

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА
«МАТЕМАТИКА»
(базовый уровень)**

1. Личностные, метапредметные, предметные результаты освоения программы:

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:***

– ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

– готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

– готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения;

– готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества;

– принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):***

– российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности русского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;

– уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:***

– гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена русского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:***

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам;
- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:***

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

• ***Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:***

- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности.

Метапредметные результаты

Метапредметные результаты освоения Программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (далее - УУД).

• ***Регулятивные универсальные учебные действия***

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

- ***Познавательные универсальные учебные действия***

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

- ***Коммуникативные универсальные учебные действия***

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты

Выпускник научится:

Цель освоения предмета: Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

- Элементы теории множеств и математической логики
 - Оперировать на базовом уровне¹ понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;
 - оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
 - находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;
 - строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;
 - распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;
- проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни
 - Числа и выражения
 - Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
 - оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;
 - выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;
 - выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;
 - сравнивать рациональные числа между собой;
 - оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
 - изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;
 - изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;

¹ Здесь и далее: распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

- выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
- выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
- вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;
- оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять вычисления при решении задач практического характера;
- выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;
- соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;
- использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни.

- Уравнения и неравенства

- Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
- решать логарифмические уравнения вида $\log_a (bx + c) = d$ и простейшие неравенства вида $\log_a x < d$;
- решать показательные уравнения, вида $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);
- приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.

В повседневной жизни и при изучении других предметов: составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач.

- Функции

- Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;
- оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;
- соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;

- находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;
- определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации.
 - Элементы математического анализа
- Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;
- определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;
- решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах;
- соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.);
- использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса.
 - Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика
- Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;
- оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновозможными элементарными событиями;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;
- читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
 - Текстовые задачи
- Решать несложные текстовые задачи разных типов;
- анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;

- понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;
- действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;
- использовать логические рассуждения при решении задачи;
- работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;
- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;
- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;
- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.

В повседневной жизни и при изучении других предметов: решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни.

- Геометрия

- Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;
- распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;

- использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;
- соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;
- соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;
- оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников).
 - Векторы и координаты в пространстве
- Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве;
- находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда.
 - История математики
- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России.
 - Методы математики
- Применять известные методы при решении стандартных математических задач;
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;
- приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства.

Выпускник получит возможность научиться:

Цель освоения предмета: Для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

- Элементы теории множеств и математической логики
 - Оперировать² понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
 - оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
 - проверять принадлежность элемента множеству;
 - находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
 - проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
- Числа и выражения
 - Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть,

² Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.

доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;

- приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π ;
- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира.

- Уравнения и неравенства

- Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;

– использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач; уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

- **Функции**

– Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;

– оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;

– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

– строить графики изученных функций;

– описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

– строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);

– решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);

– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.).

- **Элементы математического анализа**

– Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

– вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;

– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;

– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;

– интерпретировать полученные результаты.

- Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

– Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;

– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;

– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;

– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

– иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;

– иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;

– иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;

– выбирать подходящие методы представления и обработки данных;

– уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

- Текстовые задачи

– Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;

– выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;

– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;

– анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

– переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

В повседневной жизни и при изучении других предметов: решать практические задачи и задачи из других предметов.

- Геометрия

– Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

– применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;

– решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;

– делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
- находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
- вычислять расстояния и углы в пространстве.

В повседневной жизни и при изучении других предметов: использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний.

- Векторы и координаты в пространстве

- Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;
- находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать простейшие задачи введением векторного базиса

- История математики

- Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

- Методы математики

- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

2. Содержание курса. Углублённый уровень

Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

Числа и величины.

Радианная мера угла. Связь радианной меры угла с градусной мерой. Расширение понятия числа: натуральные, целые, рациональные, действительные, комплексные числа. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Сопряжённые комплексные числа. Действительная и мнимая части, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические операции с комплексными числами. Натуральная степень комплексного числа. Формула Муавра.

