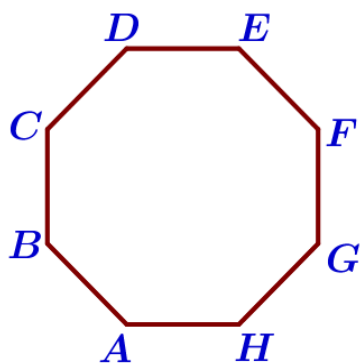
76. В треугольнике ABC известно, что $AC=14$, $BC=\sqrt{165}$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



77. Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A=74^\circ$. Ответ дайте в градусах.

78. Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A=83^\circ$. Ответ дайте в градусах.

V) Правильный многоугольник

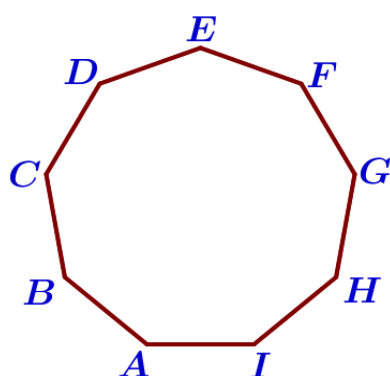


79. ABCDEFGH – правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG. Ответ дайте в градусах.

80. ABCDEFGH – правильный восьмиугольник. Найдите угол ADF. Ответ дайте в градусах.

81. ABCDEFGH – правильный восьмиугольник. Найдите угол DBE. Ответ дайте в градусах.

82. ABCDEFGH – правильный восьмиугольник. Найдите угол ADG. Ответ дайте в градусах.

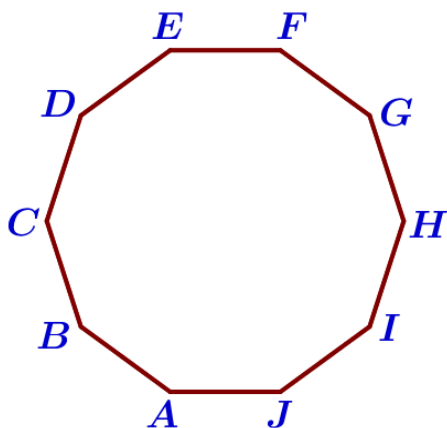


83. ABCDEFGHI – правильный девятиугольник. Найдите угол CAF. Ответ дайте в градусах.

84. ABCDEFGHI – правильный девятиугольник. Найдите угол DAC. Ответ дайте в градусах.

85. ABCDEFGHI – правильный девятиугольник. Найдите угол CBG. Ответ дайте в градусах.

86. ABCDEFGHI – правильный девятиугольник. Найдите угол ADG. Ответ дайте в градусах.



87. ABCDEFGHIJ – правильный десятиугольник. Найдите угол ADI. Ответ дайте в градусах.

88. ABCDEFGHIJ – правильный десятиугольник. Найдите угол DBJ. Ответ дайте в градусах.

89. ABCDEFGHIJ – правильный десятиугольник. Найдите угол DBH. Ответ дайте в градусах.

90. ABCDEFGHIJ – правильный десятиугольник. Найдите угол GHI. Ответ дайте в градусах.

17. Четырехугольники

Блок 1. ФИПИ

1) Параллелограмм



1. Один из углов параллелограмма равен 41° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



2. Один из углов параллелограмма равен 33° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



3. Один из углов параллелограмма равен 74° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



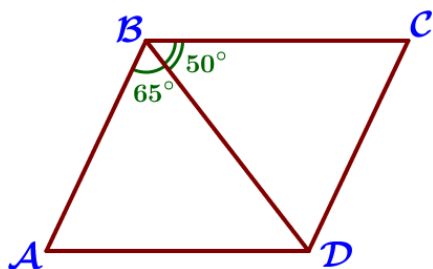
4. Один из углов параллелограмма равен 61° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

5. Один из углов параллелограмма равен 102° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

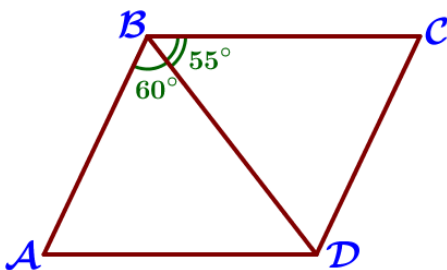
6. Один из углов параллелограмма равен 91° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

7. Один из углов параллелограмма равен 111° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

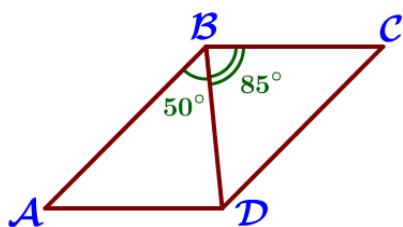
8. Один из углов параллелограмма равен 128° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



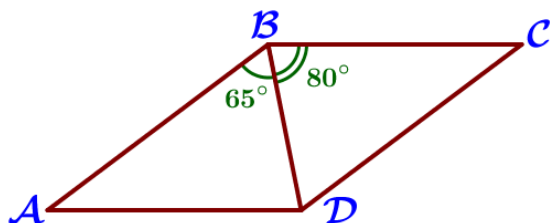
9. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.



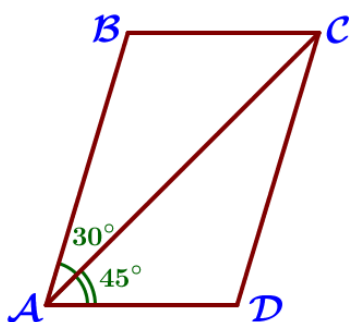
10. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 60° и 55° . Найдите меньший угол параллелограмма.



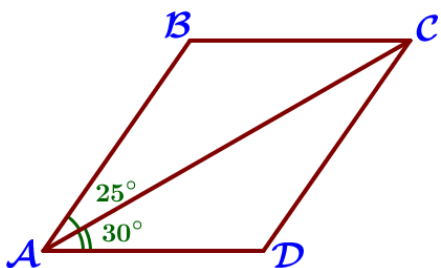
11. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 50° и 85° . Найдите меньший угол параллелограмма.



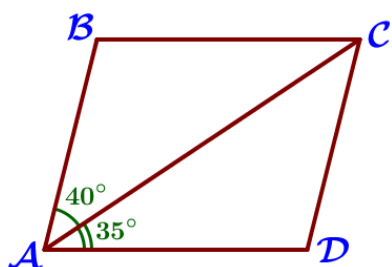
12. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 80° . Найдите меньший угол параллелограмма.



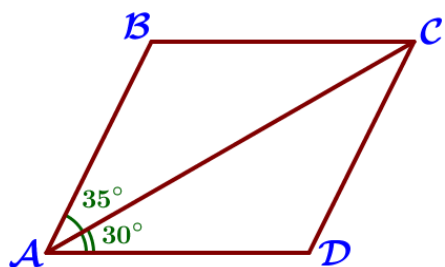
13. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 30° и 45° . Найдите больший угол параллелограмма.



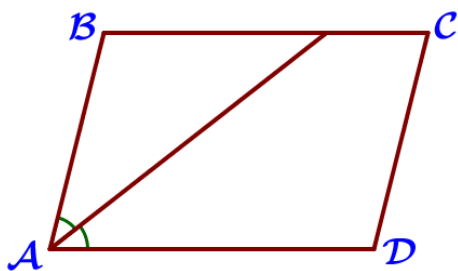
14. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 25° и 30° . Найдите больший угол параллелограмма.



15. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 40° и 35° . Найдите больший угол параллелограмма.



16. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 35° и 30° . Найдите больший угол параллелограмма.

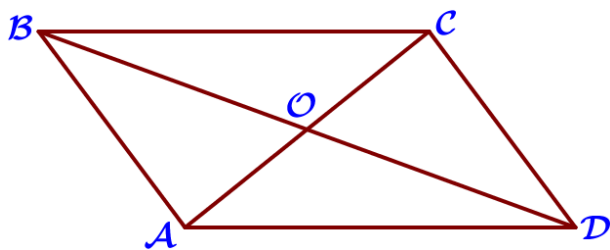
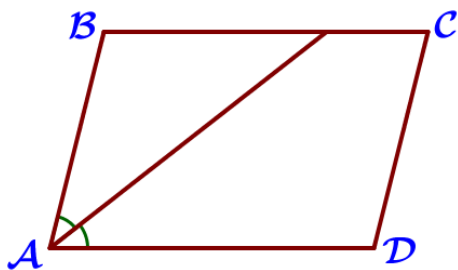


17. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 33° . Ответ дайте в градусах.

18. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 16° . Ответ дайте в градусах.

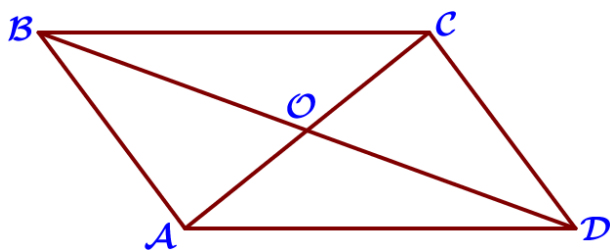
19. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 21° . Ответ дайте в градусах.

20. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 44° . Ответ дайте в градусах.



21. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, $AC=10$, $BD=22$, $AB=9$. Найдите DO.

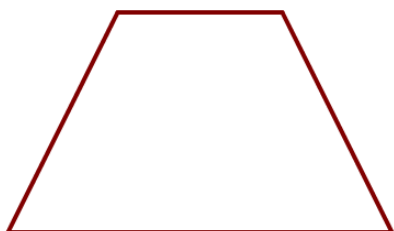
22. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, $AC=16$, $BD=20$, $AB=5$. Найдите DO.



23. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, $AC=6$, $BD=12$, $AB=4$. Найдите DO.

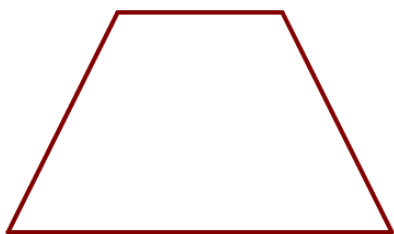
24. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, $AC=8$, $BD=14$, $AB=5$. Найдите DO.

II) Трапеция

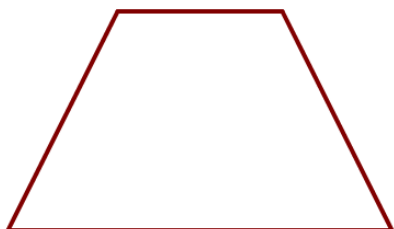


25. Один из углов равнобедренной трапеции равен 74° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

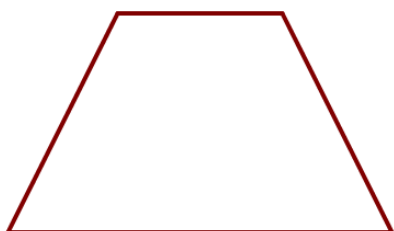
26. Один из углов равнобедренной трапеции равен 55° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



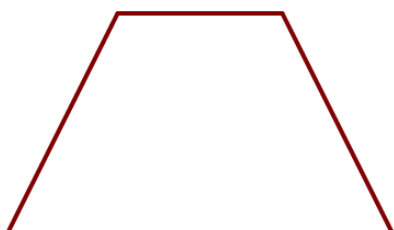
27. Один из углов равнобедренной трапеции равен 131° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



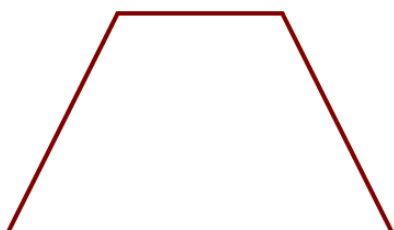
28. Один из углов равнобедренной трапеции равен 108° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



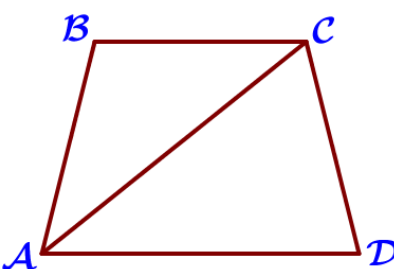
29. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 46° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.



30. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 78° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.



31. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 102° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.



32. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 94° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

33. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 218° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

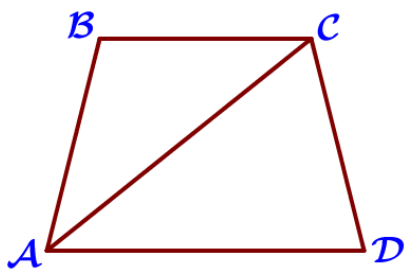
34. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 268° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

35. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 244° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

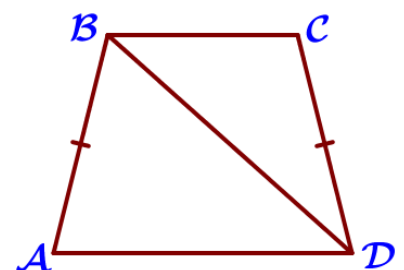
36. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 352° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

37. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 62° и 9° соответственно.

38. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 46° и 1° соответственно.



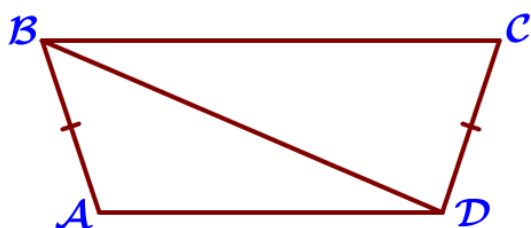
39. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 33° и 13° соответственно.



40. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 11° и 60° соответственно.

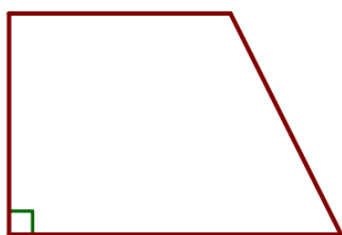
41. В трапеции ABCD $AB=CD$, $\angle BDA=38^\circ$ и $\angle BDC=32^\circ$. Найдите $\angle ABD$. Ответ дайте в градусах.

42. В трапеции ABCD $AB=CD$, $\angle BDA=40^\circ$ и $\angle BDC=24^\circ$. Найдите $\angle ABD$. Ответ дайте в градусах.



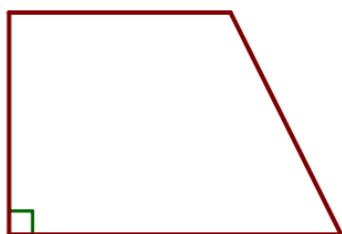
43. В трапеции ABCD $AB=CD$, $\angle BDA=14^\circ$ и $\angle BDC=106^\circ$. Найдите $\angle ABD$. Ответ дайте в градусах.

44. В трапеции ABCD $AB=CD$, $\angle BDA=18^\circ$ и $\angle BDC=97^\circ$. Найдите $\angle ABD$. Ответ дайте в градусах.



