Мастер-класс по подготовке к ЕГЭ по теме:
«Производная. Геометрический смысл производной, касательная»
(задания В8 ЕГЭ), 11 класс

Цель: способствовать развитию активного познавательного интереса к предмету, формированию различных видов деятельности учащихся по подготовке к ЕГЭ,разработка рекомендаций к системе подготовки по решению задач типа В8.

Задачи:

обучающая:

- ✓ формирование навыков решения задач с применением графика функции и её производной;
- ✓ расширение видов деятельности по подготовке к ЕГЭ;

развивающая:

- ✓ способствовать развитию логического мышления, внимания, математической интуиции, умению анализировать, систематизировать, интерпретировать полученные результаты; применять знания в нестандартных ситуациях;
- ✓ способствовать развитию и пониманию у учащихся межпредметных связей алгебры, как науки;

воспитательная:

- ✓ побудить у учащихся осознание системной подготовки к ЕГЭ.

Оборудование и материалы для урока: проектор, экран, презентация для сопровождения;оценочные листы, графики на листах для разбора заданий.

Медиапродукт:

Среда - Microsoft Office PowerPoint 2010.

Вид медиапродукта - наглядная презентация изучаемого учебного материала.

Целесообразность использования медиапродукта на занятиипродиктована следующими факторами:автоматизацией процесса контроля,улучшением наглядности изучаемого материала,увеличением количества предлагаемой информации, уменьшением времени подачи материала;повышением эффективности усвоения учебного материала за счет групповой и самостоятельной деятельности учащихся.

Рекомендации по работе с презентацией.

Презентация состоит из 29 слайдов. Возможна линейная работа с презентацией (переход по щелчку от слайда к слайду), или возможен переход по гиперссылкам.

Обоснование выбора формы иллюстрирования решения.

При подготовке к ЕГЭ по математике задания В8 вызывают значительную сложность у выпускников. Это, прежде всего, продиктовано неумением учащихся внимательно «вчитываться» в текст задачи. Выбранная иллюстрация решений предполагает закрепление у учащихся базовых предметных знаний и умений:

- ➢ умение читать график функции и график производной функции,
- ➢ умения понимать геометрический смысл производной,

- умение находить угловой коэффициент касательной из прямоугольного треугольника.

Возможные варианты применения иллюстрированных решений используется учителем для объяснения решений данных заданий на уроках обобщающего повторения или на занятиях по подготовке к ЕГЭ и применяются учащимися в качестве самопроверки полученного решения.

Ход занятия.

1. Сообщение учащимся темы, цели занятия.

Сегодня мы с вами повторим тему «Производная». Хочу отметить, что предложенная мною тема обусловлена несколькими причинами. Одной из них явился невысокий процент решивших задания с производной на диагностических работах для 11 класса. И, конечно же, интересным аспектом для повторения этой темы стали проблемы с интерпретацией учащимися графиков самой функции и её производной.На уроке мы будем работать с презентацией с использованием интерактивной доски.

2. Учащиеся формулируют задачи. На обратной стороне листа самоконтроля заполняют раздел «Что я думаю о задании В8?». В ходе занятия учащиеся делают в листе самоконтроля отметки о выполнении заданий.

Лист самоконтроля

Задания	1.2	1.3	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2	С. р	С. р	С. р
Отметка о выполнении											

«+» – выполнил(а) верно;«-» – выполнил(а) неверно;«нет» – не приступал(а) к выполнению

Что я думаю о задании В8?

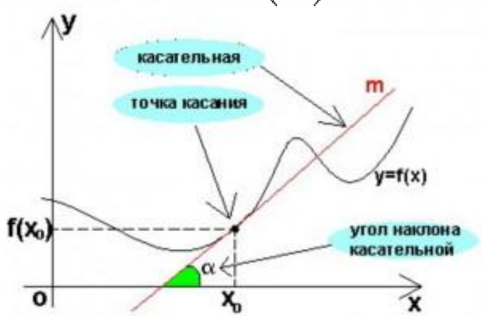
____
____
____

4. Учитель знакомит детей с обобщенным планом КИМ ЕГЭ 2015, кодификатором элементов содержания по математике, кодификатором требований к уровню подготовки выпускников.

