



Арифметическая прогрессия.

Задание 14 ОГЭ по математике

Крапчатая Ирина Александровна,
учитель математики,
МБОУ «СОШ№1» ст. Тбилисская



Основные проверяемые требования к математической подготовке.

Задание 14

Умение оперировать понятиями:

последовательность,

арифметическая и геометрическая прогрессии;

умение использовать свойства последовательностей,

формулы суммы и общего члена при решении задач,

в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни



Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом.

$$a_{n+1} = a_n + d,$$

где d – разность арифметической прогрессии.

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$



Задание 1

Условие

В амфитеатре 15 рядов. В первом ряду 28 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в двенадцатом ряду амфитеатра?

Дано:

$$a_1 = 28$$

$$d = 3$$

Найти:

$$a_{12} - ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{12} = a_1 + d \cdot 11$$

$$a_{12} = 28 + 3 \cdot 11 = 61$$

Второй способ:

$$a_1 = 28 \quad a_5 = 40 \quad a_9 = 52$$

$$a_2 = 31 \quad a_6 = 43 \quad a_{10} = 55$$

$$a_3 = 34 \quad a_7 = 46 \quad a_{11} = 58$$

$$a_4 = 37 \quad a_8 = 49 \quad a_{12} = 61$$

Ответ: 61

Задание 2

При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 7°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -13°C .

Дано:

$$d = -7$$

$$a_{\text{нач}} = -13$$

Найти:

$$a_4 - ?$$

Решение:

$$a_1 = a_{\text{нач}} + d$$

$$a_1 = -13 - 7 = -20$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_4 = a_1 + d \cdot 3$$

$$a_4 = -20 - 7 \cdot 3 = -20 - 21 = -41$$

Второй способ:

$$a_{\text{нач}} = -13 \quad a_3 = -34$$

$$a_1 = -20 \quad a_4 = -41$$

$$a_2 = -27$$

Ответ: -41



Задание 3

Условие

В амфитеатре 16 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В пятом ряду 17 мест, а в девятом ряду 25 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

Дано:

$$n = 16$$

$$a_5 = 17$$

$$a_9 = 25$$

Найти:

$$a_{16} - ?$$

Решение:

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$25 = 17 + 4d$$

$$4d = 25 - 17$$

$$4d = 8 \quad d = 8 : 4 = 2$$

$$a_{16} = a_9 + 7d$$

$$a_{16} = 25 + 7 \cdot 2 = 25 + 14 \\ = 39$$

Второй способ:

$$a_5 = 17 \quad a_{11} = 29$$

$$a_6 = 19 \quad a_{12} = 31$$

$$a_7 = 21 \quad a_{13} = 33$$

$$a_8 = 23 \quad a_{14} = 35$$

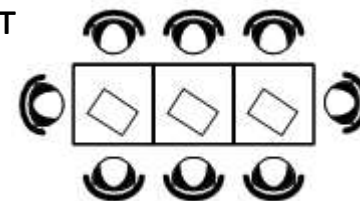
$$a_9 = 25 \quad a_{15} = 37$$

$$a_{10} = 27 \quad a_{16} = 39$$

Ответ: 39

Задание 4

В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 15 квадратных столиков вдоль одной линии?



Дано:

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 6$$

$$a_3 = 8$$

Найти:

$$a_{15} = ?$$

Решение:

$$d = a_2 - a_1 = 6 - 4 = 2$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{15} = 4 + 2 \times 14 = 4 + 28 = 32$$

Второй способ:

$$a_1 = 4 \quad a_6 = 14 \quad a_{11} = 24$$

$$a_2 = 6 \quad a_7 = 16 \quad a_{12} = 26$$

$$a_3 = 8 \quad a_8 = 18 \quad a_{13} = 28$$

$$a_4 = 10 \quad a_9 = 20 \quad a_{14} = 30$$

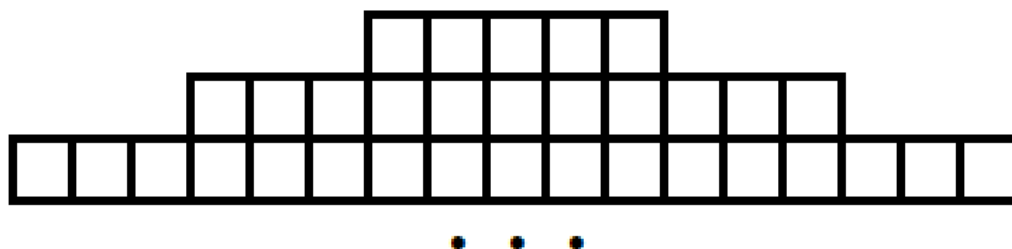
$$a_5 = 12 \quad a_{10} = 22 \quad a_{15} = 32$$

Ответ: 32



Задание 5

Условие



Фигура составляется из квадратов так, как показано на рисунке. В каждой следующей строке на 6 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 28-й строке?

