Введение

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов, которое может получить участник, равно 35.

Задания допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор важного случая, доказательство вспомогательного утверждения, нахождение примера и т. п.). Кроме того, возможны логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать всё перечисленное.

По каждой задаче приведены критерии проверки. Критерии проверки опираются на классические правила математических олимпиад, в том числе принятые на всероссийской олимпиаде школьников:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведённого в методических разработках;

б) недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений;

в) баллы не выставляются «за старание», в том числе за запись в работе большого по объёму текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) черновики не проверяются.

Для единообразия оценки работ участников олимпиады из разных райнов и с целью исключения при этом ошибок, Краевая предметно-методическая комиссия планирует перепроверку части работ участников муниципального этапа с наибольшими баллами.

7 класс

1. Приведите пример двузначного числа, у которого произведение цифр, умноженное на сумму цифр, равно 1224. Не забудьте обосновать правильность примера.

Ответ: 89 или 98.

Решение: Для того чтобы подобрать этот ответ, достаточно заметить, что $1224 = 8 \times 9 \times 17$, откуда сумма цифр хотя бы 17, а значит, других ответов нет.

Комментарии.

Любой из примеров с проверкой правильности — 7 баллов.

Только ответ — 1 балл.

2. У Малыша была банка с вареньем. Утром Карлсон её нашёл и съел четверть варенья из банки, а в полдень — четверть того, что осталось. Вечером фрекен Бок увидела банку, ужаснулась, и долила в банку треть того, что осталось. В результате этого в банке стало варенья на пол-литра меньше, чем было утром. Сколько литров варенья было в банке первоначально?

Ответ: 2 литра.

Решение: Пусть в банке было x литров. В результате застолий Карлсона стало $x \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}x$ литров. Фрекен Бок добавила к получившемуся числу треть, то есть стало $\frac{9}{16}x \cdot \frac{4}{3} = \frac{3}{4}x$. Разница между исходным и конечным числами $x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x$, что по условию составляет 0,5 литра. Итого $x = 4 \cdot 0,5 = 2$ литра.

Комментарии.

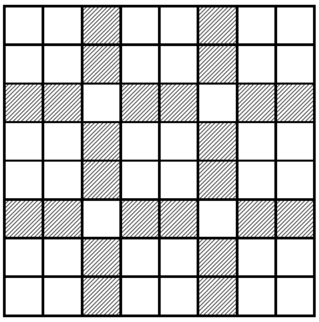
Любое верное решение — 7 баллов.

Только ответ — 0 баллов.

Верная идея (составить уравнение) с ошибками в арифметике — не более 1 балла.

3. Из доски 8×8 по клеточкам вырезали 12 прямоугольников 1×2. Обязательно ли из оставшейся части можно “по клеточкам” вырезать прямоугольник 1×3?

Решение: Нет, пример на картинке.



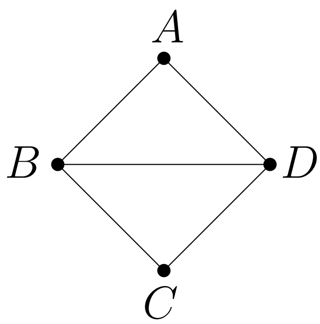
Комментарии.

Верное решение, приведён пример доски или дано его описание — 7 баллов.

Только ответ — 0 баллов.

Приведено какое-нибудь рассуждение, но пример не построен — 0 баллов.

4. На карте обозначены 4 деревни: A, B, C и D, соединенные дорогами (см. рисунок). В справочнике написано, что на маршрутах A-B-C и B-C-D по 10 ям, на маршруте A-B-D — 22 ямы, а на маршруте A-D-B — 45 ям. Туристы хотят добраться из A в D так, чтобы на их пути было как можно меньше ям. По какому маршруту им надо идти? Не забудьте доказать, что на выбранном маршруте действительно ям меньше всего.



Ответ: $ABCD$.

Решение: Есть всего три пути, не проходящих по одной дороге дважды: AD, ABD, $ABCD$. На ABD 22 ямы, следовательно, на BD их не более 22. На ADB 45 ям, при этом на BD — не более 22, следовательно, на AD — не менее 23. На ABC и BCD по 10 ям, следовательно, на $ABCD$ — не более 20. Итак, на $ABCD$ меньше ям, чем на AD или ABD.

Комментарии.

Верное решение — 7 баллов.

Только ответ — 0 баллов.

Верное рассуждение и ответ, но с арифметическими ошибками в подсчёте ям — 6-7 баллов.

5. Клетки черно-белой доски 6×6 раскрашены в шахматном порядке. Одним действием можно взять любую пару соседних по стороне клеток и перекрасить их: белые клетки — в красный цвет, красные — в чёрный, чёрные — в белый. Какое наименьшее число таких операций потребуется, чтобы получить “противоположную” бело-чёрную шахматную раскраску?

Ответ: 36 операций.

Решение:

Оценка: На доске 18 белых клеток, никакие две из них не соседние. Каждую белую клетку придется перекрашивать не меньше двух раз. Поэтому понадобится не менее 36 операций.

Пример: Покажем, как можно перекрасить доску за 36 операций. Разобьем всю доску на горизонтальные прямоугольники 1×3. Для перекрашивания прямоугольника с двумя белыми клетками используем 4 операции (средняя клетка будет перекрашена 4 раза), для прямоугольника с двумя чёрными клетками — 2 операции. Всего понадобится $6 \cdot 4 + 6 \cdot 2 = 36$ операций.

Комментарии.

Верное решение — 7 баллов.

Доказана только оценка — 4 балла.

Получен только пример с верным числом операций — 3 балла.