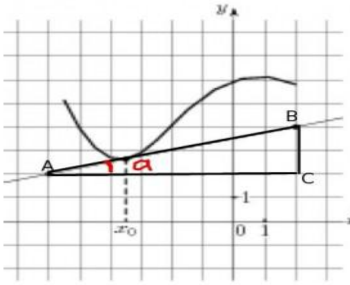
5. Повторение материала: (слайд 2)

Геометрический смысл производной

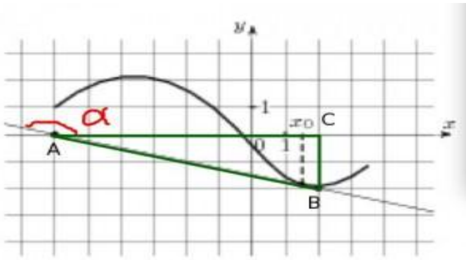
$$k = tg\alpha = f'\left(x_0\right)$$



❖ Определение линейной функции. График линейной функции. Угол наклона между прямой и положительным направлением оси ОХ (слайды 3-4);



Угол наклона острый
Коэффициент положительный



Угол наклона тупой
Коэффициент отрицательный

❖ Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника, определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника (слайд 5).

6. Устная работа (слайды 6-11)

- по графику функции найти угловые коэффициенты прямых;
- по графику функции определите угол наклона между прямой и положительным направлением оси ОХ;
- по графику функции и касательной к нему найти значение производной в точке;

7.Закрепление пройденного материала (слайды 12-13).

- найти угловой коэффициент касательной к графику функции y=cos 2x, x_0=п/4
- найти абсциссу точки, в которой касательная к графику функции y=ln(1-5x) имеет угловой коэффициент -1.

8. Изучение нового материала.
Уравнение касательной (слайд 14)

$$y - y_0 = f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

Знакомлю учащихся со вторым способом нахождения углового коэффициента касательной через уравнение касательной к графику функции(слайды 15-16).

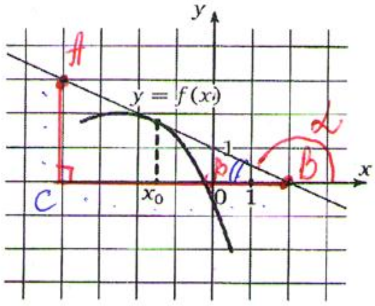
Учитель по графику функции y=f(x) и касательной к нему в точке с абсциссой x_0 комментирует тремя способами выполнения заданий следующего типа: «На рисунке изображен график функции и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции в точке x_0».Учащиеся работают на бланках (раздатка 1).

1Способ:$f'(x_0) = k = tg\alpha$.

2Способ:через уравнение касательной.

3 Способ:решение системы уравнений.

T1.1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

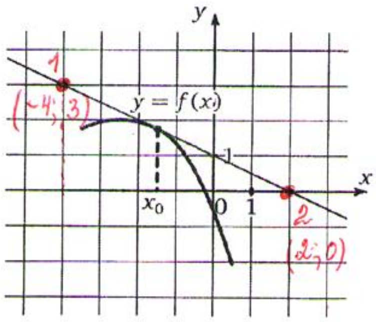


Способ 1

1) Отметим на касательной 2 точки с целыми координатами.
2) Построим прямоугольный Δ
3) $f'(x_0) = k = tg\,\alpha$

α – тупой угол

$tg\,\alpha = tg(180 - \beta) = -tg\,\beta = -\frac{AC}{BC} = \frac{-3}{6} = -0,5$



Способ 2

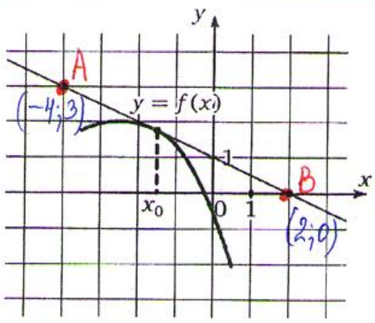
уравнение касательной:

