23. Функции и их свойства. Графики функций Часть 1. ФИПИ

I) Линейная функция

1.Постройте график функции $y = \begin{cases} x-2,5, & \text{если } x < 2, \\ -x+1,5, & \text{если } 2 \le x \le 3, \end{cases}$ Определите, при x-5, & если x > 3.

каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.

2.Постройте график функции $y = \begin{cases} 4x-5, & \text{если } x < 1, \\ -2,5x+5, & \text{если } 1 \le x \le 4, \end{cases}$ Определите, при x-9, если x>4.

каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно две общие точки.

3.Постройте график функции $y = \begin{cases} 3x-3, & \text{если } x<2, \\ -3x+8,5, & \text{если } 2\leq x\leq 3, \end{cases}$ Определите, при 3,5x-11, & если x>3.

каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно две общие точки.

4.Постройте график функции $y = \begin{cases} 2x-2, & \text{если } x < 3, \\ -3x+13, & \text{если } 3 \le x \le 4, \end{cases}$ Определите, при 1,5x-7, & если x > 4.

каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно две общие точки.

5.Постройте график функции $y = \begin{cases} 2,5x-1, & \text{если} \quad x < 2, \\ -3,5x+11, & \text{если} \quad 2 \le x \le 3, \end{cases}$ Определите, при $x-1, & \text{если} \quad x > 3.$

каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно две общие точки.

6.Постройте график функции $y = \begin{cases} x-4, & \text{если } x < 3, \\ -1,5x+4,5, & \text{если } 3 \le x \le 4, \end{cases}$ Определите, 1,5x-7,5, & если x > 4.

при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно две общие точки.

II) Квадратичная функция (парабола). Модуль

7.Постройте график функции $y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & \text{если } x \ge -2, \\ -x - 1, & \text{если } x < -2. \end{cases}$ Определите, при

каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.

8.Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25, & \text{если } x \ge 4, \\ x - 2, & \text{если } x < 4. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.

9.Постройте график функции $y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 1, & \text{если } x \ge -3, \\ -x - 3, & \text{если } x < -3. \end{cases}$ Определите, при

каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.

- **10.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 6x + 11, & \text{если } x \ge 2, \\ x + 3, & \text{если } x < 2. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **11.** Постройте график функции $y = \begin{cases} -x^2 + 10x 21, & \text{если} \quad x \ge 3, \\ -x + 5, & \text{если} \quad x < 3. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **12.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 6x + 7, & \text{если} \quad x \ge -4, \\ x + 10, & \text{если} \quad x < -4. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **13.** Постройте график функции $y = |x^2 16|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?*
- **14.** Постройте график функции $y = |x^2 9|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **15.** Постройте график функции $y = |x^2 + x 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **16.** Постройте график функции $y = |x^2 + 2x 3|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **17.** Постройте график функции $y = |x^2 6x + 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **18.** Постройте график функции $y = |x^2 4x + 3|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **19.** Постройте график функции y = |x|x |x| 3x. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.

- **20.** Постройте график функции y = |x|x + 3|x| 5x. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **21.** Постройте график функции y = |x|x |x| 2x. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **22.** Постройте график функции y = |x|x + 2|x| 5x. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **23.** Постройте график функции y = |x|x |x| 6x. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **24.** Постройте график функции y = |x|x + 2|x| 3x. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **25.** Постройте график функции y = |x|(x-1) 5x и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **26.** Постройте график функции y = |x|(x-1)-3x и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **27.** Постройте график функции y = |x|(x+3) 5x и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **28.** Постройте график функции y = |x|(x-1) 2x и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **29.** Постройте график функции y = |x|(x+1) 6x и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **30.** Постройте график функции y = |x|(x+2) 3x и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.
- **31.** Постройте график функции $y = x^2 |2x+1|$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **32.** Постройте график функции $y = x^2 |4x + 7|$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **33.** Постройте график функции $y = x^2 |6x + 5|$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **34.** Постройте график функции $y = x^2 |8x + 3|$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **35.** Постройте график функции $y = x^2 |6x + 1|$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.

- **36.** Постройте график функции $y = x^2 |4x + 3|$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **37.** Постройте график функции $y = x^2 + 3x 3|x + 2| + 2$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **38.** Постройте график функции $y = x^2 11x 2|x 5| + 30$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **39.** Постройте график функции $y = x^2 + 13x 3|x + 7| + 42$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **40.** Постройте график функции $y=x^2-8x-4|x-3|+15$ и определите, при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **41.** Постройте график функции $y=2|x-4|-x^2+9x-20$ и определите, при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **42.** Постройте график функции $y=4|x+6|-x^2-11x-30$ и определите, при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **43.** Постройте график функции $y=5|x-2|-x^2+5x-6$ и определите, при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **44.** Постройте график функции $y=3|x+8|-x^2-14x-48$ и определите, при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно три общие точки.
- **45.** Постройте график функции $y = \frac{(0,5x^2 x)|x|}{x-2}$. Определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **46.** Постройте график функции $y = \frac{(0,25x^2+0,5x)|x|}{x+2}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **47.** Постройте график функции $y = \frac{(0.75x^2 0.75x)|x|}{x-1}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **48.** Постройте график функции $y = \frac{(0,5x^2 + 2x)|x|}{x+4}$. Определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **49.** Постройте график функции $y = \frac{(0,25x^2 x)|x|}{x-4}$. Определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.