Выражения.

Корень n -й степени. Арифметический корень n -й степени. Свойства корня n -й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих корни n -й степени. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня.

Степень с рациональным показателем. Свойства степени с рациональным показателем. Тождественные преобразования выражений, содержащих степени с рациональным показателем.

Косинус, синус, тангенс, котангенс угла поворота. Основные соотношения между косинусом, синусом, тангенсом и котангенсом одного и того же аргумента. Формулы сложения. Формулы приведения. Формулы двойного и половинного углов. Формулы суммы и разности синусов (косинусов). Формулы преобразования произведения в сумму. Тождественные преобразования выражений, содержащих косинусы, синусы, тангенсы и котангенсы.

Арккосинус, арксинус, арктангенс, арккотангенс. Простейшие свойства арккосинуса, арксинуса, арктангенса, арккотангенса.

Степень с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем. Тождественные преобразования выражений, содержащих степени с действительным показателем.

Логарифм. Свойства логарифмов. Тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы.

Уравнения и неравенства.

Область определения уравнения (неравенства). Равносильные уравнения (неравенства). Равносильные преобразования уравнений (неравенств). Уравнение-следствие (неравенство-следствие). Посторонние корни.

Иррациональные уравнения (неравенства). Метод равносильных преобразований для решения иррациональных уравнений (неравенств). Метод следствий для решения иррациональных уравнений.

Тригонометрические уравнения (неравенства). Основные тригонометрические уравнения (неравенства) и методы их решения. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные уравнения первой и второй степеней. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители.

Показательные уравнения (неравенства). Равносильные преобразования показательных уравнений (неравенств). Показательные уравнения (неравенства), сводящиеся к алгебраическим.

Логарифмические уравнения (неравенства). Равносильные преобразования логарифмических уравнений (неравенств). Логарифмические уравнения (неравенства), сводящиеся к алгебраическим.

Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел. Основная теорема алгебры.

Функции.

Наибольшее и наименьшее значения функции. Чётные и нечётные функции. Свойства графиков чётной и нечётной функций.

Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований (параллельных переносов, сжатий, растяжений, симметрий).

Обратимые функции. Связь возрастания и убывания функции с её обратимостью. Взаимно обратные функции. Свойства графиков взаимно обратных функций.

Степенная функция. Степенная функция с натуральным (целым) показателем. Свойства степенной функции с натуральным (целым) показателем. График степенной функции с натуральным (целым) показателем.

Функция $y = \sqrt[n]{x}$. Взаимнообратность функций $y = \sqrt[n]{x}$ и степенной функции с натуральным показателем. Свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$ и её график.

Периодические функции. Период периодической функции. Главный период. Свойства графика периодической функции.

Тригонометрические функции: косинус, синус, тангенс, котангенс. Знаки значений тригонометрических функций. Чётность и нечётность тригонометрических функций. Периодичность тригонометрических функций. Свойства тригонометрических функций. Графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции. Свойства обратных тригонометрических функций и их графики.

Показательная функция. Свойства показательной функции и её график.

Логарифмическая функция. Свойства логарифмической функции и её график.

Элементы математического анализа.

Предел функции в точке. Непрерывность. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Непрерывность рациональной функции. Метод интервалов.

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции в точке. Таблица производных. Правила вычисления производных. Механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Признаки возрастания и убывания функции. Точки экстремума функции. Метод нахождения наибольшего и наименьшего значений функции. Построение графиков функций.

Первообразная функция. Общий вид первообразных. Неопределённый интеграл. Таблица первообразных функций. Правила нахождения первообразной функции. Определённый интеграл. Формула Ньютона — Лейбница. Методы нахождения площади фигур и объёма тел, ограниченных данными линиями и поверхностями.

Вероятность и статистика. Работа с данными.

Повторение. Решение задач на табличное и графическое представление данных. Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значений, размаха, дисперсии. Решение задач на определение частоты и вероятности событий. Вычисление вероятностей в опытах с равно- возможными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей. Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.