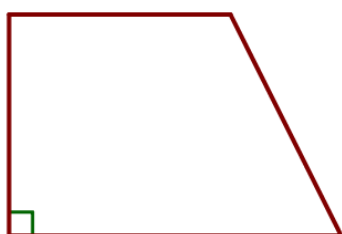
45. Один из углов прямоугольной трапеции равен 41° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

46. Один из углов прямоугольной трапеции равен 65° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



47. Один из углов прямоугольной трапеции равен 72° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

48. Один из углов прямоугольной трапеции равен 83° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



49. Один из углов прямоугольной трапеции равен 139° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

50. Один из углов прямоугольной трапеции равен 113° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

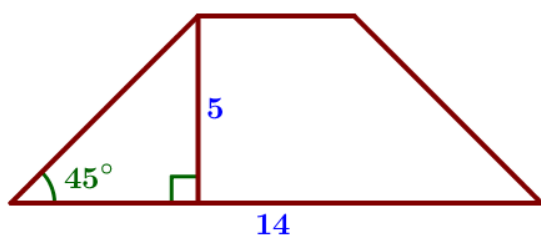


51. Один из углов прямоугольной трапеции равен 108° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

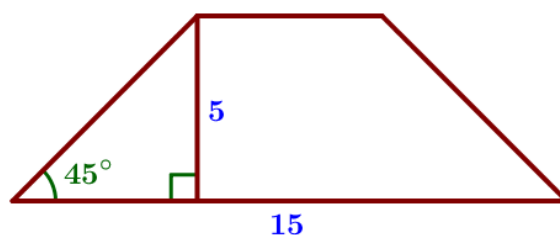
52. Один из углов прямоугольной трапеции равен 121° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

53. В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.

(a)

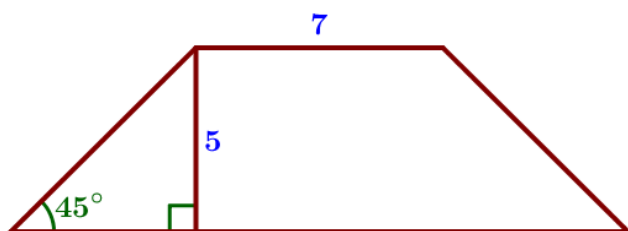


(б)

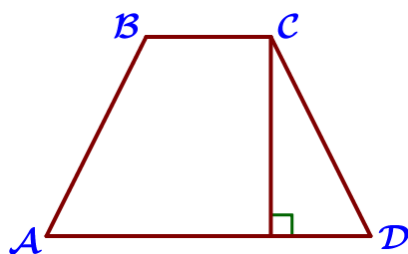
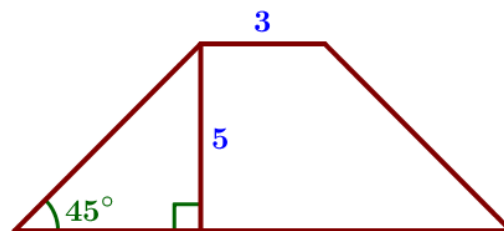


54. В равнобедренной трапеции известна высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.

(a)

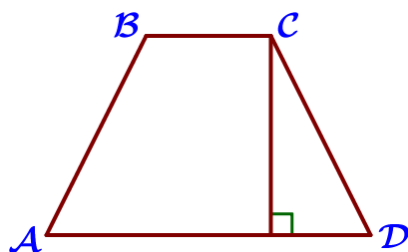


(б)



55. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 11 и 14. Найдите длину основания BC .

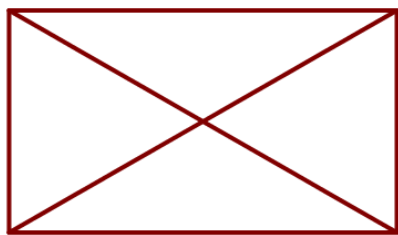
56. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 17 и 19. Найдите длину основания BC .



57. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 8 и 18. Найдите длину основания BC .

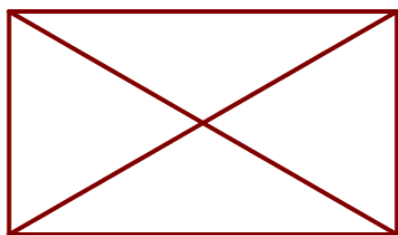
58. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 8 и 17. Найдите длину основания BC .

III) Прямоугольник



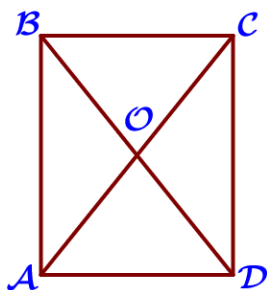
59. Диагональ прямоугольника образует угол 51° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

60. Диагональ прямоугольника образует угол 86° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



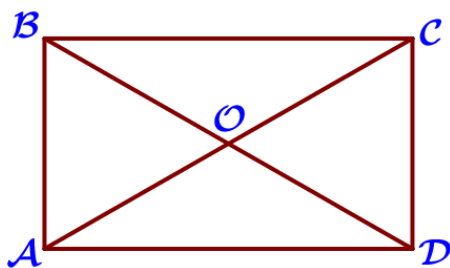
61. Диагональ прямоугольника образует угол 63° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

62. Диагональ прямоугольника образует угол 70° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



63. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, $BO=37$, $AB=56$. Найдите AC.

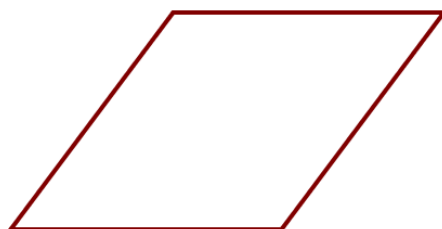
64. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, $BO=24$, $AB=45$. Найдите AC.



65. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, $BO=13$, $AB=11$. Найдите AC.

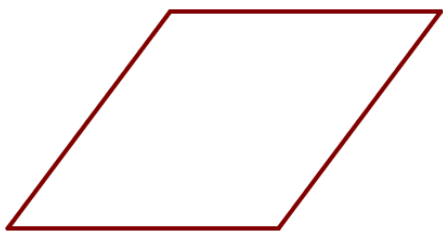
66. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, $BO=11$, $AB=10$. Найдите AC.

IV) Ромб

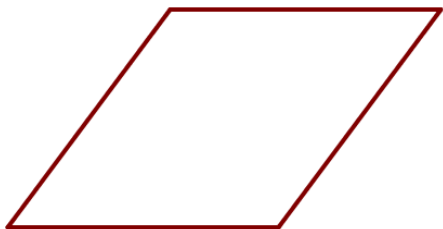


67. Один из углов ромба равен 76° . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

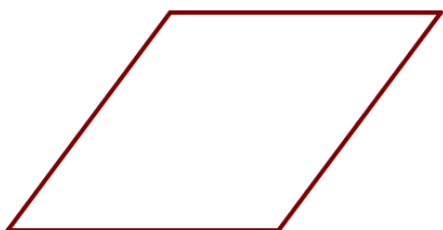
68. Один из углов ромба равен 35° . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



69. Один из углов ромба равен 43° . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



70. Один из углов ромба равен 62° . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

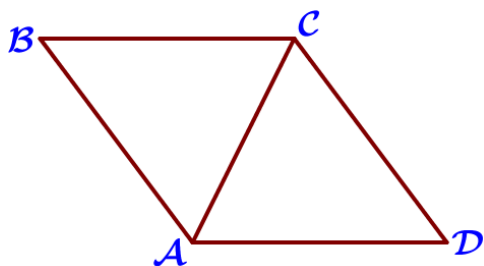


71. Один из углов ромба равен 99° . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

72. Один из углов ромба равен 93° . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

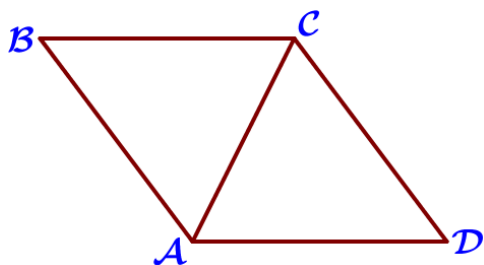
73. Один из углов ромба равен 104° . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

74. Один из углов ромба равен 127° . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



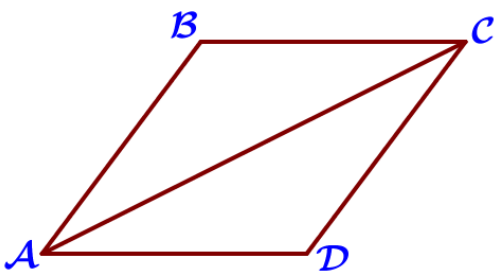
75. В ромбе ABCD угол ABC равен 82° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

76. В ромбе ABCD угол ABC равен 84° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



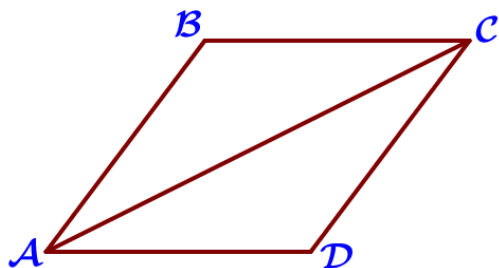
77. В ромбе ABCD угол ABC равен 68° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

78. В ромбе ABCD угол ABC равен 56° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



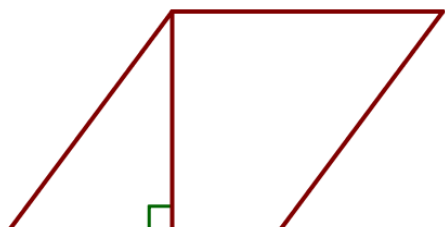
79. В ромбе ABCD угол ABC равен 134° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

80. В ромбе ABCD угол ABC равен 156° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



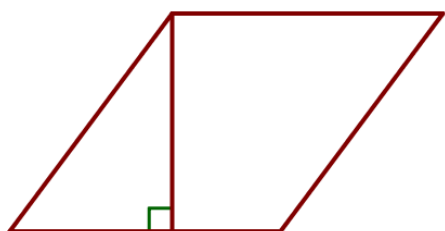
81. В ромбе ABCD угол ABC равен 102° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

82. В ромбе ABCD угол ABC равен 146° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



83. Сторона ромба равна 38, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.

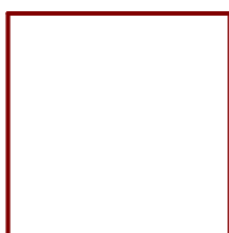
84. Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.



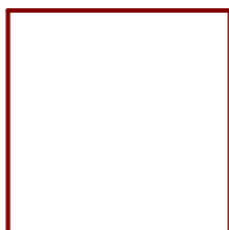
85. Сторона ромба равна 22, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.

86. Сторона ромба равна 14, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.

V) Площадь



87. Сторона квадрата равна $2\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.



88. Сторона квадрата равна $3\sqrt{3}$. Найдите площадь этого квадрата.

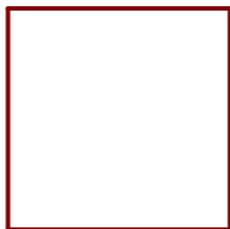


89. Сторона квадрата равна $5\sqrt{3}$. Найдите площадь этого квадрата.

90. Сторона квадрата равна $7\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

91. Периметр квадрата равен 24. Найдите площадь квадрата.

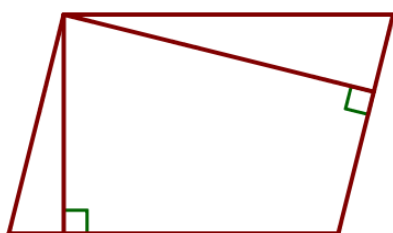
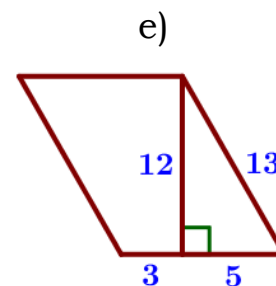
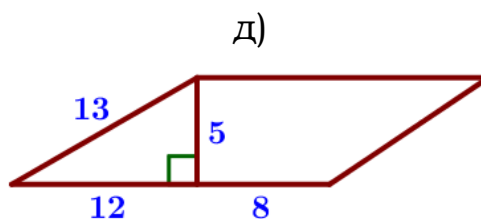
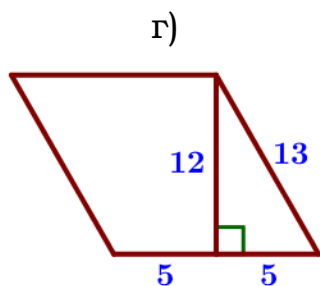
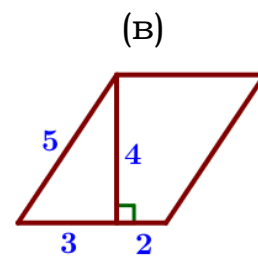
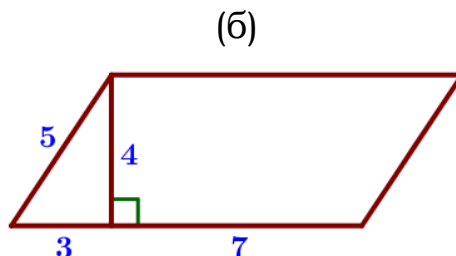
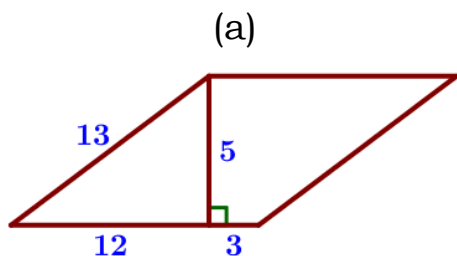
92. Периметр квадрата равен 56. Найдите площадь квадрата.



93. Периметр квадрата равен 68. Найдите площадь квадрата.

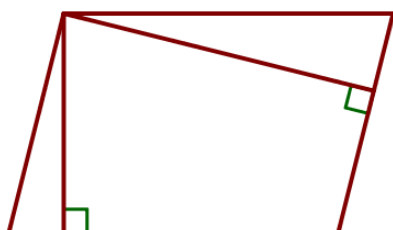
94. Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь квадрата.

95. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке:



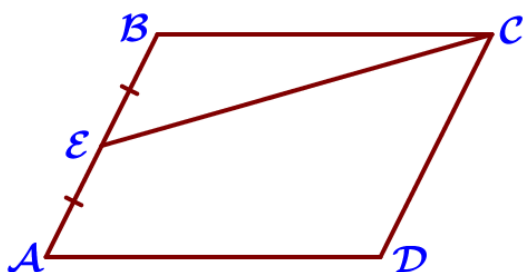
96. Площадь параллелограмма равна 32, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

97. Площадь параллелограмма равна 54, а две его стороны равны 9 и 18. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



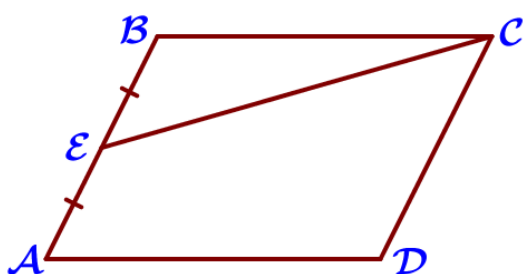
98. Площадь параллелограмма равна 60, а две его стороны равны 4 и 20. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

99. Площадь параллелограмма равна 48, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

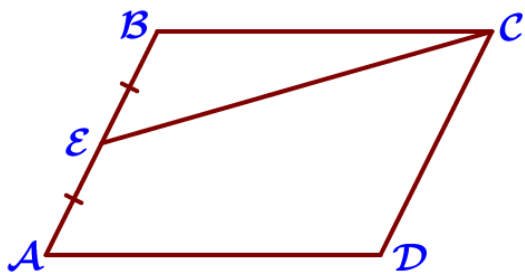


100. Площадь параллелограмма ABCD равна 68. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

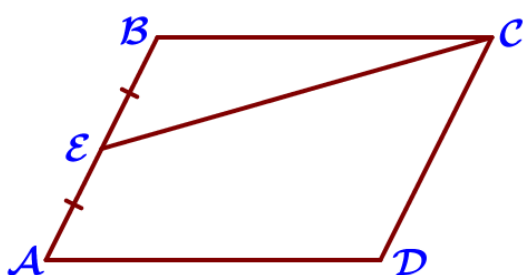
101. Площадь параллелограмма ABCD равна 44. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



102. Площадь параллелограмма ABCD равна 132. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

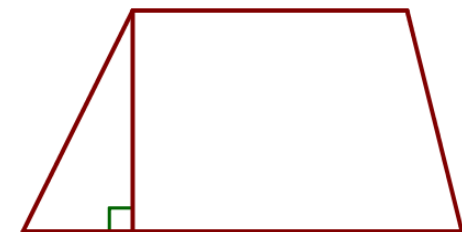


103. Площадь параллелограмма ABCD равна 196. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



104. Площадь параллелограмма ABCD равна 60. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.

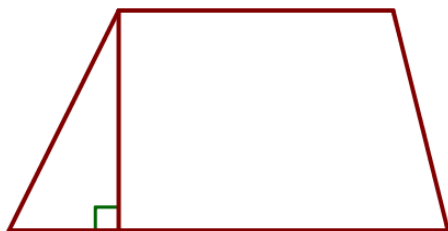
105. Площадь параллелограмма ABCD равна 76. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.



106. Площадь параллелограмма ABCD равна 180. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.

107. Площадь параллелограмма ABCD равна 128. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.

108. Основания трапеции равны 4 и 10, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.



109. Основания трапеции равны 7 и 19, а высота равна 6. Найдите площадь этой трапеции.

110. Основания трапеции равны 13 и 23, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.

111. Основания трапеции равны 6 и 14, а высота равна 8. Найдите площадь этой трапеции.



112. В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.



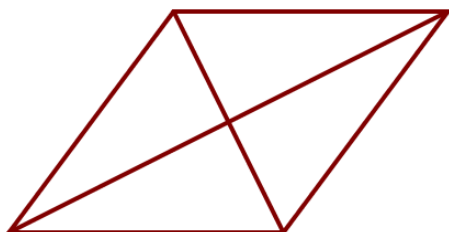
113. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.



114. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.

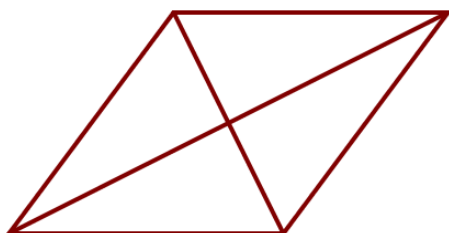


115. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 7, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.



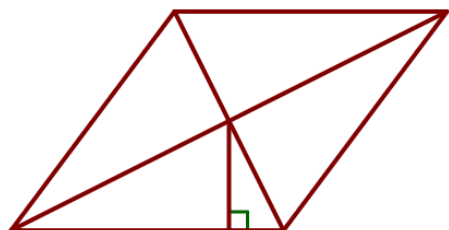
116. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 10 и 6.

117. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 32 и 4.



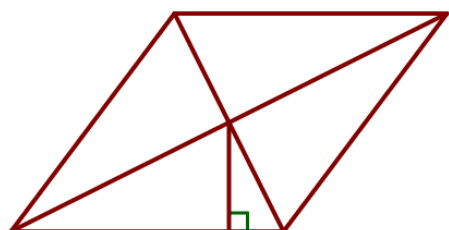
118. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 19 и 6.

119. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 34 и 4.



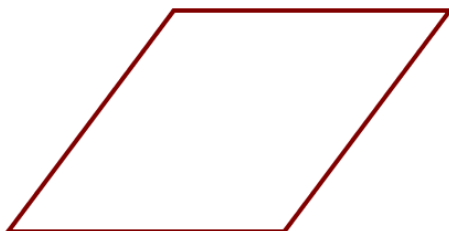
120. Сторона ромба равна 5, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь ромба.

121. Сторона ромба равна 9, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба.



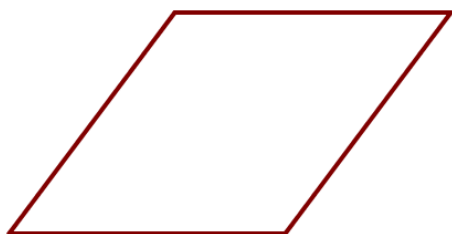
122. Сторона ромба равна 12, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 4. Найдите площадь ромба.

123. Сторона ромба равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь ромба.



124. Периметр ромба равен 20, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

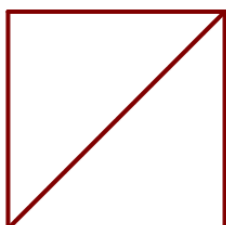
125. Периметр ромба равен 28, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.



126. Периметр ромба равен 56, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

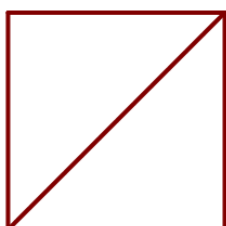
127. Периметр ромба равен 48, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

VI) Теорема Пифагора



128. Сторона квадрата равна $7\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

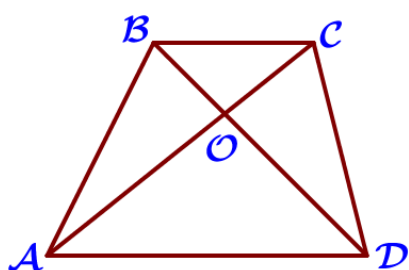
129. Сторона квадрата равна $11\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



130. Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

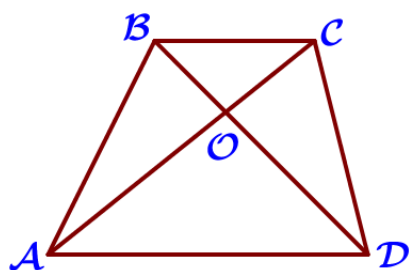
131. Сторона квадрата равна $9\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

VII) Подобные треугольники



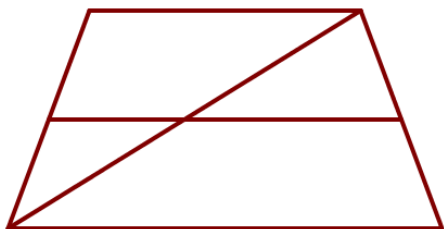
132. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, $BC=6$, $AD=13$, $AC=38$. Найдите AO.

133. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, $BC=2$, $AD=8$, $AC=40$. Найдите AO.



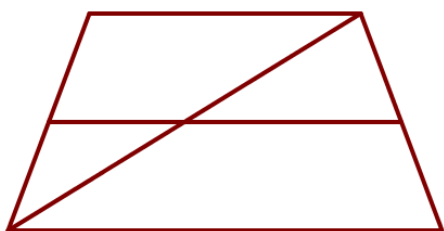
134. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, $BC=7$, $AD=9$, $AC=32$. Найдите AO.

135. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, $BC=11$, $AD=15$, $AC=52$. Найдите AO.

VIII) Средняя линия трапеции

136. Основания трапеции равны 14 и 19. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

137. Основания трапеции равны 2 и 9. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



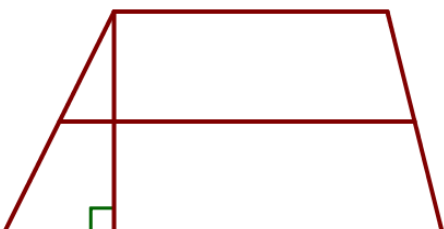
138. Основания трапеции равны 3 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

139. Основания трапеции равны 1 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



140. Основания трапеции равны 3 и 9, а высота равна 5. Найдите среднюю линию этой трапеции.

141. Основания трапеции равны 2 и 12, а высота равна 6. Найдите среднюю линию этой трапеции.



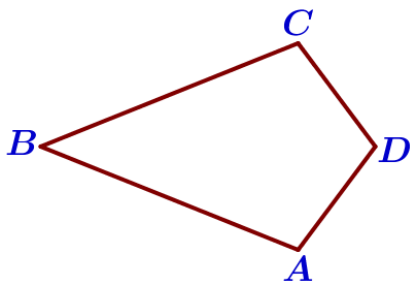
142. Основания трапеции равны 5 и 11, а высота равна 7. Найдите среднюю линию этой трапеции.

143. Основания трапеции равны 4 и 14, а высота равна 7. Найдите среднюю линию этой трапеции.

17. Четырехугольники

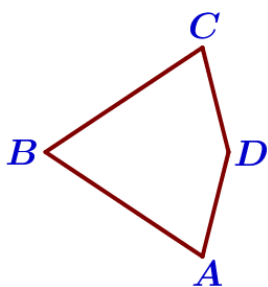
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

1) Четырехугольники



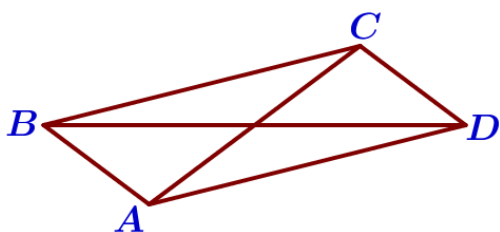
1. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B=60^\circ$, $\angle D=110^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B=14^\circ$, $\angle D=74^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.



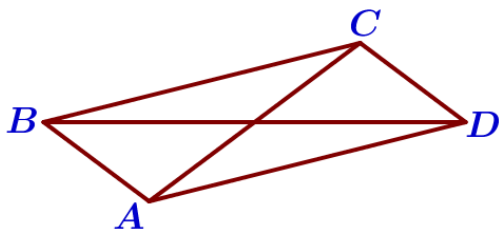
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B=8^\circ$, $\angle D=166^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B=77^\circ$, $\angle D=141^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.



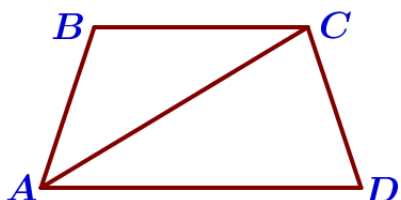
5. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD=104^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

6. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD=122^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

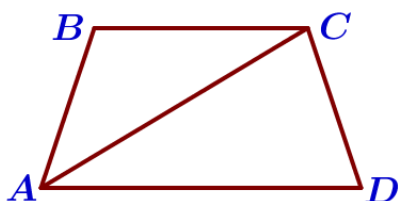


7. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD=168^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

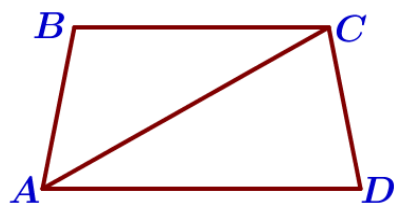
8. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD=146^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



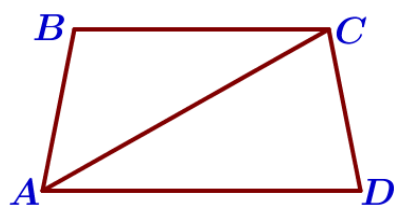
9. Найдите угол ABC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 30° и 80° соответственно.



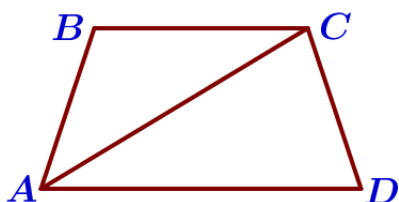
10. Найдите угол ABC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 20° и 100° соответственно.



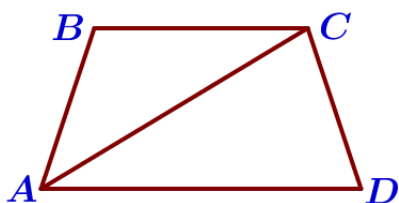
11. Найдите угол ADC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы, равные 30° и 50° соответственно.



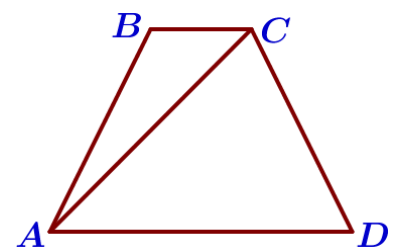
12. Найдите угол ADC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы, равные 30° и 40° соответственно.



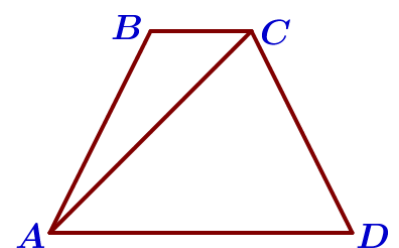
13. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной CD углы, равные 30° и 105° соответственно.



14. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной CD углы, равные 25° и 100° соответственно.



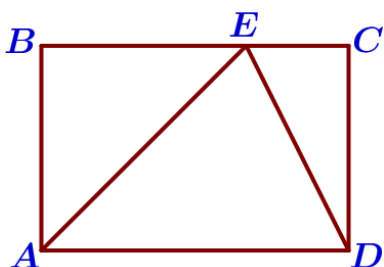
15. В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $AC=AD$ и $\angle ABC=95^\circ$. Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



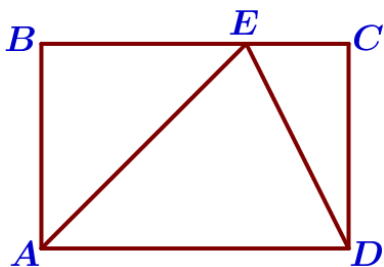
16. В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $AC=AD$ и $\angle ABC=103^\circ$. Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.

17. В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $AC=AD$ и $\angle ABC=115^\circ$. Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.

18. В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $AC=AD$ и $\angle ABC=109^\circ$. Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



19. На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого $AB=24$ и $AD=31$, отмечена точка E так, что $\angle EAB=45^\circ$. Найдите ED.

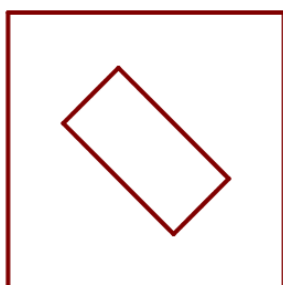


20. На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого $AB=10$ и $AD=34$, отмечена точка E так, что $\angle EAB=45^\circ$. Найдите ED.

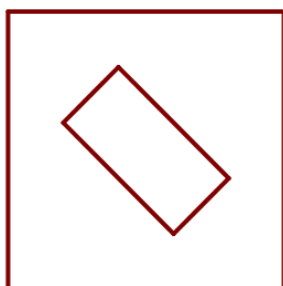
21. На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого $AB=72$ и $AD=126$, отмечена точка E так, что $\angle EAB=45^\circ$. Найдите ED.