$y - y_0 = k(x - x_0)$ (учебник Никольского)

$k = \frac{y - y_0}{x - x_0}$

1) Отметим на касательной две точки с целыми координатами. №1 левее №2

$f'(x_0) = k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{-4 - 2} = \frac{3}{-6} = -0,5$



Способ 3

Отметим на касательной две точки с целыми координатами. Касательная – это прямая, значит имеет вид $y = kx + b$. Проходит через точки A и B, значит координаты этих точек обращают уравнение в верное равенство:

$\Rightarrow -\begin{cases} 3 = -4k + b \\ 0 = 2k + b \end{cases}$

$-6k = 3$

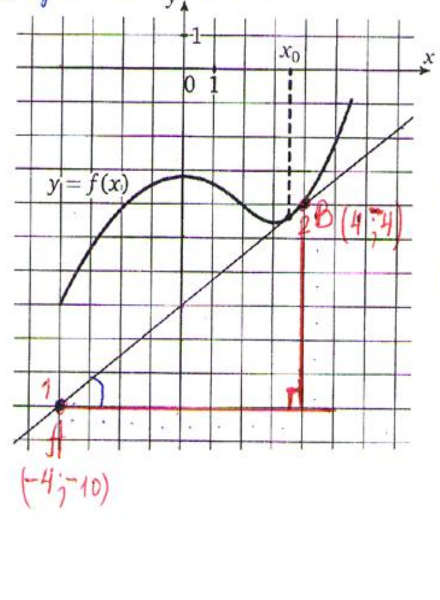
$k = \frac{3}{-6}$; $k = -0,5$

$f'(x_0) = k = -0,5$

*Попытаемся выполнить вместе

(шаг 1: найди на касательной две точки с целыми координатами)

Задание 1.1.



* Какой способ выбираете?

I 1) α – острый

$f'(x_0) = k = tg\,\alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$

II $f'(x_0) = k = \frac{-4-(-10)}{4-(-4)} = \frac{-4+10}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$

III $+\begin{cases} -10 = -4k + b \\ -4 = 4k + b \end{cases}$

$2b = -14$

$b = -7$

$-4k - 7 = -10$

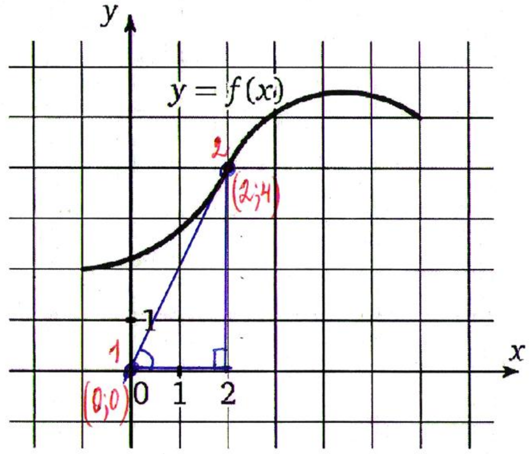
$-4k = -3$

$k = \frac{3}{4}$; $f'(x_0) = 0,75$

9.Учащиеся самостоятельно выполняют задания 1.2, 1.3;проверяют ответы с помощью слайда 17.

10. Задание №2 выполняют совместно с учителем. (Задание на слайде 18).

Т2.1. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 2, проходит через начало координат. Найдите $f'(2)$.

