

План-конспект урока по алгебре и началам анализа по теме «Вычисление площадей плоских фигур»

Учитель математики МБОУСОШ №2 Е.С.Пухова

Скажи мне, и я забуду,
Покажи мне, и я запомню,
Дай мне действовать самому,
И я научусь.

Конфуций

Класс: 11

Тип урока: урок – тренинг с элементами исследования

Цели урока:

- **обучающая:** повторить и обобщить типы задач на вычисление площадей фигур, в том числе фигур сложной геометрической конфигурации, учить построению геометрических моделей и снятию соответствующей информации с чертежа, необходимой для вычисления площади фигуры, сформировать начальное представление об истории развития интегрального исчисления;
- **развивающая:** научить мыслить и оперировать математическими знаниями, стимулировать мышление учащихся;
- **воспитательная:** развивать у учащихся коммуникативные компетенции (умение работать в группе, культуру общения), воспитывать у учащихся уверенность в своих знаниях, быстроту реакции, мобильность мышления, способствовать развитию интеллектуальной деятельности учащихся.

Учебно – методическое обеспечение: Алгебра и начала анализа. 11 класс. Ч.2. учебник для общеобразовательных учреждений (базовый уровень) /А. Г. Мордкович,– М. Мнемозина, 2014, материалы открытого сегмента ЕГЭ

Оборудование и материалы для урока: проектор, интерактивная доска, презентация для сопровождения урока, система тестирования Verdict, разноуровневые карточки с заданиями для контроля знаний

Формы работы: групповая, фронтальная

Структура урока

№	Элементы урока	Время
1.	Организационный момент	1
2.	Домашнее задание	1
3.	Разминка. Устные упражнения	3
4.	Контроль знаний по материалам ЕГЭ (Verdict)	5
5.	Блиц – опрос	4
6.	Практическое применение теоретических знаний: - задать аналитически заштрихованную фигуру; - ответить на вопросы; - методика вычисления площадей фигур	6
7.	Постановка проблемы, пути ее решения	3
8.	Защита проблемных задач	6
9.	Коррекция знаний по теме. Решение задач	8
10.	Историческая справка	1
11.	Подведение итогов	1
12.	Самооценка усвоения темы	1

Ход урока:

1. Организационный момент.

Приветствие. Объявление темы, постановка цели и задач урока.

На предыдущих уроках мы рассмотрели различные примеры нахождения площадей плоских фигур с помощью интеграла. Сегодня мы обобщим и закрепим рассмотренные способы и задачи более высокого уровня сложности. Так как основной задачей урока является именно вычисление площади фигуры, а не построение графиков функций, то большинство задач решаются по готовым чертежам. С учетом корректировки КТП продолжим подготовку к ЕГЭ, обрабатывая задания, вызывающие затруднения.

2. Дифференцированное домашнее задание:

Мордкович: п.49, №49.6, 49.17(б), 49.20(а, б), 49.23(в).

Лысенко: с.238, № 369, 372, 375, 381, 384 (сильная группа II). Комментарий к №384.

3. Устные упражнения на приемы быстрого счета

а) Умножение на 1,5

$$60*1,5 \quad 18*1,5 \quad 23*1,5 \quad 0,12*1,5 \quad 4,8*1,5$$

б) Возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5

$$3,5^2 \quad 75^2 \quad 10,5^2 \quad 0,45^2$$

в) Умножение на 11 двузначных, трехзначных, четырехзначных чисел

$$23*11 \quad 56*11 \quad 123*11 \quad 4523*11$$

г) Перевод обыкновенных дробей в десятичные.

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{16}.$$

4. Подготовка к ЕГЭ: контроль знаний по западающей в классе теме «Задачи по теории вероятностей и комбинаторике»

Работая на уроках, групповых дополнительных занятиях, мы улучшили результаты по решению комбинаторных задач: на КДР уже не 12, а 19 учащихся верно справились с заданием В6. Способы решения наиболее сложных были разобраны и представлены на информационном стенде.