22. На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого $AB=30$ и $AD=102$, отмечена точка E так, что $\angle EAB=45^\circ$. Найдите ED.

II) Площадь



23. Из квадрата со стороной 8 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника: 4 и 1.



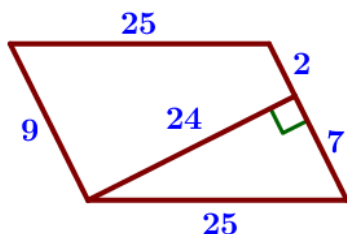
24. Из квадрата со стороной 7 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника: 5 и 3.

25. Из квадрата со стороной 6 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника: 2 и 3.

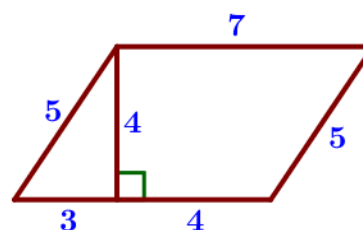
26. Из квадрата со стороной 9 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника: 3 и 6.

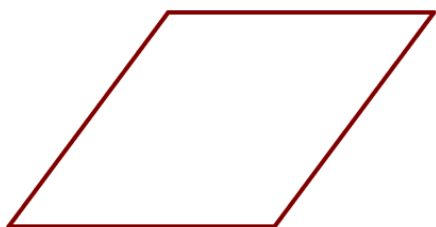
27. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

(а)



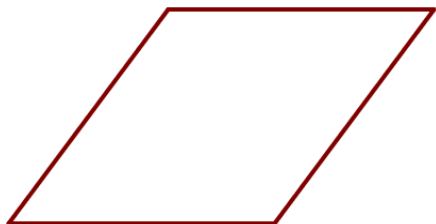
(б)





28. Площадь ромба равна 15, а периметр равен 20. Найдите высоту ромба.

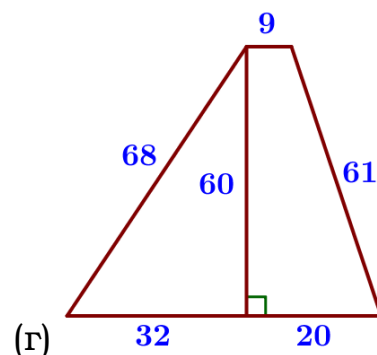
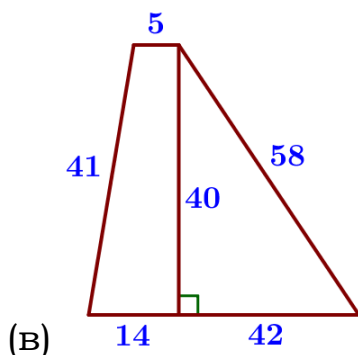
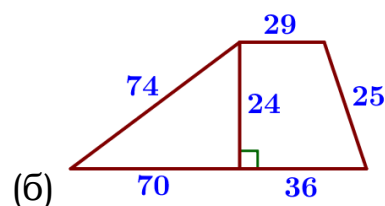
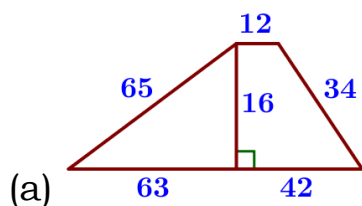
29. Площадь ромба равна 18, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.



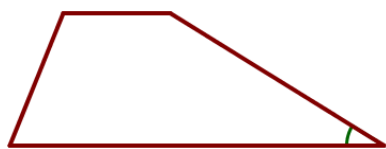
30. Площадь ромба равна 5, а периметр равен 20. Найдите высоту ромба.

31. Площадь ромба равна 6, а периметр равен 24. Найдите высоту ромба.

32. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

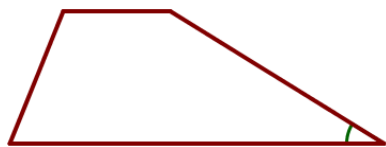


33. Боковая сторона трапеции равна 3, а один из прилежащих к ней углов равен 30° . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2 и 6.



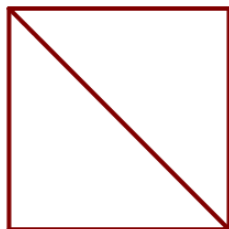
34. Боковая сторона трапеции равна 4, а один из прилежащих к ней углов равен 30° . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2 и 5.

35. Боковая сторона трапеции равна 5, а один из прилежащих к ней углов равен 30° . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 3 и 9.



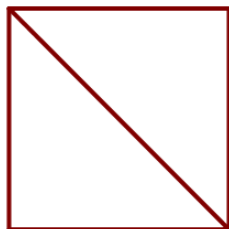
36. Боковая сторона трапеции равна 4, а один из прилежащих к ней углов равен 30° . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2 и 7.

III) Теорема Пифагора



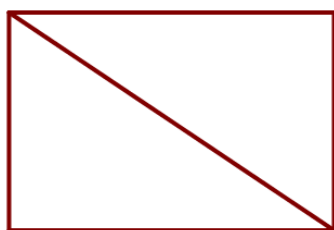
37. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.

38. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 21.



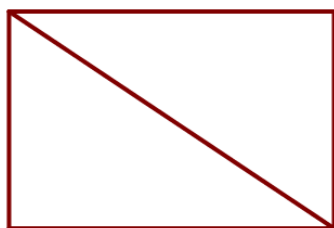
39. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 50.

40. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 38.



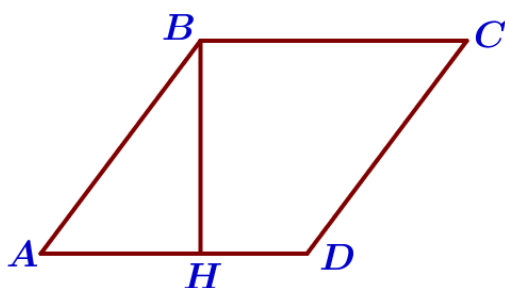
41. В прямоугольнике одна сторона равна 6, а диагональ равна 10. Найдите площадь прямоугольника.

42. В прямоугольнике одна сторона равна 84, а диагональ равна 91. Найдите площадь прямоугольника.



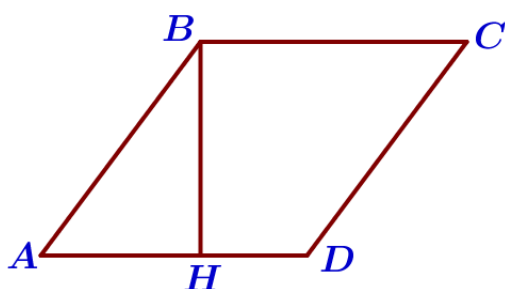
43. В прямоугольнике одна сторона равна 52, а диагональ равна 65. Найдите площадь прямоугольника.

44. В прямоугольнике одна сторона равна 24, а диагональ равна 74. Найдите площадь прямоугольника.



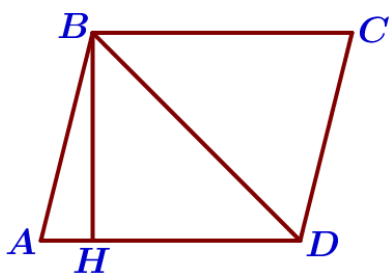
45. Высота BH ромба ABCD делит его сторону AD на отрезки $AH=54$ и $HD=36$. Найдите площадь ромба.

46. Высота BH ромба ABCD делит его сторону AD на отрезки $AH=15$ и $HD=2$. Найдите площадь ромба.



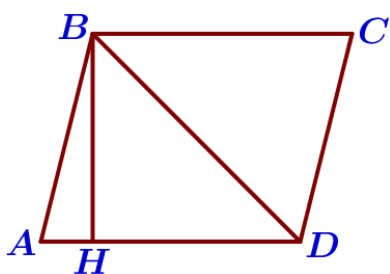
47. Высота BH ромба ABCD делит его сторону AD на отрезки $AH=21$ и $HD=54$. Найдите площадь ромба.

48. Высота BH ромба ABCD делит его сторону AD на отрезки $AH=11$ и $HD=50$. Найдите площадь ромба.



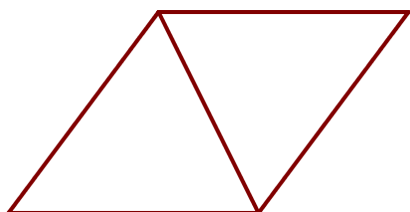
49. Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=7$ и $HD=24$. Диагональ параллелограмма BD равна 51 . Найдите площадь параллелограмма.

50. Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=8$ и $HD=40$. Диагональ параллелограмма BD равна 50 . Найдите площадь параллелограмма.



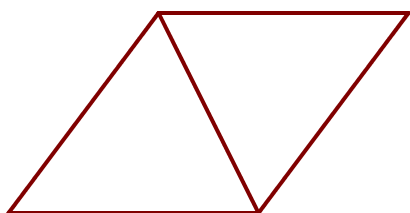
51. Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=2$ и $HD=64$. Диагональ параллелограмма BD равна 80 . Найдите площадь параллелограмма.

52. Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=6$ и $HD=75$. Диагональ параллелограмма BD равна 85 . Найдите площадь параллелограмма.



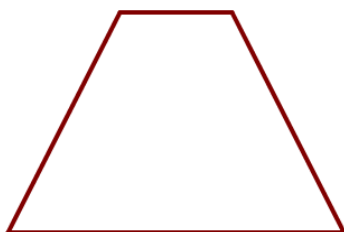
53. Сторона ромба равна 29 , а диагональ равна 42 . Найдите площадь ромба.

54. Сторона ромба равна 73 , а диагональ равна 110 . Найдите площадь ромба.



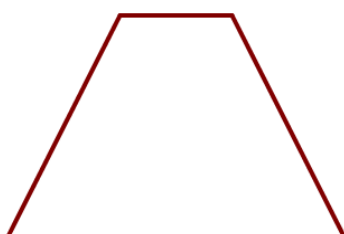
55. Сторона ромба равна 95 , а диагональ равна 114 . Найдите площадь ромба.

56. Сторона ромба равна 52 , а диагональ равна 96 . Найдите площадь ромба.



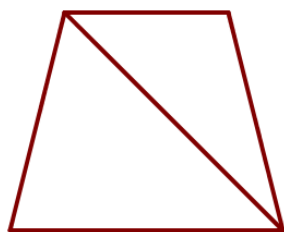
57. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 18 , а ее боковые стороны равны 10 . Найдите площадь трапеции.

58. Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 13 , а ее боковые стороны равны 5 . Найдите площадь трапеции.

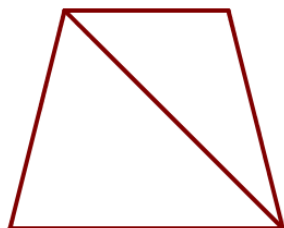


59. Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 15 , а ее боковые стороны равны 13 . Найдите площадь трапеции.

60. Основания равнобедренной трапеции равны 2 и 14 , а ее боковые стороны равны 10 . Найдите площадь трапеции.



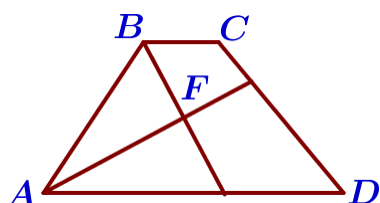
61. Основания равнобедренной трапеции равны 33 и 75, боковая сторона 75. Найдите длину диагонали трапеции.



62. Основания равнобедренной трапеции равны 21 и 57, боковая сторона 82. Найдите длину диагонали трапеции.

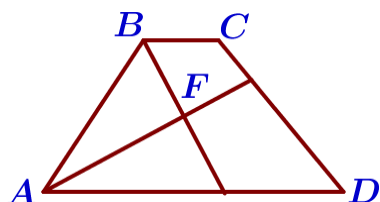
63. Основания равнобедренной трапеции равны 41 и 69, боковая сторона 50. Найдите длину диагонали трапеции.

64. Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 63, боковая сторона 30. Найдите длину диагонали трапеции.



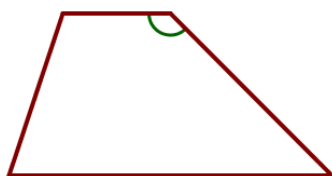
65. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции ABCD пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 12$, $BF = 5$.

66. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции ABCD пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 8$, $BF = 15$.

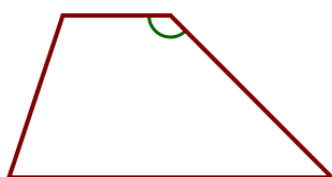


67. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции ABCD пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 24$, $BF = 10$.

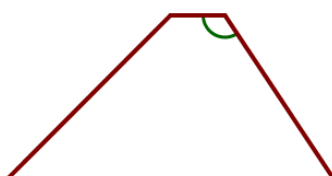
68. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции ABCD пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 24$, $BF = 32$.



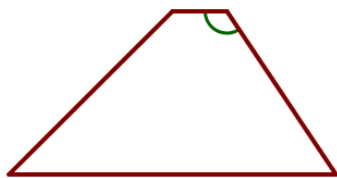
69. Основания трапеции равны 6 и 20, одна из боковых сторон равна $13\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135° . Найдите площадь трапеции.



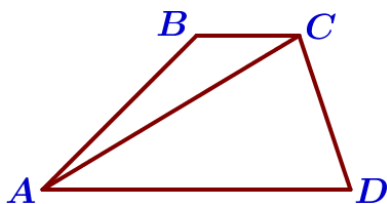
70. Основания трапеции равны 3 и 16, одна из боковых сторон равна $16\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135° . Найдите площадь трапеции.



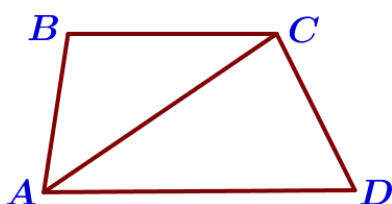
71. Основания трапеции равны 6 и 30, одна из боковых сторон равна $7\sqrt{3}$, а угол между ней и одним из оснований равен 120° . Найдите площадь трапеции.



72. Основания трапеции равны 1 и 7, одна из боковых сторон равна $23\sqrt{3}$, а угол между ней и одним из оснований равен 120° . Найдите площадь трапеции.



73. В трапеции ABCD известно, что $AD=4$, $BC=2$, а её площадь равна 69. Найдите площадь треугольника ABC.

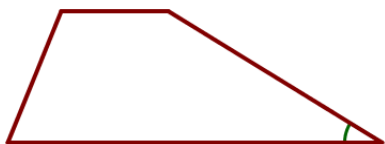


74. В трапеции ABCD известно, что $AD=6$, $BC=5$, а её площадь равна 22. Найдите площадь треугольника ABC.

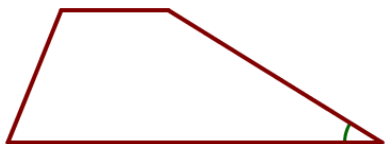
75. В трапеции ABCD известно, что $AD=9$, $BC=6$, а её площадь равна 75. Найдите площадь треугольника ABC.

