**Билет № 18**

# 1.Вписанная окружность. Центр окружности, вписанной в треугольник.

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник, а многоугольник – **описанным** около этой окружности. На рисунке четырёхугольник *EFMN* описан около окружности с центром *О*, а четырёхугольник *DKМN* не является описанным около этой окружности, т.к. сторона *DK* не касается окружности.

А на этом рисунке окружность с центром *О* вписана в треугольник *АВС*.

**Теорема: В любой треугольник можно вписать окружность.**

**Замечания**

1. **В треугольник можно вписать только одну окружность.**
2. **Не во всякий четырёхугольник можно вписать окружность** (например, в прямоугольник, не являющийся квадратом)**.**

**Теорема: Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения биссектрис этого треугольника.**

**Доказательство**

Обозначим точки касания вписанной в треугольник окружности со сторонами *AC*, *BC* и *AB* соответственно *M*, *K*, *F*.

Соединим отрезками центр окружности с точками *A*, *M* и *F*.

![\[OF \bot AB,\]]() ![\[OM \bot AC\]]() (как радиусы, проведенные в точки касания). Следовательно, треугольники *AOF* и *AOM* — прямоугольные.

У них общая гипотенуза *AO*, катеты *OF*=*OM* (как радиусы). Следовательно, треугольники *AOF* и *AOM* равны (по катету и гипотенузе).

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих углов: *∠OAF*=*∠OAM*. Значит, точка *O* лежит на биссектрисе треугольника, проведенной из вершины *A*.

Аналогично из равенства треугольников *BOF* и *BOK*, *COM* и *COK* доказывается, что точка *O* лежит на биссектрисах треугольника *ABC*, проведенных из вершин *B* и *C*.

Следовательно, центр вписанной в треугольник окружности лежит в точке пересечении биссектрис этого треугольника. **Теорема доказана.**

# 2. Теорема Пифагора (формулировка и доказательство). Пифагоровы треугольники.

**Теорема Пифагора: В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.**

**Доказательство.**

Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами а, *b* и *с*.



Докажем, что *с*2 = *а*2 + *b*2.

Достроим треугольник до квадрата со стороной а + *b* .

Площадь *S* этого квадрата равна (*а* + *b*)2. С другой стороны, этот квадрат составлен из четырёх равных прямоугольных треугольников, площадь каждого из которых равна ½*аb*, и квадрата со стороной *с*, поэтому



Таким образом,



откуда



**Теорема доказана.**

Пифагоровы треугольники – это прямоугольные треугольники, у которых длины сторон выражаются целыми числами.(Например: 6, 8, 10; 5, 12, 13 и т.п.)