I группа учащихся работает с помощью системы тестирования Verdict,

II группа учащихся работает по блочным карточкам.

Фамилия учащегося	ответ	ответ
1. Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Найдите вероятность того, что сумма названных чисел больше 5, но меньше 8.		1) 0,36
2. В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.		2) 0,998
3. Стрелок пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок хотя бы один раз попадет в мишень.		3) 0,99968
4. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 4 учителя начальных классов, 3 - физика, 6 – филологов, 2 – математика и 5 – историков. Порядок очередности определяется жребием. Какова вероятность того, что последний урок проведет не математик и не филолог?		4) 0,6
5. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся А. верно решит более 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что А. верно решит более 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 11 задач.		5) 0,07

Фамилия учащегося	ответ	ответ
6. Стрелок пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые три раза промахнется, последние два раза попадет в мишени.		6) 0,00512
7. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 2 - физика, 5 – филологов, 1 – математик и 4 – историка. Порядок очередности определяется жребием. Какова вероятность того, что первый урок проведет физик или историк?		7) 0,4
8. Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Найдите вероятность того, что сумма названных чисел будет делиться на 3.		8) 0,36
9. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.		9) 0,9975
10. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 80 качественных сумок приходится одна сумка со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Ответ округлите до сотых.		10) 0,99
Фамилия учащегося	ответ	ответ
11. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 3 - физика, 6 – филологов, 2 – математика и 5 – историков. Порядок очередности определяется жребием. Какова вероятность того, что последний урок проведет учитель начальных классов или историк?		11) 0,45
12. Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Найдите вероятность того, что сумма названных чисел больше 7.		12) 0,24
13. Стрелок пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые три раза попадет в мишени, последние два раза промахнется. Ответ округлите до сотых.		13) 0,02
14. Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.		14) 0,91
15. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (клиенты заходят в магазин независимо друг от друга).		15) 0,027

Ответы

№1	№2	№3	№4	№5
0,36	0,998	0,99968	0,6	0,07
№6	№7	№8	№9	№10
0,00512	0,4	0,36	0,9975	0,99
№11	№12	№13	№14	№15
0,45	0,24	0,02	0,91	0,027

5. Блиц – опрос (Повторение основных теоретических знаний)

Вычисление площадей фигур основано на геометрическом смысле интеграла.
Учитель задает вопросы по теории и фиксирует ответы на слайдах презентации.

Вопросы:

- **В чем заключается геометрический смысл интеграла?** (Интеграл от неотрицательной непрерывной функции есть площадь соответствующей криволинейной трапеции.)

- **Какую фигуру называют криволинейной трапецией?** (Фигура, ограниченная отрезком оси абсцисс, отрезками вертикальных прямых $x=a$, $x=b$ и графиком непрерывной, неотрицательной на $[a; b]$ функции, называется криволинейной трапецией)

- **Как найти площадь фигуры в случае, если функция неположительная на $[a; b]$?**

$$(S = - \int_a^b f(x)dx)$$

6. Практическое применение теоретических знаний

Площади плоских фигур, не являющихся криволинейными трапециями, почти никогда не удастся найти, не выполнив чертежа. Это требует от вас наряду с умением строить графики функций, отчетливо понимать соответствия между аналитическим и графическим заданием фигуры.

Задание. Задайте аналитически заштрихованную фигуру.

Учитель демонстрирует рисунки фигур на слайдах презентации. Учащиеся устно отвечают на вопросы. Учитель фиксирует результаты на слайдах.

Вопросы:

- Какие из заданных функций являются криволинейными трапециями? (рис. 1)

- Почему фигура на рисунке 4 не является криволинейной трапецией? Как найти ее площадь? (Функция $y=\cos x$ на промежутке $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$ неположительная, $S = \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (-\cos x)dx$.)

- Площадь, каких фигур можно найти как разность площадей криволинейных трапеций? (Фигуры на рисунках 2, 3, 5)

- Вычисление площадей фигур должно проводиться рационально. Какое свойство фигуры для этого можно использовать в примерах 1, 2, 3, 5? (Симметрию фигуры относительно оси ординат)

- Как вычислить площади фигур, изображенных на рисунках?