- **50.** Постройте график функции $y = \frac{(0.75x^2 + 1.5x)|x|}{x+2}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **51.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x-1)}{1-x}$. Определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **52.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2+1)(x-2)}{2-x}$. Определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **53.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 0.25)(x+1)}{-1-x}$. Определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **54.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2+4)(x-1)}{1-x}$. Определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **55.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 6,25)(x+1)}{-1-x}$. Определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **56.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2+1)(x+3)}{-3-x}$. Определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.*
- III) Обратная пропорциональность (гипербола).
- **57.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \ge -1, \\ -\frac{4}{x}, & \text{если } x < -1. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком одну общую точки.
- **58.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } x \ge -2, \\ -\frac{6}{x}, & \text{если } x < -2. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком одну общую точки.

точки.

- **59.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 4x + 4, & \text{если } x \ge -1, \\ -\frac{9}{x}, & \text{если } x < -1. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком одну или две общие
- **60.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 6x + 9, & \text{если} \quad x \ge -5, \\ -\frac{20}{x}, & \text{если} \quad x < -5. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком одну или две общие точки.
- **61.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 2x + 1, & \text{если} \quad x \ge -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если} \quad x < -2. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком одну или две общие точки.
- **62.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если} \quad x \ge -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если} \quad x < -4. \end{cases}$ Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком одну или две общие точки.
- **63.** Постройте график функции $y=3-\frac{x+2}{x^2+2x}$. Определите, при каких значениях m прямая y=m не имеет с графиком общих точек.
- **64.** Постройте график функции $y = -2 \frac{x+4}{x^2+4x}$. Определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком общих точек.
- **65.** Постройте график функции $y=1-\frac{x+5}{x^2+5x}$. Определите, при каких значениях m прямая y=m не имеет с графиком общих точек.
- **66.** Постройте график функции $y = -4 \frac{x+1}{x^2 + x}$. Определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком общих точек.
- **67.** Постройте график функции $y=2-\frac{x-5}{x^2-5x}$. Определите, при каких значениях m прямая y=m не имеет с графиком общих точек.
- **68.** Постройте график функции $y = -5 \frac{x-2}{x^2 2x}$. Определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком общих точек.

- **69.** Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3} \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **70.** Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{6} \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **71.** Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{4} \frac{4}{x} \right| + \frac{x}{4} + \frac{4}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **72.** Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{5,5} \frac{5,5}{x} \right| + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **73.** Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{1,5} \frac{1,5}{x} \right| + \frac{x}{1,5} + \frac{1,5}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **74.** Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **75.** Постройте график функции $y = \frac{5x-8}{5x^2-8x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **76.** Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **77.** Постройте график функции $y = \frac{7x-10}{7x^2-10x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **78.** Постройте график функции $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **79.** Постройте график функции $y = \frac{6x-7}{6x^2-7x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **80.** Постройте график функции $y = \frac{7x+5}{7x^2+5x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.

- **81.** Постройте график функции $y = \frac{|x|-1}{|x|-x^2}$. Определите, при каких значениях **k** прямая y = kx не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **82.** Постройте график функции $y = \frac{2,5|x|-1}{|x|-2,5x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая y = kx не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **83.** Постройте график функции $y = \frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая y = kx не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **84.** Постройте график функции $y = \frac{3,5|x|-1}{|x|-3,5x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая y = kx не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **85.** Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая y = kx не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **86.** Постройте график функции $y = \frac{4,5|x|-1}{|x|-4,5x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая y = kx не имеет с графиком ни одной общей точки.

23. Функции и их свойства. Графики функций Часть 2. ФИПИ. Расширенная версия

I) Квадратичная функция (парабола). Модуль

1.Постройте график функции $y = \begin{cases} -\frac{5}{x}, & \text{если } x \le -1, \\ x^2 - 4x, & \text{если } x > -1, \end{cases}$ и определите, при

каких значениях m прямая y=m будет пересекать построенный график в трёх точках.

2.Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{5}{x}, & \text{если } x \ge 1, \\ x^2 + 4x, & \text{если } x < 1, \end{cases}$ и определите, при

каких значениях m прямая y=m будет пересекать построенный график в трёх точках.