Дано:

$$a_1 = 5$$

$$d = 6$$

Найти:

$$a_{28} - ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{28} = a_1 + d \cdot 27$$

$$a_{28} = 5 + 6 \cdot 27 = 167$$

Второй способ:

$$a_1 = 5 \quad a_{10} = 59 \quad a_{20} = 119$$

$$a_2 = 11 \quad a_{12} = 71 \quad a_{22} = 131$$

$$a_4 = 23 \quad a_{14} = 83 \quad a_{24} = 143$$

$$a_6 = 35 \quad a_{16} = 95 \quad a_{26} = 155$$

$$a_8 = 47 \quad a_{18} = 107 \quad a_{28} = 167$$

Ответ: 167



Задание 6

Условие

В амфитеатре 14 рядов. В первом ряду 24 места, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

Дано:

$$n = 14$$

$$a_1 = 24$$

$$d = 2$$

Найти:

$$S_{14} = ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{14} = 24 + 2 \times 13 = 24 + 26 = 50$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \times n$$

$$S = \frac{(a_1 + a_{14})}{2} \times 14$$

$$S = \frac{(24 + 50)}{2} \times 14 = 74 \times 7 = 518$$

Второй способ:

$$a_1 = 24 \quad a_9 = 40$$

$$a_2 = 26 \quad a_{10} = 42$$

$$a_3 = 28 \quad a_{11} = 44$$

$$a_4 = 30 \quad a_{12} = 46$$

$$a_5 = 32 \quad a_{13} = 48$$

$$a_6 = 34 \quad a_{14} = 50$$

$$a_7 = 36 \quad S_{14} = (24 + 50) \times 7$$

$$a_8 = 38 \quad S_{14} = 518$$

Ответ: 518



Задание 7

Условие

Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 6 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые восемь секунд?

Дано:

$$a_1 = 6$$

$$d = 10$$

$$n = 8$$

Найти:

$$S_8 = ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_8 = 6 + 10 \cdot 7 = 6 + 70 = 76$$

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8$$

$$S_8 = \frac{6 + 76}{2} \cdot 8 = 82 \cdot 4 = 328$$

Второй способ:

$$a_1 = 6$$

$$a_6 = 56$$

$$a_2 = 16$$

$$a_7 = 66$$

$$a_3 = 26$$

$$a_8 = 76$$

$$a_4 = 36$$

$$S_8 = (6 + 76) \cdot 4$$

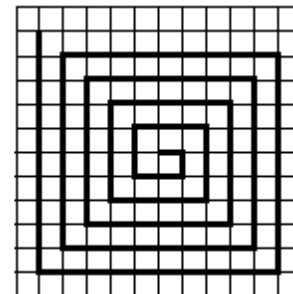
$$a_5 = 46$$

$$S_8 = 328$$

Ответ: 328



Задание 8



Условие

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 нарисована «змейка», представляющая из себя ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 120.

$$n=10 \quad l_{10} = 1+1+2+2+3+3+\dots+9+9+10+10 = \\ = (1+2+3+\dots+9+10) \cdot 2 = S_{10} \cdot 2$$

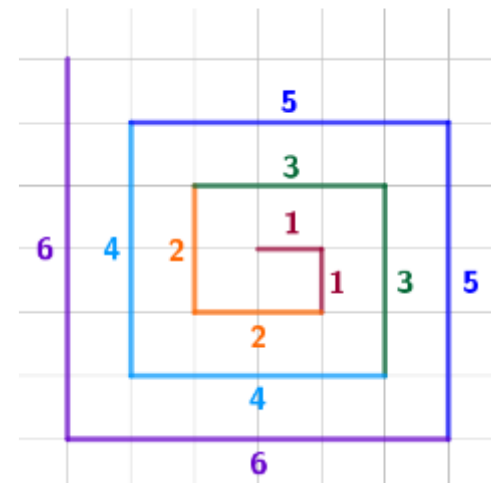
$$n=120 \quad l_{120} = (1+2+3+\dots+119+120) \cdot 2 = S_{120} \cdot 2$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad a_1 = 1 \quad a_n = 120 \quad n = 120$$

$$S_{120} = \frac{1+120}{2} \cdot 120 = 121 \cdot 60 = 7260$$

$$l_{120} = S_{120} \cdot 2 = 7260 \cdot 2 = 14520$$

Ответ: 14520





Задание 9

Условие

. Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3800 рублей, а за каждый следующий метр будет платить на 1200 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 9 метров?