Дискретные случайные величины и распределения. Независимые случайные величины. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение. Показательное распределение, его параметры. Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Неравенство Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел.

Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции.

Алгебра и начала математического анализа в историческом развитии.

Развитие идеи числа, появление комплексных чисел и их применение. История возникновения дифференциального и интегрального исчисления. Полярная система координат. Элементарное представление о законе больших чисел.

Модуль «Геометрия»

Повторение.

Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырёхугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей. Решение задач с использованием метода координат.

Наглядная геометрия

Фигуры и их изображения (прямоугольный параллелепипед, куб, пирамида, призма, конус, цилиндр, сфера). Основные понятия стереометрии и их свойства. Сечения куба и тетраэдра. Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.

Параллельность и перпендикулярность в пространстве

Расстояния между фигурами в пространстве.

Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трёх перпендикулярах.

Многогранники

Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая пирамида. Элементы призмы и пирамиды.

Простейшие комбинации многогранников и тел вращения. Вычисление элементов пространственных фигур (рёбра, диагонали, углы).

Тела вращения

Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости. Представление об усечённом конусе, сечениях конуса (параллельных основанию и проходящих через вершину), сечениях цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечениях шара. Развёртка цилиндра и конуса.

Объёмы тел. Площадь сферы

Понятие об объёме. Объём пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объём шара.

Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара.

Координаты и векторы в пространстве.

Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.

Векторы и координаты в пространстве. Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трём некопланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объёмов. Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.

3. Тематическое планирование

3.1. Модуль «Алгебра и начала анализа»

10 класс

№	Тема	Количество часов
1	Повторение и расширение сведений о функции.	13
	Наибольшее и наименьшее значение функции. Четные и нечетные функции	3
	Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований	1
	Обратная функция	3
	Равносильные уравнения и неравенства	2
	Метод интегралов	3
	Контрольная работа № 1	1
2	Степенная функция	23
	Степенная функция с натуральным показателем	1
	Степенная функция с целым показателем	2
	Определение корня n-й степени	6
	Контрольная работа № 2	1
	Определение и свойства степени с рациональным показателем	2
	Иррациональные уравнения	4
	Метод равносильных преобразований при решении иррациональных уравнений	3
	Иррациональные неравенства	3
Контрольная работа № 3	1	
3	Тригонометрические функции	35
	Радианная мера угла	2
	Тригонометрические функции числового аргумента	2
	Знаки значений тригонометрических функций. Четность и нечетность тригонометрических функций.	2
	Периодические функции	1
	Свойства и графики функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$	3
	Свойства и графики функций $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$	3
	Контрольная работа № 3	1
	Основные соотношения между тригонометрическими функциями	4

	одного и того же аргумента.	
	Формулы сложения	3
	Формулы приведения	2
	Формулы двойного и половинного углов	5
	Сумма и разность синусов (косинусов)	3
	Формула преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.	3
	Контрольная работа № 5	1
4	Тригонометрические уравнения и неравенства	23
	Уравнение $\cos x=b$	3
	Уравнение $\sin x=b$	3
	Уравнения $\operatorname{tg} x=b$ и $\operatorname{ctg} x=b$	3
	Функции $y=\arccos x$, $y=\arcsin x$, $y=\operatorname{arctg} x$, $y=\operatorname{arcctg} x$	3
	Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим	3
	Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители	4
	Решение простейших тригонометрических неравенств	3
	Контрольная работа № 6	1
5	Производная и ее применение	32
	Представление о пределе функции в точке и о непрерывности функции в точке	3
	Задачи о мгновенной скорости к касательной к графику функции	1
	Понятие производной	3
	Правила вычисления производной	3
	Уравнение касательной	4
	Контрольная работа № 7	1
	Признаки возрастания и убывания функции	3
	Точки экстремума функции	4
	Наибольшее и наименьшее значение функции	4
	Построение графиков функции	5
	Контрольная работа № 8	1
6	Повторение курса алгебры и начал математического анализа 10 класса	10
	Упражнения для повторения курса алгебры и начал математического анализа 10 класса	9
	Итоговая контрольная работа	1