76. В трапеции ABCD известно, что $AD=7$, $BC=5$, а её площадь равна 72. Найдите площадь треугольника ABC.

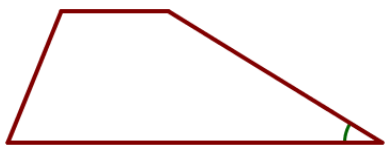
IV) Синус, косинус, тангенс острого угла



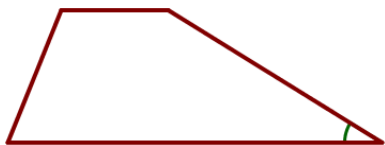
77. Основания трапеции равны 9 и 72, одна из боковых сторон равна 30, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{5}{9}$. Найдите площадь трапеции.



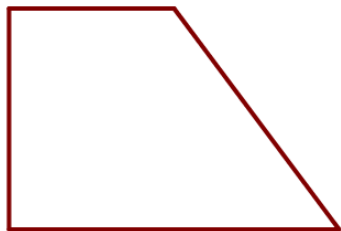
78. Основания трапеции равны 5 и 45, одна из боковых сторон равна 13, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{2}{5}$. Найдите площадь трапеции.



79. Основания трапеции равны 9 и 54, одна из боковых сторон равна 27, а косинус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{\sqrt{65}}{9}$. Найдите площадь трапеции.

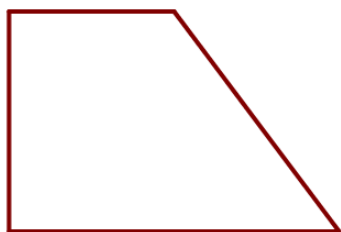


80. Основания трапеции равны 7 и 56, одна из боковых сторон равна 21, а косинус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{2\sqrt{6}}{7}$. Найдите площадь трапеции.



81. Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{7}{6}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 14.

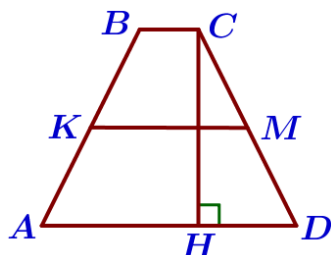
82. Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{2}{5}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 58.



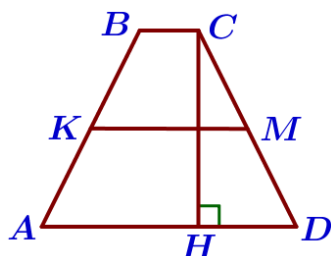
83. Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{3}{2}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 66.

84. Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{9}{2}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 54.

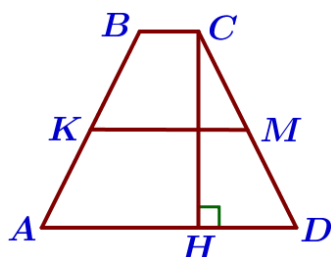
V) Средняя линия трапеции



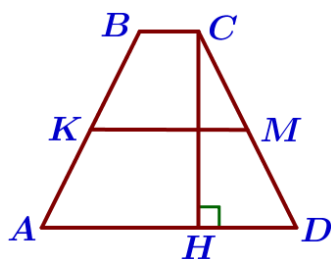
85. В трапеции ABCD боковые стороны AB и CD равны, CH – высота, проведённая к большему основанию AD. Найдите длину отрезка HD, если средняя линия KM трапеции равна 10, а меньшее основание BC равно 4.



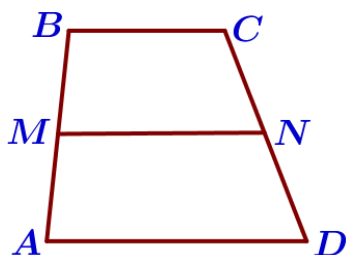
86. В трапеции ABCD боковые стороны AB и CD равны, CH – высота, проведённая к большему основанию AD. Найдите длину отрезка HD, если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 6.



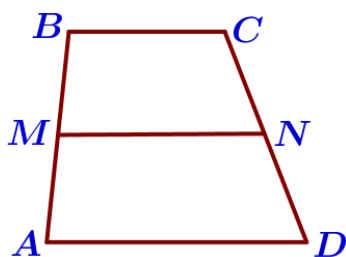
87. В трапеции ABCD боковые стороны AB и CD равны, CH – высота, проведённая к большему основанию AD. Найдите длину отрезка HD, если средняя линия KM трапеции равна 12, а меньшее основание BC равно 4.



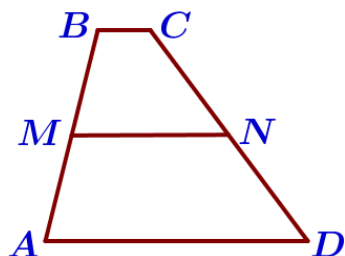
88. В трапеции ABCD боковые стороны AB и CD равны, CH – высота, проведённая к большему основанию AD. Найдите длину отрезка HD, если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 4.



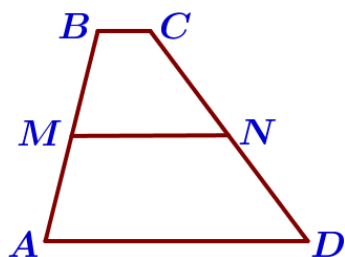
89. В трапеции ABCD известно, что $AD=4$, $BC=3$, а её площадь равна 84. Найдите площадь трапеции BCNM, где MN – средняя линия трапеции ABCD.



90. В трапеции ABCD известно, что $AD=8$, $BC=5$, а её площадь равна 52. Найдите площадь трапеции BCNM, где MN – средняя линия трапеции ABCD.



91. В трапеции ABCD известно, что $AD=5$, $BC=1$, а её площадь равна 12. Найдите площадь трапеции BCNM, где MN – средняя линия трапеции ABCD.



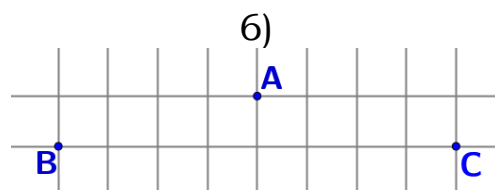
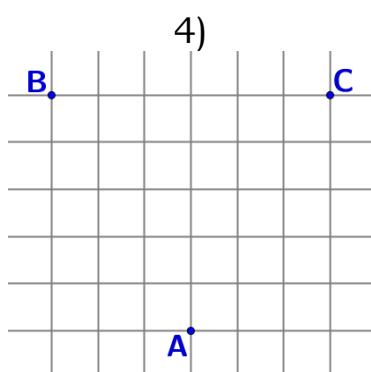
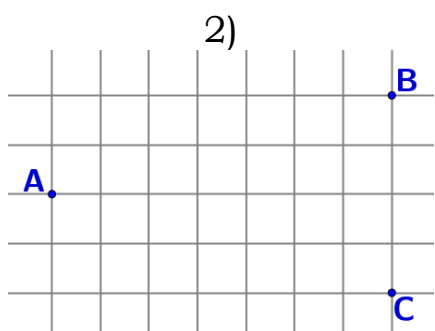
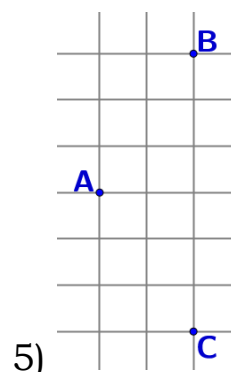
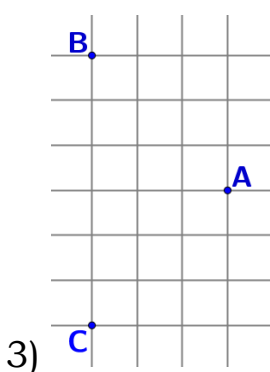
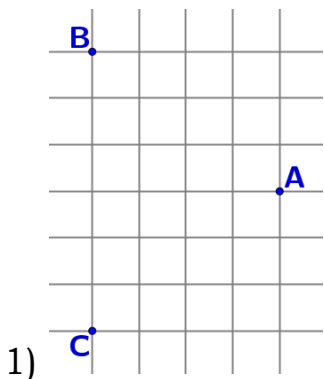
92. В трапеции ABCD известно, что $AD=4$, $BC=2$, а её площадь равна 60. Найдите площадь трапеции BCNM, где MN – средняя линия трапеции ABCD.

18. Фигуры на квадратной решётке

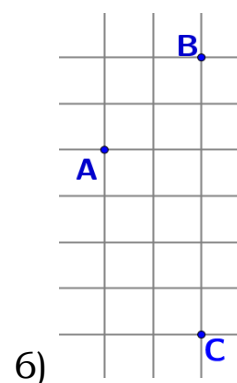
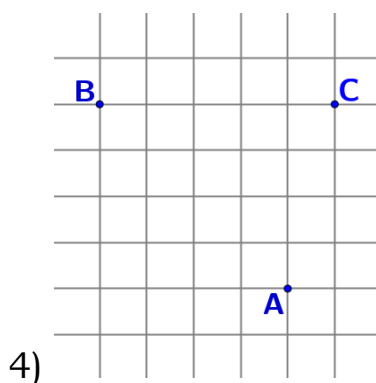
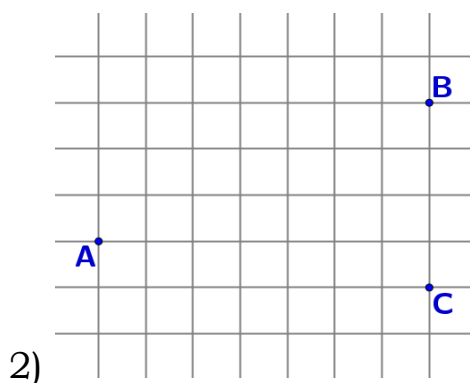
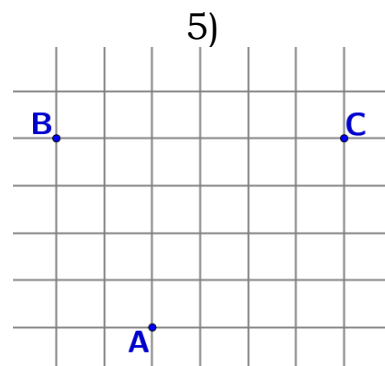
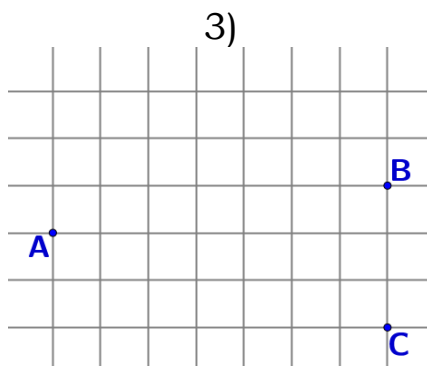
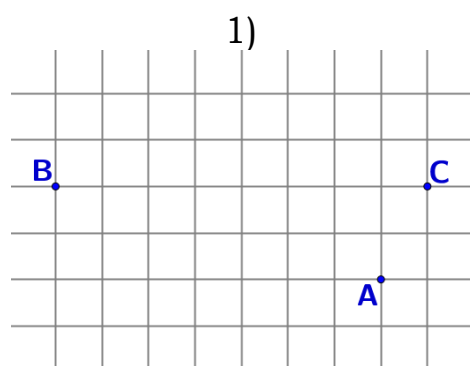
Блок 1. ФИПИ

1) Расстояние

Задание 1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. Ответ выразите в сантиметрах.

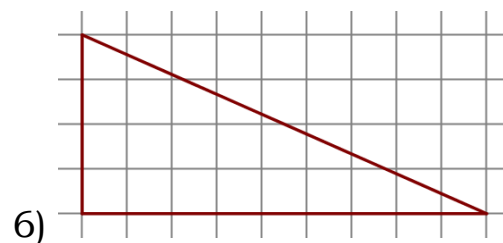
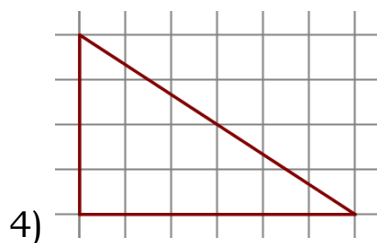
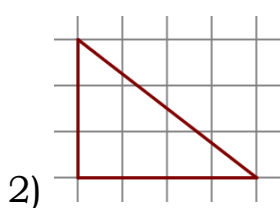
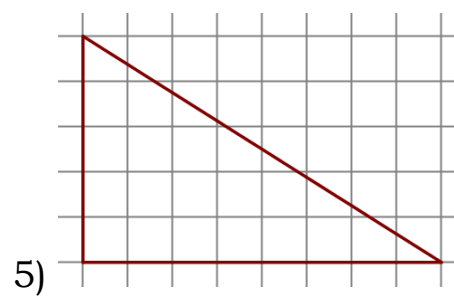
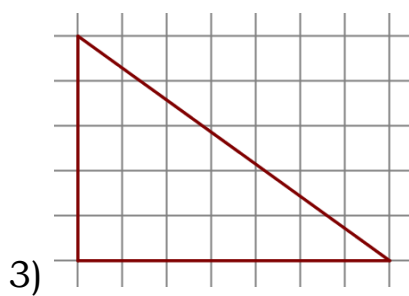
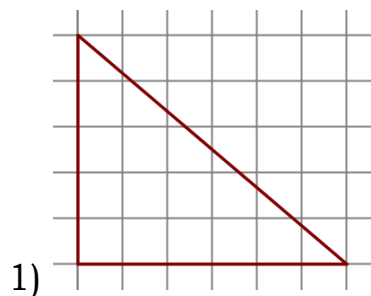


Задание 2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC. Ответ выразите в сантиметрах.