Учащиеся обдумывают решение, и объясняют его у доски.

7. Постановка проблемы: Как с помощью интеграла вычислить площадь фигуры, не являющейся криволинейной трапецией? и пути ее решения.

Групповые задания

Каждая группа учащихся должна подготовить и оформить решение задачи на вычисление площади фигуры.

Задание I группы. Вычислить площадь фигуры, расположенной между линиями

$$y = x^2 - 2x, \quad y = 4 - x^2.$$

Задание II группы. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$.

Задание III группы. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = \cos x$, $y = \sin x$ на отрезке $[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}]$.

8. Защита решений проблемных задач

Интерактивная доска

Решение задач на вычисление площади фигуры сложной конфигурации. Для этого необходимо найти способ решения. Какие проблемы вы обозначили по ходу решения этих задач?

Учитель помогает учащимся сформулировать проблемы, направляя предложения учащихся по классификации заданных условий. По одному ученику от каждой группы защищают решение задач по подготовленным чертежам, обозначая проблему.

Постановка проблемы и пути ее решения (обобщение)

После прослушивания решения задач, учитель совместно с учащимися обобщает и классифицирует задачи на вычисление площадей плоских фигур с помощью интеграла.

ФИЗМИНУТКА: Для всех нас, нашей страны и мира этот 2014 год очень значимый: была проведена зимняя олимпиада в СОЧИ! Это **открытие своих возможностей** для **каждого** спортсмена, ведь зачастую эта возможность предоставляется единожды.

Мы на миг **закроем глаза** и всем сердцем пожелаем удачи нашим спортсменам в дальнейшем. Для каждого из вас этот учебный год очень значимый: есть возможность достойно подготовиться и отлично сдать ЕГЭ.

Открываем глаза. Встряхнулись, сняли напряжение. В путь!

9. Коррекция знаний по теме. Решение задач

Каждая группа получает задание на готовых чертежах. Учащиеся работают в группах, обсуждают решение. После этого представители групп показывают решение с помощью интерактивной доски.

Задание I группы. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin |x| \text{ и } y = |x| - \pi.$$

Решение. На отрезке $[0; \pi]$ $|x| = x$.

$$S_{\phi} = 2 \left(\int_0^{\pi} \sin x dx + \frac{1}{2} \pi^2 \right) = 2 \left(-\cos x \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2} \pi^2 \right) = 4 + \pi^2 \text{ (кв.ед.)}$$

Задание I группы. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = -2x, y = 2x+4, y = -1/2 \sin \pi x / 2.$$

Решение.

$$S_{\phi} = 2 \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \int_{-1}^0 \left(-\frac{1}{2} \sin \frac{\pi x}{2} \right) dx \right) = 2 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi x}{2} \Big|_{-1}^0 \right) = 2 - \frac{2}{\pi} \text{ (кв.ед.)}$$

Задание III группы. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4x, y = 2x - x^2 + 3.$$

Решение. Выполним параллельный перенос фигуры вдоль оси ординат на 12.

$$S_{\phi} = \int_{-3}^1 (2x - x^2 + 3 + 12) dx - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 4 = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} + 15x \right) \Big|_{-3}^1 - 32 = 10 \frac{2}{3} \text{ (кв.ед.)}$$

У ч и т е л ь: Что помогло нам упростить вычисление площадей в этих задачах?

Учащиеся высказывают свое мнение, называют свойства, которые они применяли при решении.

10. Историческая справка

У ч и т е л ь: Строгое изложение теории интеграла появилось только в 19 веке. Но задачами на вычисление площадей занимались математики Древней Греции.

В частности, Архимеда интересовал вопрос в каком отношении парабола $y = x^2$ делит площадь единичного квадрата.

Попробуем, вслед за Архимедом, ответить на этот вопрос, вычислив площадь параболического треугольника через интеграл

$$S = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

Следовательно, парабола делит квадрат в отношении **2:1**.