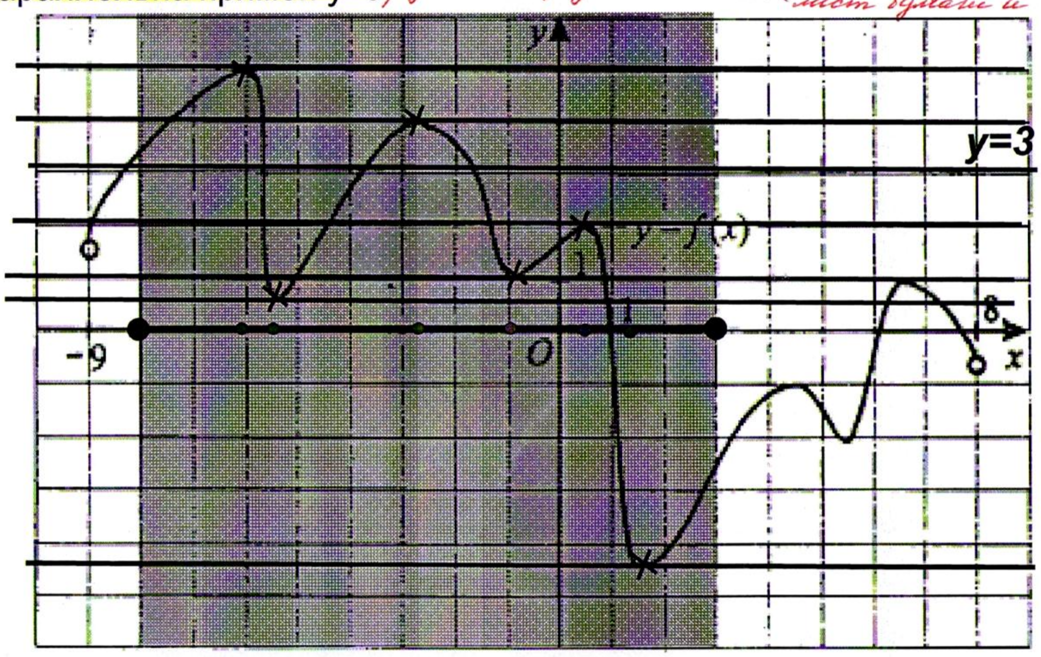


Касательная проходит через начало координат. Изобразим ее.
Далее см. №1 аналогично.
α – острый
$f'(x_0) = k = tg\alpha = \frac{4}{2} = 2$

11.Учащиеся самостоятельно выполняют задания 2.1, 2.2 (время выполнения 6 минут). Проверяют ответы с помощью слайда 19.

12.Выполнение задания 3 (слайд 20).

На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на промежутке (- 9; 8). Найдите количество точек на отрезке [-8; 3], в которых касательная к графику функции параллельна прямой y=3, значит горизонтальная. (можно взять линейку или лист бумаги и вести по графику)



Ответ : 6

13.Учащиеся самостоятельно выполняют задания 3.1, 3.2 (время выполнения 6 минут). Проверяют ответы с помощью слайда 21.

14.Учитель показывает решение задания №4 на доске и комментирует его (слайд 22).

Прямая $y = 8x - 9$ является касательной к графику функции $y = x^3 + x^2 + 8x - 9$. Найдите абсциссу точки касания.

$y = 8x - 9$; $k = 8$

$y = x^3 + x^2 + 8x - 9$; $\underbrace{f'(x_0) = 3x_0^2 + 2x_0 + 8}_{=8}$

$3x^2 + 2x + 8 = 8$

$3x^2 + 2x = 0$

$x(3x + 2) = 0$

$x = 0$ или $x = -\frac{2}{3}$

* Какое значение выбрать? Ведь ответ в части В должен быть один.

Точка касания является общей для $y = 8x - 9$ и $y = x^3 + x^2 + 8x - 9$, найдем значение y для каждого из x.

$x = 0$: $y_1 = 8 \cdot 0 - 9$, $y_1 = -9$; $y_2 = -9$ $\Rightarrow$ $y_1 = y_2$ $\Rightarrow$ 0 – искомая абсцисса.

Ответ. 0

15.Учащиеся самостоятельно выполняют задания 4.1, 4.2;проверяют ответы с помощью слайда 23

16. Разбор задания 4 с помощью слайда 24.

17.Разбор задания 5 с помощью слайда 25.

18.Разбор задания 6 с помощью слайда 26.

19.Работа в парах. Проверка заданий №№1-8(слайд 27).

20.Самостоятельная работа. Учащиеся самостоятельно выполняют задания; проверяют ответы с помощью слайда 28.

21.Рефлексия (слайд 29).

22.Задание на дом: Тема 8 «Геометрический смысл производной. Касательная.» из Сборника заданий для подготовки к ЕГЭ по математике, Е.А. Семенко, г. Краснодар.