

«Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Задание № 14

1. Арифметическая прогрессия

Задание 1. В амфитеатре 15 рядов. В первом ряду 28 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в двенадцатом ряду амфитеатра?

Дано:

$a_1 = 28$

$d = 3$

Найти:

$a_{12} - ?$

Решение:

$a_n = a_1 + d(n - 1)$

$a_{12} = a_1 + d \cdot 11$

$a_{12} = 28 + 3 \cdot 11 = 61$

Проверка:

$a_1 = 28 \quad a_5 = 40 \quad a_9 = 52$

$a_2 = 31 \quad a_6 = 43 \quad a_{10} = 55$

$a_3 = 34 \quad a_7 = 46 \quad a_{11} = 58$

$a_4 = 37 \quad a_8 = 49 \quad a_{12} = 61$

Ответ: 61

Задание 2. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 7°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -13°C .

Дано:

$d = -7$

$a_{\text{нач}} = -13$

Найти:

$a_4 - ?$

Решение:

$a_1 = a_{\text{нач}} + d$

$a_1 = -13 - 7 = -20$

$a_n = a_1 + d(n - 1)$

$a_4 = a_1 + d \cdot 3$

$a_4 = -20 - 7 \cdot 3 = -20 - 21 = -41$

Проверка:

$a_{\text{нач}} = -13 \quad a_3 = -34$

$a_1 = -20 \quad a_4 = -41$

$a_2 = -27$

Ответ: -41

Задание 3. В амфитеатре 16 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В пятом ряду 17 мест, а в девятом ряду 25 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

Дано:

$n = 16$

$a_5 = 17$

$a_9 = 25$

Найти:

$a_{16} - ?$

Решение:

$a_9 = a_5 + 4d$

$25 = 17 + 4d$

$4d = 25 - 17$

$4d = 8 \quad d = 8 : 4 = 2$

$a_{16} = a_9 + 7d$

$a_{16} = 25 + 7 \cdot 2 = 25 + 14 = 39$

Проверка:

$a_5 = 17 \quad a_{11} = 29$

$a_6 = 19 \quad a_{12} = 31$

$a_7 = 21 \quad a_{13} = 33$

$a_8 = 23 \quad a_{14} = 35$

$a_9 = 25 \quad a_{15} = 37$

$a_{10} = 27 \quad a_{16} = 39$

Задание 4. В амфитеатре 14 рядов. В первом ряду 24 места, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

Дано:

$$n = 14$$

$$a_1 = 24$$

$$d = 2$$

Найти:

$$S_{14} - ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{14} = 24 + 2 \cdot 13 = 24 + 26 = 50$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S = \frac{a_1 + a_{14}}{2} \cdot 14$$

$$S = \frac{24 + 50}{2} \cdot 14 = 74 \cdot 7 = 518$$

Проверка:

$$a_1 = 24 \quad a_9 = 40$$

$$a_2 = 26 \quad a_{10} = 42$$

$$a_3 = 28 \quad a_{11} = 44$$

$$a_4 = 30 \quad a_{12} = 46$$

$$a_5 = 32 \quad a_{13} = 48$$

$$a_6 = 34 \quad a_{14} = 50$$

$$a_7 = 36 \quad S_{14} = (24 + 50) \cdot 7$$

$$a_8 = 38 \quad S_{14} = 518$$

Ответ: 518

Задание 5. Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 6 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые восемь секунд?

Дано:

$$a_1 = 6$$

$$d = 10$$

$$n = 8$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_8 = 6 + 10 \cdot 7 = 6 + 70 = 76$$

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8$$

$$S_8 = \frac{6 + 76}{2} \cdot 8 = 82 \cdot 4 = 328$$

Проверка:

$$a_1 = 6 \quad a_6 = 56$$

$$a_2 = 16 \quad a_7 = 66$$

$$a_3 = 26 \quad a_8 = 76$$

$$a_4 = 36 \quad S_8 = (6 + 76) \cdot 4$$

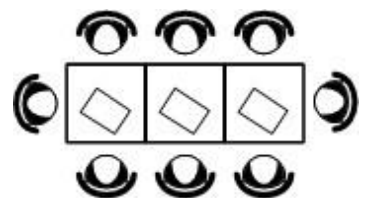
$$a_5 = 46 \quad S_8 = 328$$

Ответ: 328

Найти:

$$S_8 - ?$$

Задание 6. В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 15 квадратных столиков вдоль одной линии?