- **3.**При каком значении k прямая y = kx имеет с параболой $y = x^2 3x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и постройте данные графики в одной системе координат.
- **4.**При каком значении k прямая y = kx 4 имеет с параболой $y = x^2 + 2x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и постройте данные графики в одной системе координат.
- **5.**Найдите все значения k, при каждом из которых прямая y = kx имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.
- **6.**При каком значении p прямая y = x + p имеет с параболой $y = x^2 3x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении p.
- **7.**При каком значении p прямая y = -2x + p имеет с параболой $y = x^2 + 2x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении p.
- **8.**Известно, что графики функций $y=-x^2+p$ и y=-4x+5 имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.
- **9.**При каком значении p графики функций $y = x^2 + p$ и y = -2x 2 имеют ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

- **10.** Известно, что графики функций $y=x^2+p$ и y=2x-5 имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.
- **11.** Найдите p и постройте график функции $y = x^2 + p$, если известно, что прямая y = 4x имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **12.** Найдите p и постройте график функции $y = x^2 + p$, если известно, что прямая y = -2x имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **13.** Постройте график функции $y = x^2 4|x| + 2x$ и определите, при каких значениях c прямая y = c имеет с графиком три общие точки.
- **14.** Постройте график функции $y = x^2 6|x| + 2x$ и определите, при каких значениях c прямая y = c имеет с графиком три общие точки.
- **15.** Постройте график функции $y = x^2 5|x| x$ и определите, при каких значениях c прямая y = c имеет с графиком три общие точки.
- **16.** Постройте график функции $y = -x^2 + 3|x| + x$ и определите, при каких значениях c прямая y = c имеет с графиком ровно три общие точки.
- **17.** Постройте график функции $y = -2x + 4|x| x^2$ и определите, при каких значениях c прямая y = c имеет с графиком ровно три общие точки.
- **18.** Постройте график функции $y=2x+6|x|-x^2$ и определите, при каких значениях c прямая y=c имеет с графиком ровно три общие точки.
- **19.** Постройте график функции $y = x^2 5|x| + 4$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **20.** Постройте график функции $y = x^2 6|x| + 8$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **21.** Постройте график функции $y = x^2 5|x| + 6$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- **22.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 7x + 12)(x^2 x 2)}{x^2 + 5x + 4}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **23.** Постройте график функции $y = \frac{(x^2 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 x 2}$ и определите, при каких значениях параметра m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.

- **24.** Постройте график функции $y = -2 \frac{x^4 x^3}{x^2 x}$ и определите, при каких значениях параметра m прямая y = m имеет ровно две общие точки с графиком.
- **25.** Постройте график функции $y = 5 \frac{x^4 x^3}{x^2 x}$ и определите, при каких значениях параметра m прямая y = m имеет ровно две общие точки с графиком.
- **26.** Парабола проходит через точки A(0; 6), B(6; -6), C(1; 9). Найдите координаты её вершины.
- **27.** Парабола проходит через точки A(0; -6), B(-5; -1), C(1; -1). Найдите координаты её вершины.
- **28.** Парабола проходит через точки K(0;-5), L(3;10), M(-3;-2). Найдите координаты её вершины
- **29.** Парабола проходит через точки A(0; -4), B(-1; -11), C(4; 4). Найдите координаты её вершины.
- **30.** При каких значениях p вершины парабол $y = x^2 + 4px 1$ и $y = -x^2 + 6px p$ расположены по разные стороны от оси x?
- **31.** При каких значениях p вершины парабол $y=-x^2+8px+3$ и $y=x^2-6px+3p$ расположены по разные стороны от оси x?
- **32.** При каких значениях m вершины парабол $y = -x^2 6mx + m$ и $y = x^2 4mx 2$ расположены по одну сторону от оси x?
- **33.** При каких значениях m вершины парабол $y = -x^2 + 4mx m$ и $y = x^2 + 2mx 2$ расположены по одну сторону от оси x?

II) Обратная пропорциональность (гипербола)

- **34.** Постройте график функции $y = \frac{x-2}{2x-x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **35.** Постройте график функции $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$ и определите, при каких значениях k прямая y = kx имеет с графиком ровно одну общую точку.
- **36.** Постройте график функции $y = -4 \frac{x+1}{x^2 + x}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.

- **37.** Постройте график функции $y = -1 \frac{x-4}{x^2-4x}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m не имеет с графиком ни одной общей точки.
- **38.** Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \le 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1, \end{cases}$ и определите, при

каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.

39. Постройте график функции $y = \begin{cases} -2x^2, & \text{если } |x| \le 1, \\ \frac{2}{x}, & \text{если } |x| > 1, \end{cases}$ и определите, при

каких значениях m прямая y=4m имеет с графиком ровно одну общую точку.