

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА
«МАТЕМАТИКА»
(углублённый уровень)**

1. Личностные, метапредметные, предметные результаты освоения программы:

Личностными результатами обучения общей биологии в старшей школе являются:

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:***

– ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

– готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

– готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения;

– готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества;

– принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):***

– российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности русского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;

– уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России.

– формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:***

– гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена русского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные

национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

– интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;

– готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:***

– нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

– принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

– способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам;

– формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

• ***Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:***

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

• ***Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:***

– осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

– готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

– потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;

– готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

Метапредметные результаты

Метапредметные результаты освоения Программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (далее - УУД).

• *Регулятивные универсальные учебные действия*

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

• *Познавательные универсальные учебные действия*

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

• *Коммуникативные универсальные учебные действия*

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты

Выпускник научится:

Цели освоения предмета: Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики

- Элементы теории множеств и математической логики
 - Свободно оперировать¹ понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
 - задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
 - оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
 - проверять принадлежность элемента множеству;
 - находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
 - проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов

- Числа и выражения
 - Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
 - понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционными системами записи чисел;
 - переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
 - доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
 - выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
 - сравнивать действительные числа разными способами;

¹ Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

- Уравнения и неравенства

- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;

- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

- **Функции**

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.).

- **Элементы математического анализа**

- Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;

- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;
- применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;
- интерпретировать полученные результаты.
 - Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика
- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.
 - Текстовые задачи
- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

В повседневной жизни и при изучении других предметов: решать практические задачи и задачи из других предметов.

- Геометрия

- Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;
- владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;
- иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;
- уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;
- иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;
- применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;
- уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;
- уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;
- владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;
- владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;
- владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;
- владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;
- владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;
- иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;

- иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;
- уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
- иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов: составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

- Векторы и координаты в пространстве
 - Владеть понятиями векторы и их координаты;
 - уметь выполнять операции над векторами;
 - использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
 - применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
 - применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач.
- История математики
 - Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
 - понимать роль математики в развитии России.
- Методы математики
 - Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
 - применять основные методы решения математических задач;
 - на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
 - применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
 - пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов.

Выпускник получит возможность научиться:

Цели освоения предмета: Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук

- Элементы теории множеств и математической логики
 - Достижение результатов раздела II;
 - оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;
 - понимать суть косвенного доказательства;
 - оперировать понятиями счетного и несчетного множества;
 - применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

- Числа и выражения
 - Достижение результатов раздела II;
 - свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;

- понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;
- владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;
- применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;
- применять при решении задач Малую теорему Ферма;
- уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби;
- применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры;
- применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.
 - Уравнения и неравенства
 - Достижение результатов раздела II;
 - свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
 - свободно решать системы линейных уравнений;
 - решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
 - применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;
 - иметь представление о неравенствах между средними степенными.
 - Функции
 - Достижение результатов раздела II;
 - владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;
 - применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.
 - Элементы математического анализа
 - Достижение результатов раздела II;
 - свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
 - свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;
 - оперировать понятием первообразной функции для решения задач;
 - овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;
 - оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
 - уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;

- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);
- уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость.
 - Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика
- Достижение результатов раздела II;
- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;
- владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;
- иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;
- владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.
 - Текстовые задачи
- Достижение результатов раздела II.
 - Геометрия
- Иметь представление об аксиоматическом методе;
- владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;
- уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;
- владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;
- иметь представление о двойственности правильных многогранников;
- владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;
- иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;
- иметь представление о конических сечениях;
- иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;

- применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;
- владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;
- применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;
- иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;
- применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;
- применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;
- иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади ортогональной проекции;
- иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;
- иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;
- уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;
- уметь применять формулы объемов при решении задач.
 - Векторы и координаты в пространстве
- Достижение результатов раздела II;
- находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
- задавать прямую в пространстве;
- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат.
 - История математики
- Достижение результатов раздела II.
 - Методы математики
- Достижение результатов раздела II;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

2. Содержание курса. Углублённый уровень

Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

Числа и величины.

Радианная мера угла. Связь радианной меры угла с градусной мерой. Расширение понятия числа: натуральные, целые, рациональные, действительные, комплексные числа. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Сопряжённые комплексные числа. Действительная и мнимая части, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические операции с комплексными числами. Натуральная степень комплексного числа. Формула Муавра.

Выражения.

Корень n -й степени. Арифметический корень n -й степени. Свойства корня n -й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих корни n -й степени. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня.

Степень с рациональным показателем. Свойства степени с рациональным показателем. Тождественные преобразования выражений, содержащих степени с рациональным показателем.