Дано:

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 6$$

$$a_3 = 8$$

Решение:

$$d = a_2 - a_1 = 6 - 4 = 2$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

Проверка:

$$a_1 = 4 \quad a_6 = 14 \quad a_{11} = 24$$

$$a_2 = 6 \quad a_7 = 16 \quad a_{12} = 26$$

Найти:

$a_{15} - ?$

$$a_{15} = 4 + 2 \cdot 14 = 4 + 28 = 32$$

Ответ: 32

$$a_3 = 8$$

$$a_8 = 18$$

$$a_{13} = 28$$

$$a_4 = 10$$

$$a_9 = 20$$

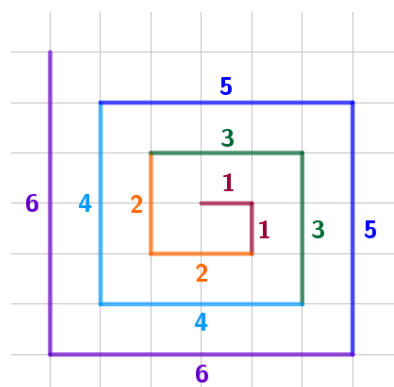
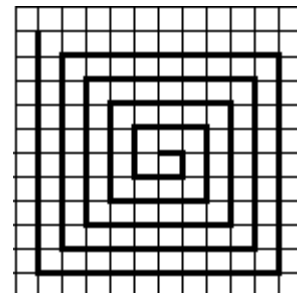
$$a_{14} = 30$$

$$a_5 = 12$$

$$a_{10} = 22$$

$$a_{15} = 32$$

Задание 7. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 нарисована «змейка», представляющая из себя ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 120.



$$n = 10 \quad l_{10} = 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + \dots + 9 + 9 + 10 + 10 = \\ = (1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10) \cdot 2 = S_{10} \cdot 2$$

$$n = 120 \quad l_{120} = (1 + 2 + 3 + \dots + 119 + 120) \cdot 2 = S_{120} \cdot 2$$

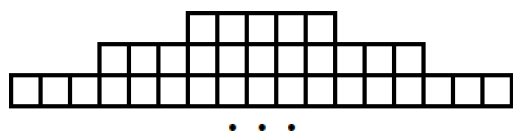
$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad a_1 = 1 \quad a_n = 120 \quad n = 120$$

$$S_{120} = \frac{1 + 120}{2} \cdot 120 = 121 \cdot 60 = 7260$$

$$l_{120} = S_{120} \cdot 2 = 7260 \cdot 2 = 14520$$

Ответ: 14520

Задание 8. Фигура составляется из квадратов так, как показано на рисунке.



В каждой следующей строке на 6 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 28-й строке?

Дано:

$$a_1 = 5$$

$$d = 6$$

Найти:

$a_{28} - ?$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{28} = a_1 + d \cdot 27$$

$$a_{28} = 5 + 6 \cdot 27 = 167$$

Проверка:

$$a_1 = 5$$

$$a_{10} = 59$$

$$a_{20} = 119$$

$$a_2 = 11$$

$$a_{12} = 71$$

$$a_{22} = 131$$

$$a_4 = 23$$

$$a_{14} = 83$$

$$a_{24} = 143$$

$$a_6 = 35$$

$$a_{16} = 95$$

$$a_{26} = 155$$

$$a_8 = 47$$

$$a_{18} = 107$$

$$a_{28} = 167$$

Ответ: 167

Задание 9. Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3800 рублей, а за каждый следующий метр будет платить на 1200 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 9 метров?