Дано:

$$a_1 = 3800$$

$$d = 1200$$

Найти:

$$S_9 - ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_9 = 3800 + 1200 \cdot 8 = 13400$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_9 = \frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9$$

$$S_9 = \frac{3800 + 13400}{2} \cdot 9 = 77400$$

Второй способ:

$$a_1 = 3800 \quad a_6 = 9800$$

$$a_2 = 5000 \quad a_7 = 11000$$

$$a_3 = 6200 \quad a_8 = 12200$$

$$a_4 = 7400 \quad a_9 = 13400$$

$$a_5 = 8600$$

$$\begin{aligned} S_9 &= 3800 + 5000 + 6200 + 7400 + \\ &+ 8600 + 9800 + 11000 + 12200 + \\ &+ 13400 = 77400 \end{aligned}$$

Ответ: 77400



Формулы геометрической прогрессии

Геометрические прогрессии

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и тоже не равное 0 число

q – знаменатель геометрической прогрессии:

Формула n -го члена геометрической прогрессии: $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$

Сумма первых n членов геометрической прогрессии ($q \neq 1$):

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$$

Если все члены геометрической прогрессии положительны, то каждый член прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$



Задание 1

Условие

У Тани есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 270 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 10 см?

Дано:

$$b_1 = 270$$

$$q = \frac{1}{3}$$

$$b_n < 10$$

Найти:

n - ?

$$b_1 = 270$$

$$b_2 = 90$$

$$b_3 = 30$$

$$b_4 = 10$$

$$b_5 = 3\frac{1}{3} < 10$$

$$n = 5$$

Ответ: 5



Задание 2

Условие

. У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 320 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит попрыгунчик, станет меньше 6 см?

Дано:

$$b_1 = 320$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$b_n < 6$$

Найти:

$$n - ?$$

$$b_1 = 320$$

$$b_2 = 160$$

$$b_3 = 80$$

$$b_4 = 40$$

$$b_5 = 20$$

$$b_6 = 10$$

$$b_7 = 5 < 6$$

$$n = 7$$



Задание 3

Условие

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 6 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 480 мг. Найдите массу изотопа через 36 минут.

Ответ дайте в миллиграммах

Дано:

$$q = \frac{1}{2}$$

$$b_{\text{нач}} = 480$$

$$t_1 = 6$$

$$b_{\text{нач}} = 480$$

$$t_1 = 6: \quad b_1 = 240$$

$$t_n = 36$$

$$t_2 = 12: \quad b_2 = 120$$

Найти:

$$t_3 = 18: \quad b_3 = 60 \quad t_4 = 24: \quad b_4 = 30 \quad t_5 = 30: \quad b_5 = 15 \quad t_6 = 36: \quad b_6 = 7,5$$

$$b_n - ?$$

Ответ: 7,5



Задание 4

Условие

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 12 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 100 минут после начала эксперимента. От-вет дайте в миллиграммах.

Дано:

$$b_{\text{нач}} = 12$$

$$t_1 = 20$$

$$q = 3$$

$$t_n = 100$$

Решение:

$$n = t_n : t_1 = 100 : 20 = 5$$

$$b_1 = b_{\text{нач}} \cdot q$$

$$b_1 = 12 \cdot 3 = 36$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_5 = b_1 \cdot q^4$$

$$b_6 = 36 \cdot 3^4 = 36 \cdot 81 = 2916$$

Проверка:

$$b_{\text{нач}} = 12$$

$$t_1 = 20: \quad b_1 = 36$$

$$t_2 = 40: \quad b_2 = 108$$

$$t_3 = 60: \quad b_3 = 324$$

$$t_4 = 80: \quad b_4 = 972$$

$$t_5 = 100: \quad b_5 = 2916$$

Ответ: 2916



Задание 5

Условие

В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 7 минут половина его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 960 мг. Найдите массу образовавшегося изотопа Б через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах

Дано:

$$t_1 = 7$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$b_{\text{нач}} = m_A = 960$$

$$t_n = 42$$

Найти:

$$m_B - ?$$

Решение:

$$n = t_n : t_1 = 42 : 7 = 6$$

$$b_1 = b_{\text{нач}} \cdot q$$

$$b_1 = 960 \cdot \frac{1}{2} = 480$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5$$

$$b_6 = 480 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^5 = \frac{480}{1} \cdot \frac{1}{32} = \frac{15}{1} = 15$$

$$m_B = 960 - b_6 = 960 - 15 = 945$$

Проверка:

	m_A	m_B
нач	960	0
$t_1 = 7$	480	480
$t_2 = 14$	240	720
$t_3 = 21$	120	840
$t_4 = 28$	60	900
$t_5 = 35$	30	930
$t_6 = 42$	15	945

Ответ: 945



Для закрепления
материала выполните
задание на листках



Спасибо за внимание!