11 класс

№	Тема	Количество часов
1	Показательная и логарифмическая функции	36
	Степень с произвольным действительным показателем.	4
	Показательная функция	
	Показательные уравнения	4
	Показательные неравенства	4
	Контрольная работа № 1	1
	Логарифм и его свойства	5
	Логарифмическая функция и ее свойства	5

	Логарифмические уравнения	4
	Логарифмические неравенства	4
	Производные показательной и логарифмической функций	4
	Контрольная работа № 2	1
2	Интеграл и его применение	13
	Первообразная	3
	Правила нахождения первообразной	3
	Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл.	5
	Вычисление объемов тел	1
	Контрольная работа № 3	1
3	Элементы комбинаторики. Бином Ньютона	16
	Метод математической индукции	3
	Перестановки, размещения	4
	Сочетания (комбинации)	4
	Бином Ньютона	4
	Контрольная работа № 4	1
4	Элементы теории вероятностей	13
	Операции над событиями	3
	Зависимые и независимые события	3
	Схема Бернулли	5
	Случайные величины и их характеристики	1
	Контрольная работа № 5	1
5	Повторение курса алгебры и начал математического анализа	54
	Повторение и систематизация учебного материала за курс алгебры и начал математического анализа	53
	Контрольная работа № 6	1

3.2. Модуль «Геометрия»

10 класс

№	Тема	Количество часов
1	Введение в стереометрию	9
	Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии.	2
	Следствия из аксиом стереометрии	2
	Пространственные фигуры. Начальные представления о многогранниках.	4
	Контрольная работа № 1	1
2	Параллельность в пространстве	15
	Взаимное расположение двух прямых в пространстве	3
	Параллельность прямой и плоскости	4
	Параллельность плоскостей	3
	Преобразование фигур в пространстве. Параллельное проектирование.	4
	Контрольная работа № 2	1
3	Перпендикулярность в пространстве	27
	Угол между прямыми в пространстве.	2
	Перпендикулярность прямой и плоскости	3
	Перпендикуляр и наклонная	4

	Теорема о трех перпендикулярах	4
	Угол между прямой и плоскостью	3
	Контрольная работа № 3	1
	Двугранный угол. Угол между двумя плоскостями.	4
	Перпендикулярные плоскости	3
	Площадь ортогональной проекции многоугольника	2
	Контрольная работа № 4	1
4	Многогранники	14
	Призма	4
	Параллелепипед	3
	Пирамида	4
	Усеченная пирамида	2
	Контрольная работа № 5	1
5	Обобщение и систематизация знаний обучающихся	3
	Упражнения для повторения курса 10 класса	2
	Итоговая контрольная работа	1

11 класс

№	Тема	Количество часов
1	Координаты и векторы в пространстве	16
	Декартовы координаты точек	2
	Векторы в пространстве	2
	Сложение и вычитание векторов	2
	Умножение вектора на число. Гомотетия.	3
	Скалярное произведение векторов	3
	Геометрическое место точек пространства. Уравнение плоскости.	3
	Контрольная работа № 1	1
2	Тела вращения	29
	Цилиндр	3
	Комбинации цилиндра и призмы	2
	Конус	3
	Усеченный конус	2
	Комбинации конуса и пирамиды	3
	Контрольная работа № 2	1
	Сфера и шар. Уравнение сферы	2
	Взаимное расположение сферы и плоскости	3
	Многогранники, вписанные в сферу	3
	Многогранники, описанные около сферы	3
	Комбинации цилиндра и сферы, конуса и сферы	3
	Контрольная работа № 3	1
3	Объемы тел. Площадь сферы	17
	Объем тела. Формулы для вычисления объема призмы	3
	Формулы для вычисления объемов пирамиды и усеченной пирамиды	5
	Контрольная работа № 4	1
	Объемы тел вращения	5
	Площадь сферы	2

	Контрольная работа № 5	1
4	Повторение и систематизация учебного материала	4
	Итоговая контрольная работа	1