Дано:

$$a_1 = 3800$$

$$d = 1200$$

Найти:

$$S_9 - ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_9 = 3800 + 1200 \cdot 8 = 13400$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_9 = \frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9$$

$$S_9 = \frac{3800 + 13400}{2} \cdot 9 = 77400$$

Проверка:

$$a_1 = 3800 \quad a_6 = 9800$$

$$a_2 = 5000 \quad a_7 = 11000$$

$$a_3 = 6200 \quad a_8 = 12200$$

$$a_4 = 7400 \quad a_9 = 13400$$

$$a_5 = 8600$$

$$S_9 = 3800 + 5000 + 6200 + 7400 + 8600 + 9800 + 11000 + 12200 + 13400 = 77400$$

Ответ: 77400

Геометрическая прогрессия

Задание 1. У Тани есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 270 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 10 см?

Решение:

$$b_1 = 270$$

$$b_2 = 90$$

$$b_3 = 30$$

$$b_4 = 10$$

$$b_5 = 3\frac{1}{3} < 10$$

$$n = 5.$$

Задание 2. У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 320 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит

попрыгунчик, станет меньше 6 см?

$$b_1 = 320$$

$$b_2 = 160$$

$$b_3 = 80$$

$$b_4 = 40$$

$$b_5 = 20$$

$$b_6 = 10$$

$$b_7 = 5 < 6$$

$$n = 7$$

Ответ: 7

Задание 3. В ходе распада радиоактивного изотопа е уменьшается вдвое каждые 6 минут. В начальный моме изотопа составляла 480 мг. Найдите массу изотопа через 3
Ответ дайте в миллиграммах.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} q &= \frac{1}{2} \\ t_1 &= 6 \\ b_{\text{нач}} &= 480 \\ t_n &= 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\text{нач}} &= 480 \\ t_1 = 6: \quad b_1 &= 240 \\ t_2 = 12: \quad b_2 &= 120 \\ t_3 = 18: \quad b_3 &= 60 \quad t_4 = 24: \quad b_4 = 30 \\ t_5 &= 30: \quad b_5 = 15 \quad t_6 = 36: \quad b_6 = 7,5 \end{aligned}$$

Найти:

Ответ: 7,5

$$b_n - ?$$

Задание 4. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 12 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 100 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Дано:

Решение:

Проверка:

$$b_{\text{нач}} = 12$$

$$n = t_n : t_1 = 100 : 20 = 5$$

$$b_{\text{нач}} = 12$$

$$t_1 = 20$$

$$b_1 = b_{\text{нач}} \cdot q$$

$$t_1 = 20: \quad b_1 = 36$$

$$q = 3$$

$$b_1 = 12 \cdot 3 = 36$$

$$t_2 = 40: \quad b_2 = 108$$

$$t_n = 100$$

$$t_3 = 60: \quad b_3 = 324$$

<u>Найти:</u>	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$	$t_4 = 80:$	$b_4 = 972$
$b_n - ?$	$b_5 = b_1 \cdot q^4$	$t_5 = 100:$	$b_5 = 2916$
	$b_6 = 36 \cdot 3^4 = 36 \cdot 81 = 2916$		Ответ: 2916

Задание 5. В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 7 минут половина его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 960 мг. Найдите массу образовавшегося изотопа Б через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

<u>Дано:</u>		m_A	m_B
$t_1 = 7$	нач	960	0
$q = \frac{1}{2}$	$t_1 = 7$	480	480
$b_{\text{нач}} = m_A = 960$	$t_2 = 14$	240	720
$t_n = 42$	$t_3 = 21$	120	840
	$t_4 = 28$	60	900
<u>Найти:</u>	$t_5 = 35$	30	930
$m_B - ?$	$t_6 = 42$	15	945

Ответ: 945