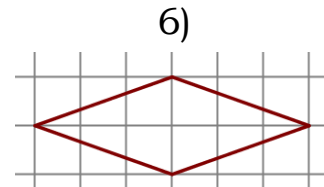
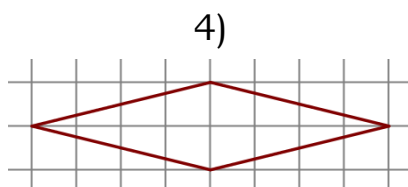
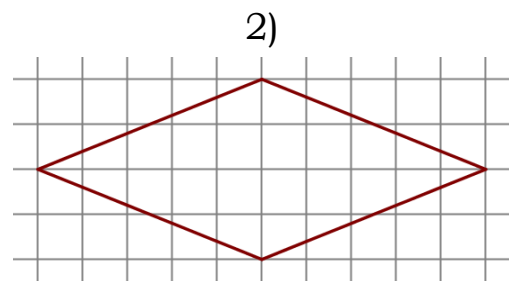
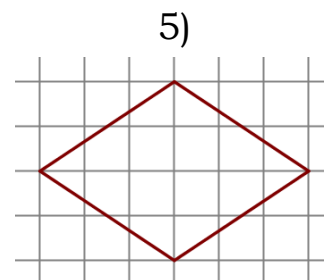
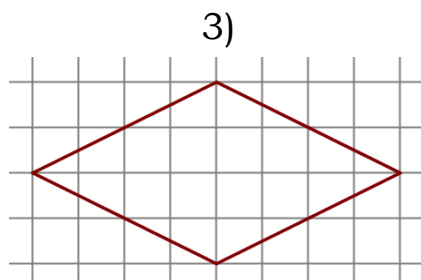
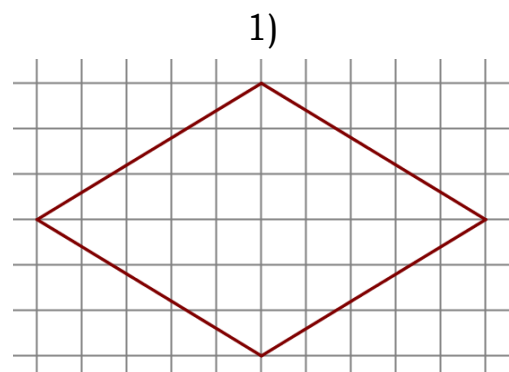


II) Длина

Задание 3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



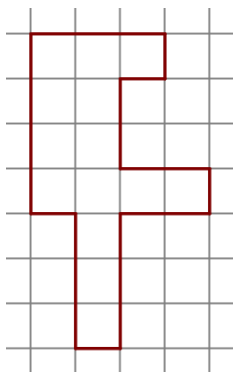
Задание 4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



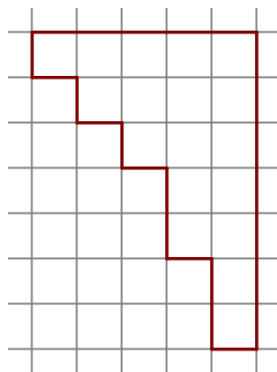
III) Площадь

Задание 5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

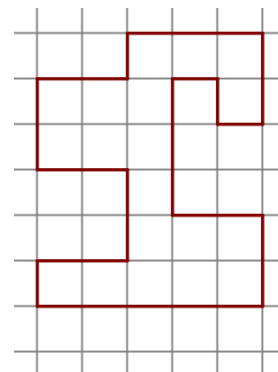
1)



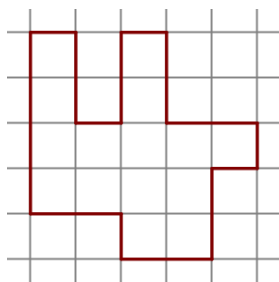
4)



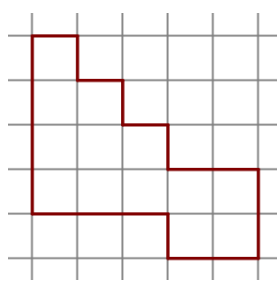
7)



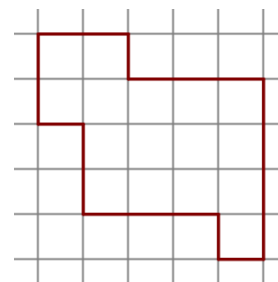
2)



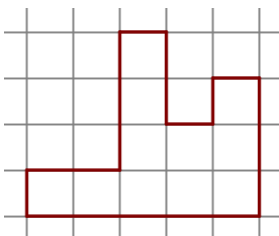
5)



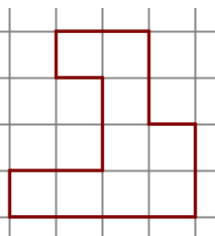
8)



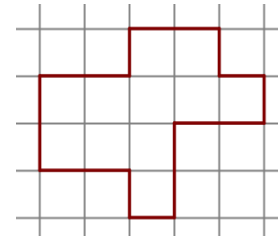
3)



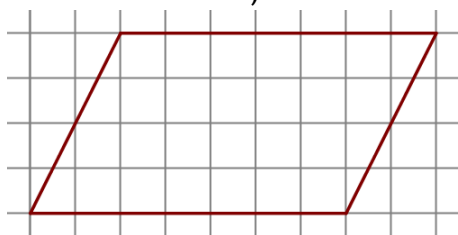
6)



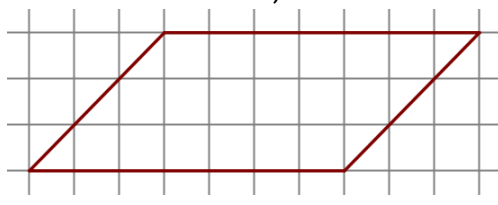
9)



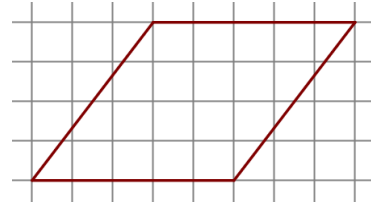
10)



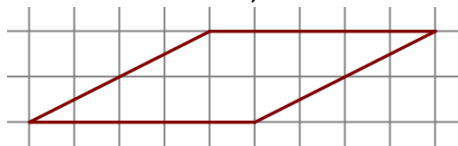
13)



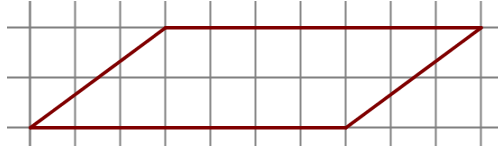
16)



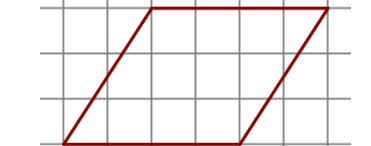
11)



14)



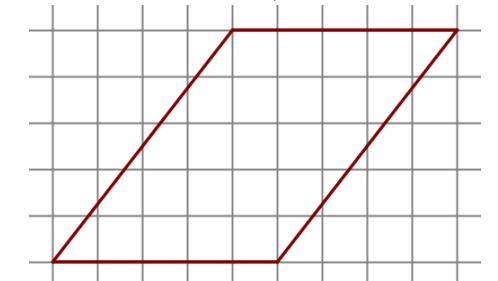
17)



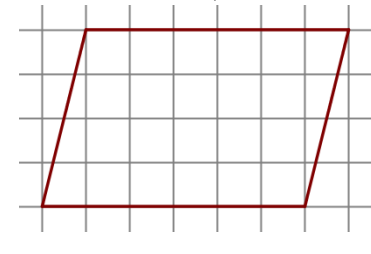
12)



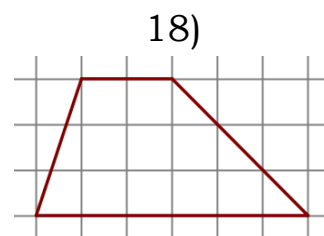
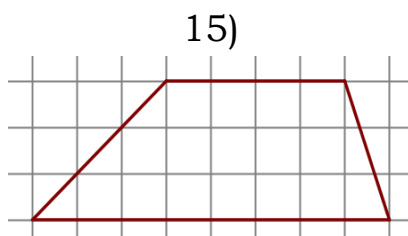
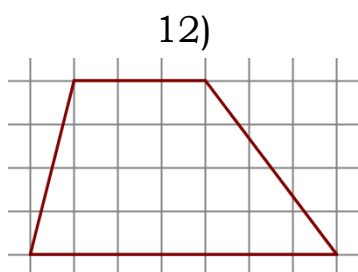
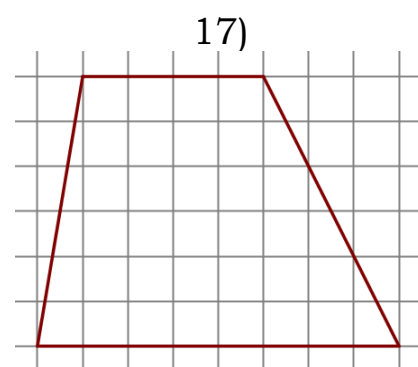
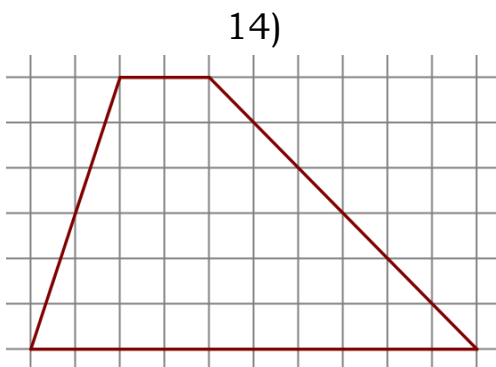
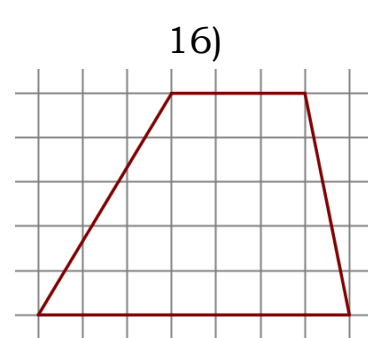
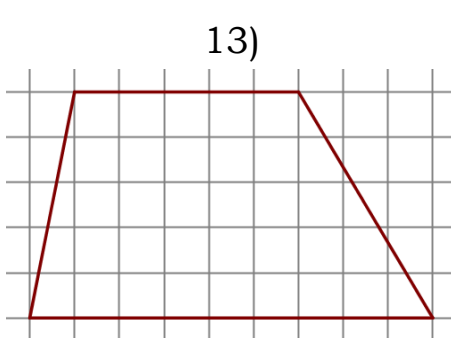
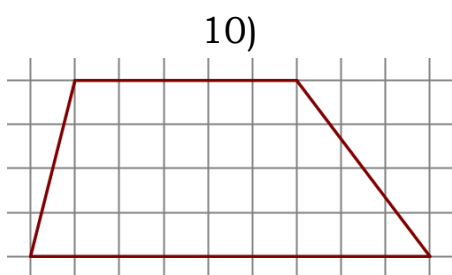
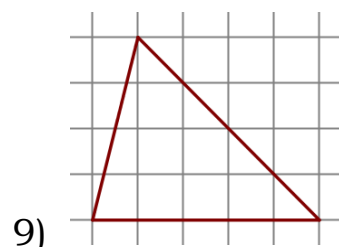
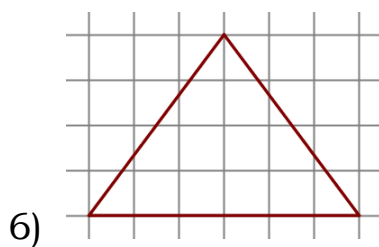
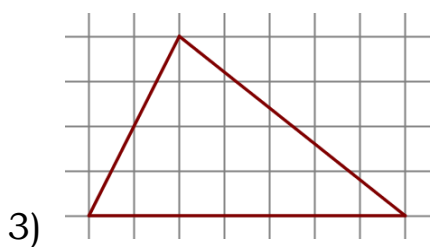
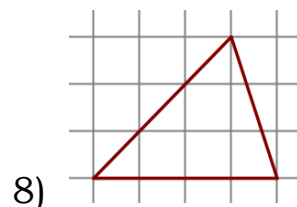
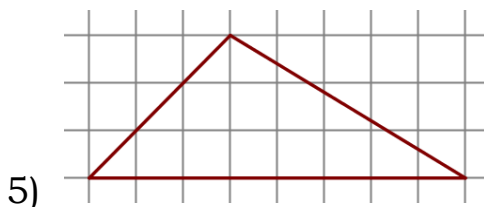
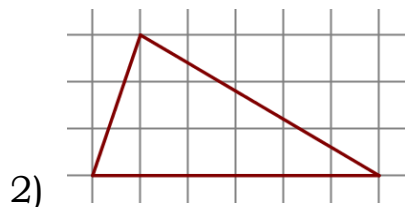
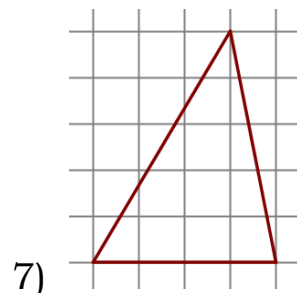
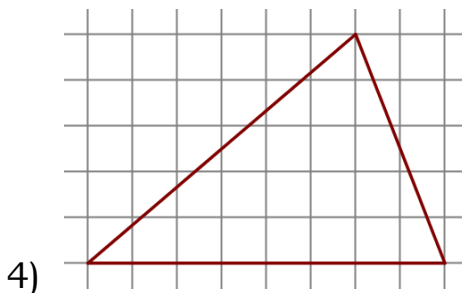
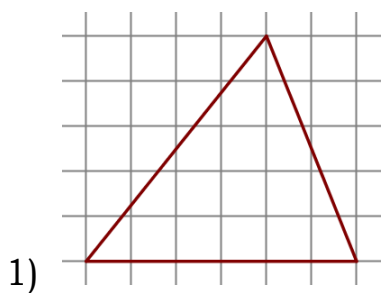
15)



18)

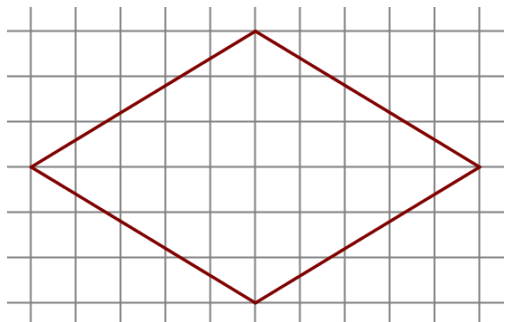


Задание 6. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

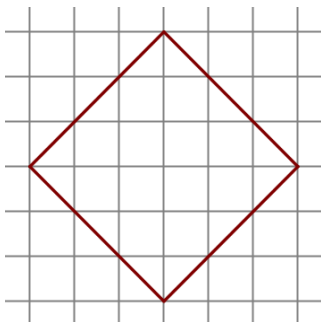


Задание 7. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см×1 см изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

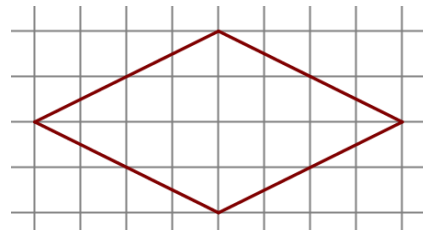
1)



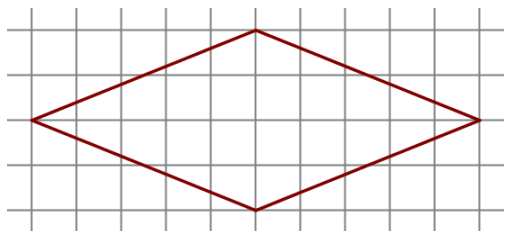
4)



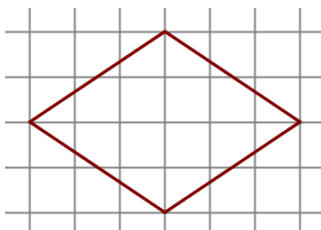
7)



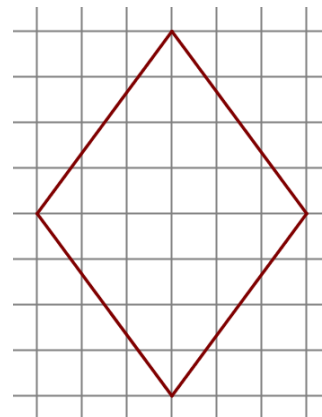
2)



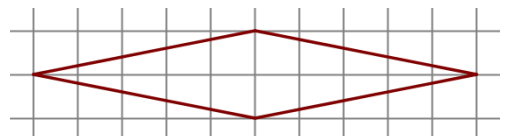
5)



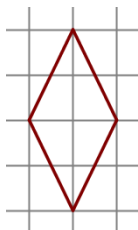
8)



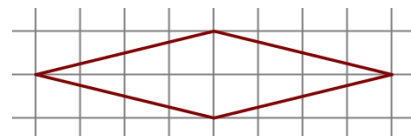
3)



6)



9)



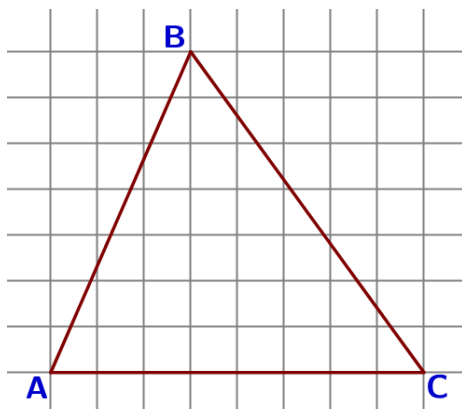
IV) Средняя линия

Задание 8. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён $\triangle ABC$. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .

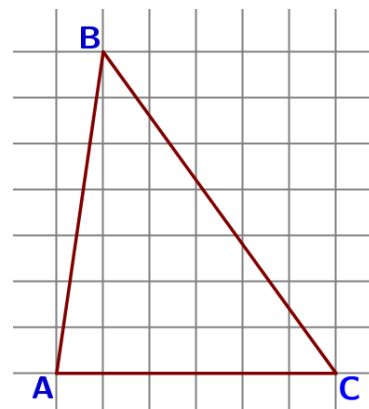
1)



2)

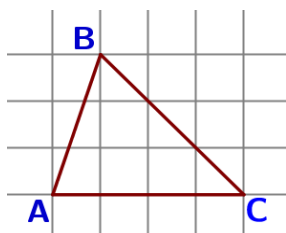


3)

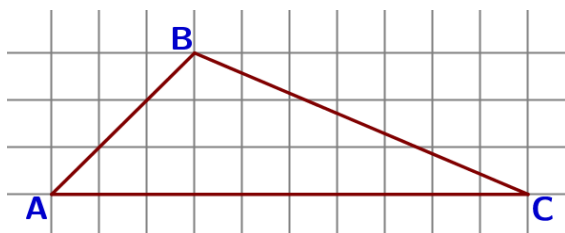


Задание 8. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён $\triangle ABC$. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .

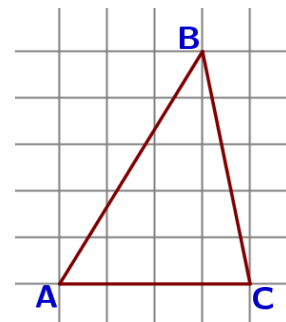
4)



5)



6)

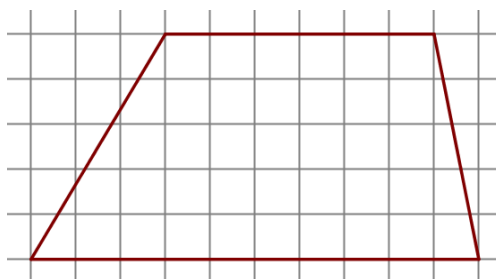


Задание 9. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

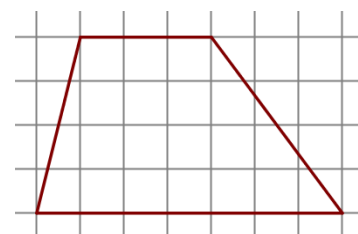
1)



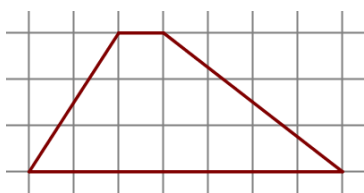
4)



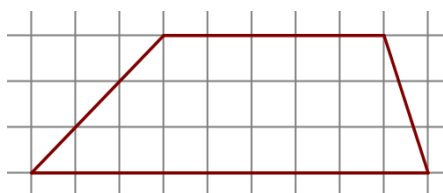
7)



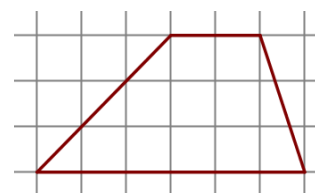
2)



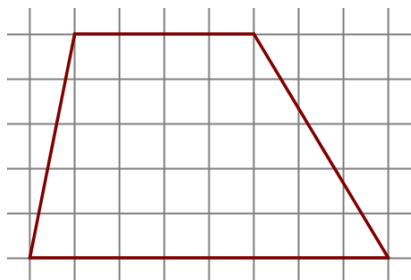
5)



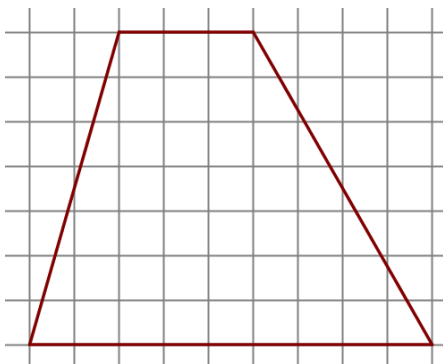
8)



3)



6)



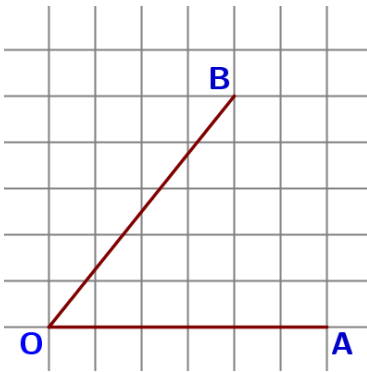
9)



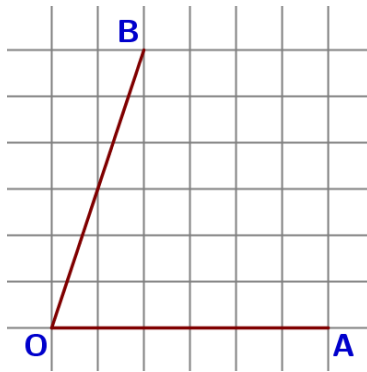
V) Тангенс угла

Задание 10. Найдите тангенс угла AOB , изображенного на рисунке.

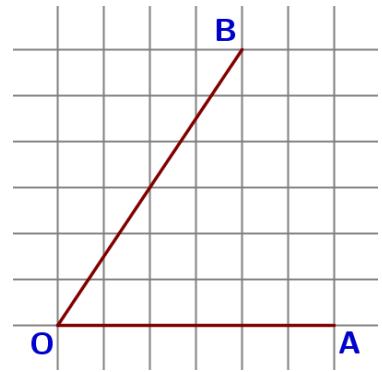
1)



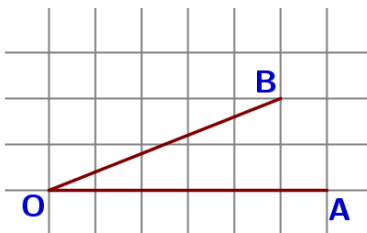
5)



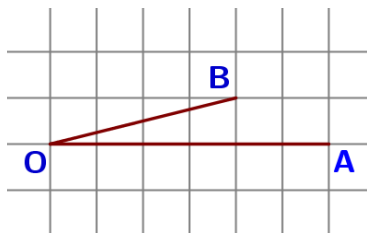
9)



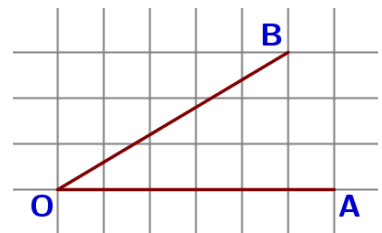
2)



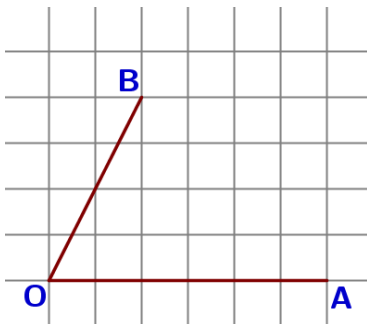
6)



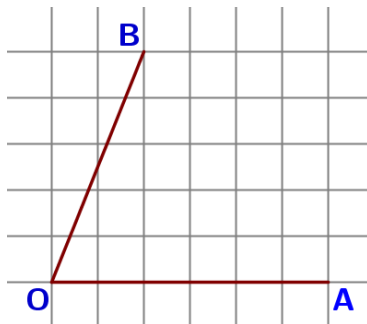
10)



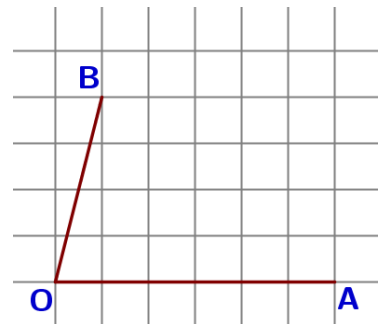
3)



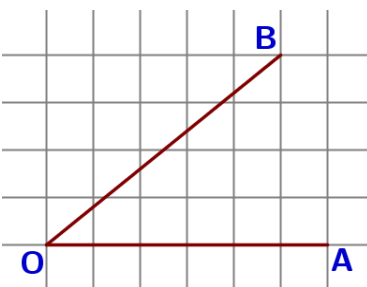
7)



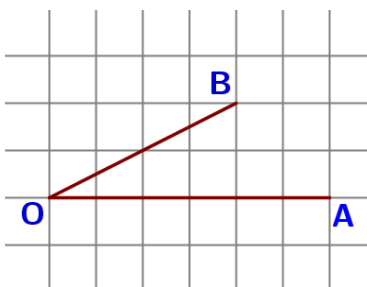
11)



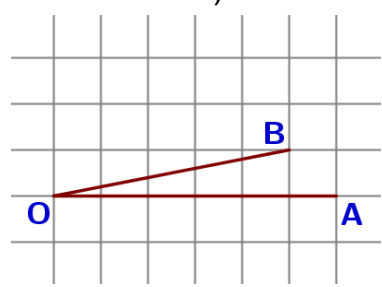
4)



8)



12)

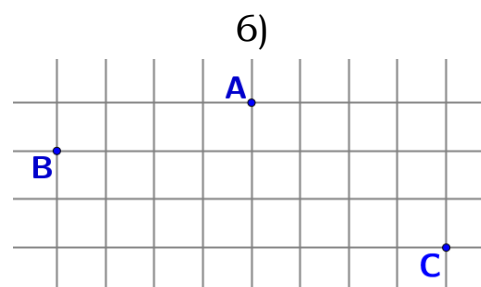
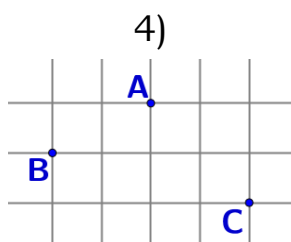
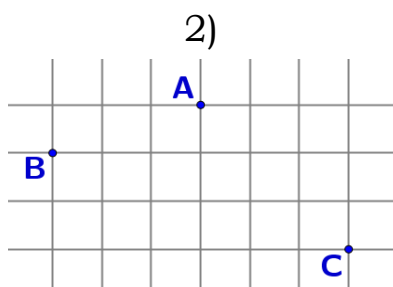
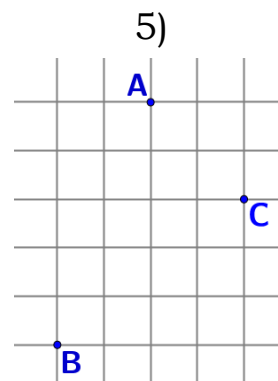
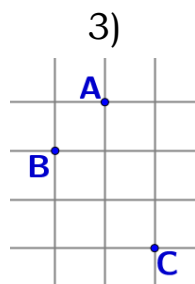
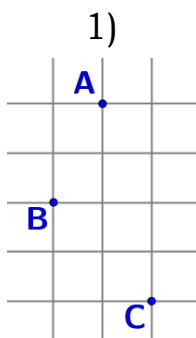


18. Фигуры на квадратной решётке

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

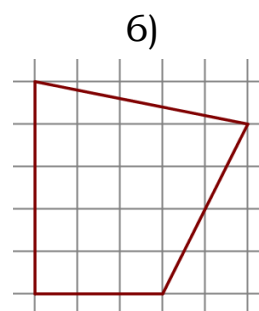
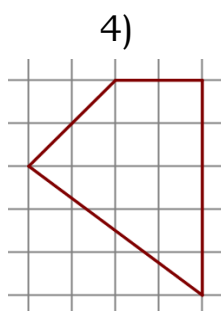
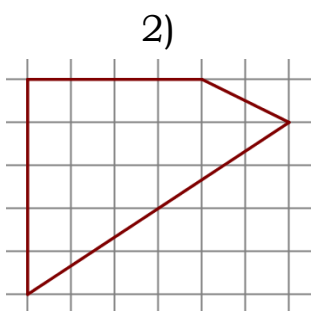
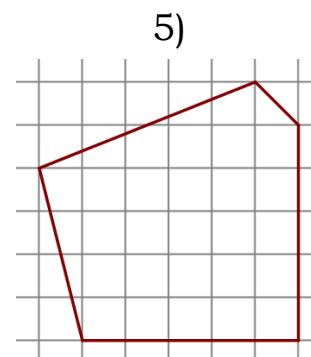
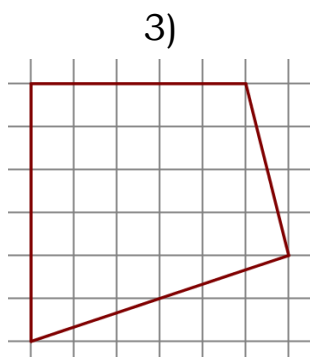
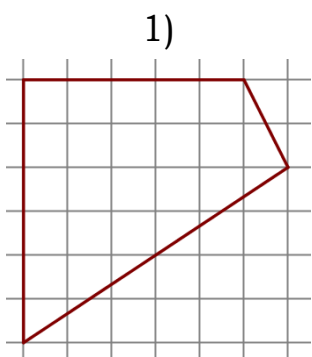
I) Расстояние

Задание 1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. *Ответ выразите в сантиметрах.*



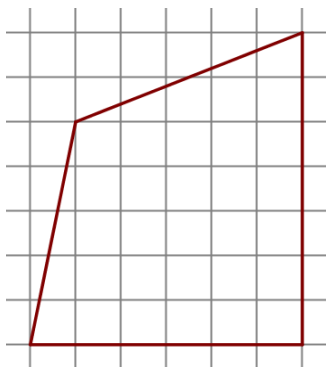
II) Площадь

Задание 2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь.



Задание 2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь.

