**Билет №11.**

# 1. Медиана треугольника. Определение. Свойство точки пересечения медиан треугольника.

**Медиана треугольника** – это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

Свойство точки пересечения медиан треугольника:

**Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.**

**Доказательство (не обязательно)**

Рассмотрим произвольный треугольник *АВС*. Обозначим буквой *О* точку пересечения его медиан *АА*1 и *ВВ*1 и проведём среднюю линию *А*1*В*1 этого треугольника.



Отрезок *А*1*В*1 параллелен стороне *АВ*, поэтому углы 1 и 2, а также углы 3 и 4 равны как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых *АВ* и *А*1*В*1 секущими *АА*1 и *ВВ*1. Следовательно, треугольники *АОВ* и *А*1*ОВ*1 подобны по двум углам, и, значит, их стороны пропорциональны:



Но *АВ*=2*А*1*В*1, поэтому *АО*=2*А*1*О* и *ВО*=2*В*1*О*. Таким образом, точка *О* пересечения медиан *АА*1 и *ВВ*1 делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины.

Аналогично доказывается, что точка пересечения медиан *ВВ*1 и *СС*1 делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины, и следовательно, совпадает с точкой *О*.

Итак, все три медианы треугольника *АВС* пересекаются в точке *О* и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины.

# 2. Площадь параллелограмма.

**Теорема**

**Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.**

**Доказательство**

Рассмотрим параллелограмм *АВСD* с площадью *S*. Примем сторону *АD* за основание и проведём высоты *ВН* и *СК*.



Докажем, что *S*=*AD*∙*BH*.

Докажем сначала, что площадь прямоугольника *НВСК* также равна *S*. Трапеция *АВСК* составлена из параллелограмма *АВСD* и треугольника *DCK*. С другой стороны, она составлена из прямоугольника *НВСК* и треугольника *АВН*. Но прямоугольные треугольники *DCK* и *АВН* равны по гипотенузе и острому углу (их гипотенузы *АВ* и *СD* равны как противоположные стороны параллелограмма, а углы 1 и 2 равны как соответственные углы при пересечении параллельных прямы *АВ* и *СD* секущей *АD*), поэтому их площади равны.

Следовательно, площади параллелограмма *АВСD* и прямоугольника *НВСК* также равны, т. е. площадь прямоугольника *НВСК* равна *S*. Т. к. площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, *S*=*BC*∙*BH*, а так как *ВС* = *АD*, то *S*=*AD*∙*BH*. **Теорема доказана.**