12. Подведение итогов

Учитель предлагает учащимся обобщить результаты работы, демонстрирует на слайдах итоги урока. Подводя итоги, учитель еще раз напоминает, что в ходе решения задач на вычисление площадей фигур с помощью интеграла, они должны были показать необходимые для этого знания и умения: построение графиков функций, выделение площади искомой фигуры, определение пределов интегрирования и др. Учащимся предлагается заполнить лист самооценки.

Выставляются оценки за урок.

ЛИСТ САМООЦЕНКИ		
№	Навыки и умения	оценка
1.	Построение графиков функций	
2.	Выделение площади искомой фигуры	
3.	Определение общих точек графиков функций и пределов интегрирования	
4.	Выражение площади искомой фигуры через площади криволинейных трапеций или других фигур	
5.	Применение свойств фигур для упрощения решения	

Фамилия учащегося	ответ	ответ
1. Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Найдите вероятность того, что сумма названных чисел больше 5, но меньше 8.		1)
2. В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.		2)
3. Стрелок пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок хотя бы один раз попадет в мишень.		3)
4. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 4 учителя начальных классов, 3 - физика, 6 – филологов, 2 – математика и 5 – историков. Порядок очередности определяется жребием. Какова вероятность того, что последний урок проведет не математик и не филолог?		4)
5. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся А. верно решит более 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что А. верно решит более 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 11 задач.		5)
Фамилия учащегося	ответ	ответ
6. Стрелок пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые три раза промахнется, последние два раза попадет в мишени.		6)
7. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 2 - физика, 5 – филологов, 1 – математик и 4 – историка. Порядок очередности определяется жребием. Какова вероятность того, что первый урок проведет физик или историк?		7)
8. Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Найдите вероятность того, что сумма названных чисел будет делиться на 3.		8)
9. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.		9)
10. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 80 качественных сумок приходится одна сумка со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Ответ округлите до сотых.		10)
Фамилия учащегося	ответ	ответ
11. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 3 - физика, 6 – филологов, 2 – математика и 5 – историков. Порядок очередности определяется жребием. Какова вероятность того, что последний урок проведет учитель начальных классов или историк?		11)
12. Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Найдите вероятность того, что сумма названных чисел больше 7.		12)
13. Стрелок пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые три раза попадет в мишени, последние два раза промахнется. Ответ округлите до сотых.		13)
14. Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.		14)
15. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (клиенты заходят в магазин независимо друг от друга).		15)

ЛИСТ САМООЦЕНКИ		
№	Навыки и умения	оценка
1.	Построение графиков функций	
2.	Выделение площади искомой фигуры	
3.	Определение общих точек графиков функций и пределов интегрирования	
4.	Выражение площади искомой фигуры через площади криволинейных трапеций или других фигур	
5.	Применение свойств фигур для упрощения решения	
ЛИСТ САМООЦЕНКИ		
№	Навыки и умения	оценка
1.	Построение графиков функций	
2.	Выделение площади искомой фигуры	
3.	Определение общих точек графиков функций и пределов интегрирования	
4.	Выражение площади искомой фигуры через площади криволинейных трапеций или других фигур	
5.	Применение свойств фигур для упрощения решения	
ЛИСТ САМООЦЕНКИ		
№	Навыки и умения	оценка
1.	Построение графиков функций	
2.	Выделение площади искомой фигуры	
3.	Определение общих точек графиков функций и пределов интегрирования	
4.	Выражение площади искомой фигуры через площади криволинейных трапеций или других фигур	
5.	Применение свойств фигур для упрощения решения	
ЛИСТ САМООЦЕНКИ		
№	Навыки и умения	оценка
1.	Построение графиков функций	
2.	Выделение площади искомой фигуры	
3.	Определение общих точек графиков функций и пределов интегрирования	
4.	Выражение площади искомой фигуры через площади криволинейных трапеций или других фигур	
5.	Применение свойств фигур для упрощения решения	