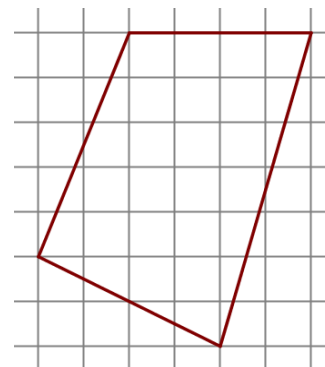
7)



8)



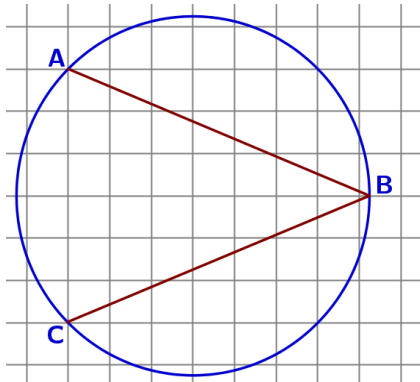
9)



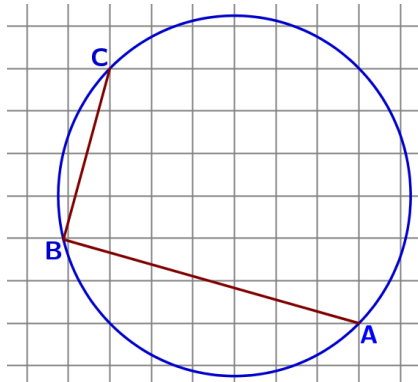
III) УГЛЫ

Задание 3. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

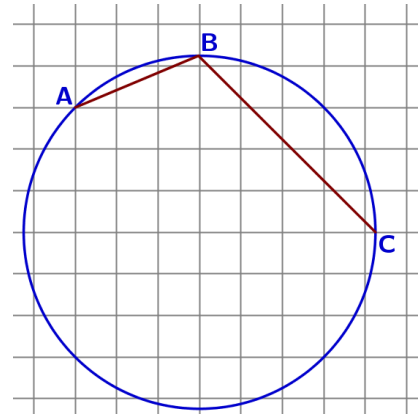
1)



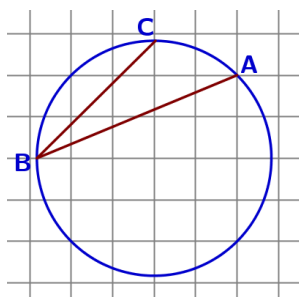
3)



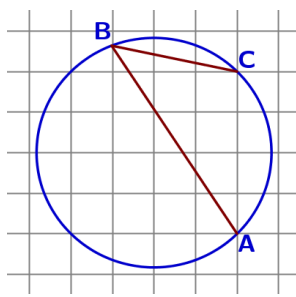
5)



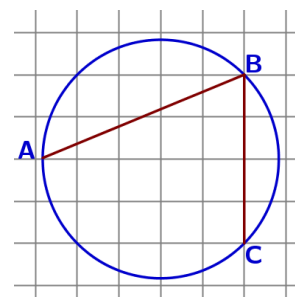
2)



4)

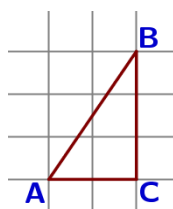


6)



Задание 4. Найдите тангенс угла A треугольника ABC, изображённого на рисунке.

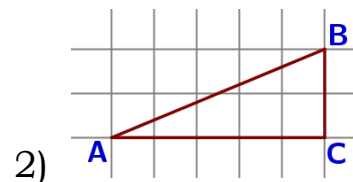
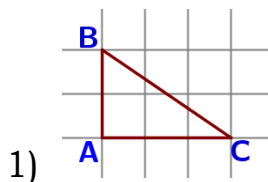
1)



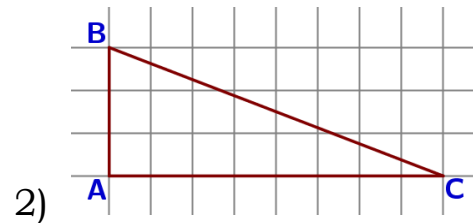
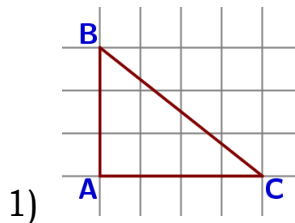
2)



Задание 5. Найдите тангенс угла В треугольника ABC, изображённого на рисунке.

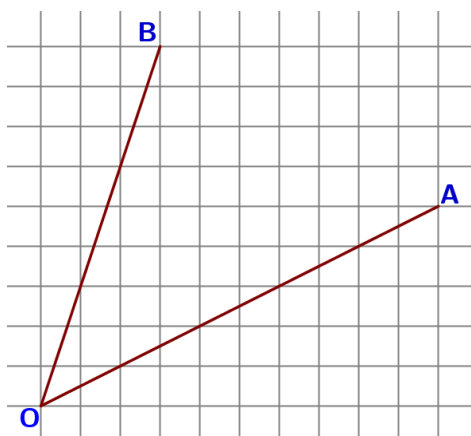


Задание 6. Найдите тангенс угла С треугольника ABC, изображённого на рисунке.

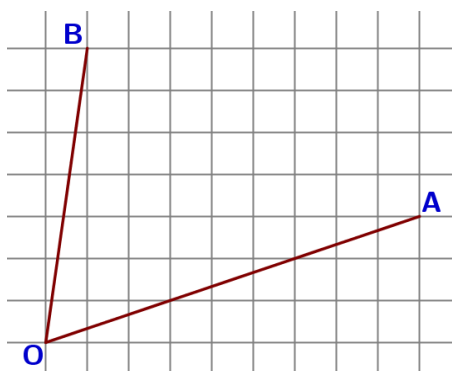


Задание 7. Найдите тангенс угла AOB, изображенного на рисунке.

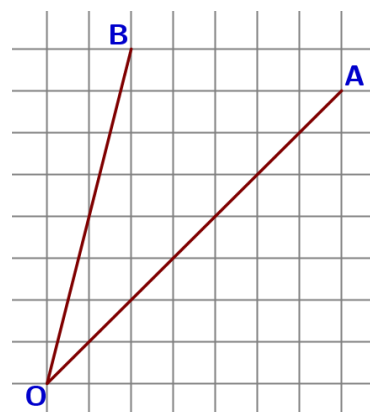
1)



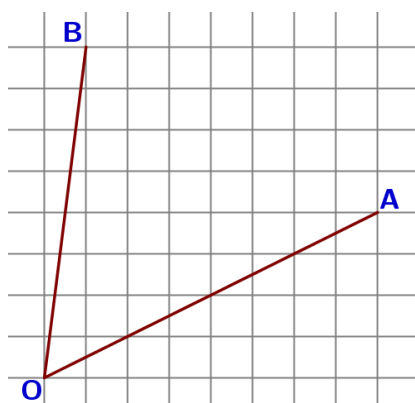
3)



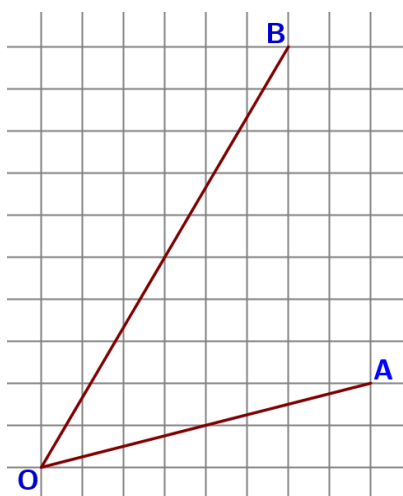
5)



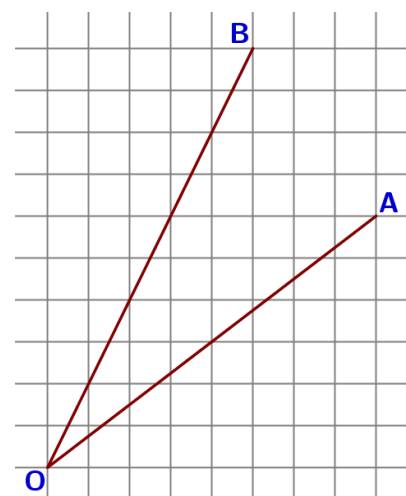
2)



4)



6)



19. Анализ геометрических высказываний

Блок 1. ФИПИ

Задание. Укажите (обведите) номера верных утверждений.

I) Начальные геометрические сведения (отрезки, прямые и углы)

1. Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.
2. Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
3. Смежные углы всегда равны.
4. Вертикальные углы равны.
5. Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.
6. Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
7. Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
8. Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.

II) Параллельные и перпендикулярные прямые

9. Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.
10. Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.
11. Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.
12. Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
13. Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.

III) Треугольник

14. Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.
15. В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол.
16. В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
17. В остроугольном треугольнике все углы острые.
18. В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.
19. Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла.
20. Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.

21. Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
22. Медиана треугольника делит пополам угол, из вершины которого проведена.
23. Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
24. Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
25. Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
26. Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
27. Треугольника со сторонами 1, 2, 5 не существует.
28. Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена.
29. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
30. Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
31. Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
32. Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
33. Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.
34. Середины перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
35. Все равнобедренные треугольники подобны.
36. Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным.
37. Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
38. Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
39. Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
40. Все высоты равностороннего треугольника равны.
41. Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным.
42. Всякий равносторонний треугольник является остроугольным.
43. Любые два равносторонних треугольника подобны.
44. Все равносторонние треугольники подобны.
45. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.

- 46.** Все прямоугольные треугольники подобны.
- 47.** В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.
- 48.** Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
- 49.** Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.
- 50.** Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
- 51.** Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
- 52.** Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 53.** Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

IV) Четырёхугольник

- 54.** В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
- 55.** Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 56.** Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.

V) Параллелограмм

- 57.** Диагонали параллелограмма равны.
- 58.** В параллелограмме есть два равных угла.
- 59.** Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.
- 60.** Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.
- 61.** Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.

VI) Квадрат, прямоугольник

- 62.** В любой прямоугольник можно вписать окружность.
- 63.** Диагонали любого прямоугольника делят его на четыре равных треугольника.
- 64.** Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 65.** Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

66. Если диагонали параллелограмма равны, то это прямоугольник.
67. Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
68. Все углы прямоугольника равны.
69. В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
70. Площадь прямоугольника равна произведению длин всех его сторон.
71. Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.
72. Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм является квадратом.
73. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом.
74. Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
75. Любой квадрат является прямоугольником.
76. Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
77. Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.
78. Существует квадрат, который не является прямоугольником.
79. Все квадраты имеют равные площади.

VII) Трапеция

80. Основания любой трапеции параллельны.
81. Основания равнобедренной трапеции равны.
82. Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
83. Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
84. Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
85. Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.
86. Боковые стороны любой трапеции равны.
87. В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
88. Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
89. Диагонали прямоугольной трапеции равны.
90. Диагонали равнобедренной трапеции равны.
91. Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника.
92. Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.

VIII) Ромб

- 93.** В любой ромб можно вписать окружность.
- 94.** Все углы ромба равны.
- 95.** Диагонали ромба перпендикулярны.
- 96.** Диагонали ромба равны.
- 97.** Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 98.** Если в ромбе один из углов равен 90° градусам, то этот ромб является квадратом.
- 99.** Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 100.** Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 101.** Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
- 102.** Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
- 103.** Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом

IX) Окружность

- 104.** Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.
- 105.** Все диаметры окружности равны между собой.
- 106.** Все хорды одной окружности равны между собой.
- 107.** Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
- 108.** Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 109.** Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.
- 110.** Любой параллелограмм можно вписать в окружность.
- 111.** Любые два диаметра окружности пересекаются.
- 112.** Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.
- 113.** Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.

114. Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.

115. Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

116. Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

117. Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

19. Анализ геометрических высказываний

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

Задание. Укажите номера верных утверждений.

I) Начальные геометрические сведения (отрезки, прямые, углы и фигуры)

1. На плоскости существует единственная точка, равноудалённая от концов отрезка.
2. Через две различные точки на плоскости проходит единственная прямая.
3. Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к этому отрезку.
4. Смежные углы равны.
5. Сумма смежных углов равна 180° .

II) Параллельные и перпендикулярные прямые

6. Если две различные прямые на плоскости перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
7. Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.
8. Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны, то эти прямые параллельны.
9. Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны 90° , то эти две прямые параллельны.
10. Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
11. Если при пересечении двух прямых третьей прямой сумма внутренних односторонних углов равна 180° , то эти прямые параллельны.

III) Треугольник

12. Сумма углов остроугольного треугольника равна 180° .
13. Сумма углов тупоугольного треугольника равна 180° .
14. Если две стороны треугольника равны, то равны и противолежащие им углы.
15. Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны.
16. Треугольник с углами 40° , 70° , 70° – равнобедренный.
17. Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противолежащей основанию, делит основание на две равные части.

- 18.** Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, перпендикулярна основанию.
- 19.** Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.
- 20.** Любая высота равнобедренного треугольника является его биссектрисой.
- 21.** Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.
- 22.** Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины угла, противоположного основанию, делит этот угол пополам.
- 23.** Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, перпендикулярна основанию.
- 24.** Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к его основанию, является его высотой.
- 25.** У равнобедренного треугольника есть ось симметрии.
- 26.** У равнобедренного треугольника есть центр симметрии.
- 27.** У равностороннего треугольника есть центр симметрии.
- 28.** У равностороннего треугольника три оси симметрии.
- 29.** Если один из углов треугольника прямой, то треугольник прямоугольный.
- 30.** Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
- 31.** Площадь треугольника не превышает произведения двух его сторон.
- 32.** Против большей стороны треугольника лежит больший угол.
- 33.** Против равных сторон треугольника лежат равные углы.
- 34.** Сумма углов любого треугольника равна 180° .
- 35.** Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны.
- 36.** Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то треугольники подобны.
- 37.** Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 38.** В любой треугольник можно вписать окружность.

IV) Параллелограмм, прямоугольник, квадрат

- 39.** В любом параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.
- 40.** Существует параллелограмм, который не является прямоугольником.
- 41.** Диагонали любого прямоугольника равны.
- 42.** Существует прямоугольник, который не является параллелограммом.
- 43.** Не существует прямоугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 44.** Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.
- 45.** Диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам.
- 46.** Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его смежных сторон.
- 47.** Квадрат является прямоугольником.
- 48.** Любой квадрат можно вписать в окружность.
- 49.** Сумма квадратов диагоналей прямоугольника равна сумме квадратов всех его сторон.

V) Трапеция

- 50.** Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.
- 51.** У любой трапеции боковые стороны равны.
- 52.** У любой трапеции основания параллельны.

VI) Ромб

- 53.** Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник – ромб.
- 54.** Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом
- 55.** Существует квадрат, который не является ромбом.
- 56.** Ромб не является параллелограммом.
- 57.** Любой квадрат является ромбом.
- 58.** Существует ромб, который не является квадратом.

VII) Окружность

- 59.** В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.

60. В плоскости для точки, лежащей вне круга, расстояние до центра круга больше его радиуса.
61. Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
62. Вокруг любого параллелограмма можно описать окружность.
63. Для точки, лежащей внутри круга, расстояние до центра круга меньше его радиуса.
64. Если из точки M проведены две касательные к окружности и A и B – точки касания, то отрезки MA и MB равны.
65. Из двух хорд окружности больше та, середина которой находится дальше от центра окружности.
66. Площадь круга меньше квадрата длины его диаметра.
67. Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
68. Центр описанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
69. Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его биссектрис.
70. Центром описанной окружности треугольника является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.
71. Центры вписанной и описанной окружностей равнобедренного треугольника совпадают.