Косинус, синус, тангенс, котангенс угла поворота. Основные соотношения между косинусом, синусом, тангенсом и котангенсом одного и того же аргумента. Формулы сложения. Формулы приведения. Формулы двойного и половинного углов. Формулы суммы и разности синусов (косинусов). Формулы преобразования произведения в сумму. Тождественные преобразования выражений, содержащих косинусы, синусы, тангенсы и котангенсы.

Арккосинус, арксинус, арктангенс, арккотангенс. Простейшие свойства арккосинуса, арксинуса, арктангенса, арккотангенса.

Степень с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем. Тождественные преобразования выражений, содержащих степени с действительным показателем.

Логарифм. Свойства логарифмов. Тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы.

Уравнения и неравенства.

Область определения уравнения (неравенства). Равносильные уравнения (неравенства). Равносильные преобразования уравнений (неравенств). Уравнение-следствие (неравенство-следствие). Посторонние корни.

Иррациональные уравнения (неравенства). Метод равносильных преобразований для решения иррациональных уравнений (неравенств). Метод следствий для решения иррациональных уравнений.

Тригонометрические уравнения (неравенства). Основные тригонометрические уравнения (неравенства) и методы их решения. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные уравнения первой и второй степеней. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители.

Показательные уравнения (неравенства). Равносильные преобразования показательных уравнений (неравенств). Показательные уравнения (неравенства), сводящиеся к алгебраическим.

Логарифмические уравнения (неравенства). Равносильные преобразования логарифмических уравнений (неравенств). Логарифмические уравнения (неравенства), сводящиеся к алгебраическим.

Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел. Основная теорема алгебры.

Функции.

Наибольшее и наименьшее значения функции. Чётные и нечётные функции. Свойства графиков чётной и нечётной функций.

Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований (параллельных переносов, сжатий, растяжений, симметрий).

Обратимые функции. Связь возрастания и убывания функции с её обратимостью. Взаимно обратные функции. Свойства графиков взаимно обратных функций.

Степенная функция. Степенная функция с натуральным (целым) показателем. Свойства степенной функции с натуральным (целым) показателем. График степенной функции с натуральным (целым) показателем.

Функция $y = \sqrt[n]{x}$. Взаимнообратность функций $y = \sqrt[n]{x}$ и степенной функции с натуральным показателем. Свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$ и её график.

Периодические функции. Период периодической функции. Главный период. Свойства графика периодической функции.

Тригонометрические функции: косинус, синус, тангенс, котангенс. Знаки значений тригонометрических функций. Чётность и нечётность тригонометрических функций. Периодичность тригонометрических функций. Свойства тригонометрических функций. Графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции. Свойства обратных тригонометрических функций и их графики.

Показательная функция. Свойства показательной функции и её график.

Логарифмическая функция. Свойства логарифмической функции и её график.

Элементы математического анализа.

Предел функции в точке. Непрерывность. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Непрерывность рациональной функции. Метод интервалов.

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции в точке. Таблица производных. Правила вычисления производных. Механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Признаки возрастания и убывания функции. Точки экстремума функции. Метод нахождения наибольшего и наименьшего значений функции. Построение графиков функций.

Первообразная функция. Общий вид первообразных. Неопределённый интеграл. Таблица первообразных функций. Правила нахождения первообразной функции. Определённый интеграл. Формула Ньютона — Лейбница. Методы нахождения площади фигур и объёма тел, ограниченных данными линиями и поверхностями.

Вероятность и статистика. Работа с данными.

Повторение. Решение задач на табличное и графическое представление данных. Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значений, размаха, дисперсии. Решение задач на определение частоты и вероятности событий. Вычисление вероятностей в опытах с равно-возможными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей. Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.

Дискретные случайные величины и распределения. Независимые случайные величины. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение. Показательное распределение, его параметры. Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Неравенство Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел.

Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции.

Алгебра и начала математического анализа в историческом развитии.

Развитие идеи числа, появление комплексных чисел и их применение. История возникновения дифференциального и интегрального исчисления. Полярная система координат. Элементарное представление о законе больших чисел.

Модуль «Геометрия»

Повторение.

Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырёхугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей. Решение задач с использованием метода координат.

Наглядная геометрия

Фигуры и их изображения (прямоугольный параллелепипед, куб, пирамида, призма, конус, цилиндр, сфера). Основные понятия стереометрии и их свойства. Сечения куба и тетраэдра. Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.

Параллельность и перпендикулярность в пространстве

Расстояния между фигурами в пространстве.

Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трёх перпендикулярах.

Многогранники

Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая пирамида. Элементы призмы и пирамиды.

Простейшие комбинации многогранников и тел вращения. Вычисление элементов пространственных фигур (рёбра, диагонали, углы).

Тела вращения

Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости. Представление об усечённом конусе, сечениях конуса (параллельных основанию и проходящих через вершину), сечениях цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечениях шара. Развёртка цилиндра и конуса.

Объёмы тел. Площадь сферы

Понятие об объёме. Объём пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объём шара.

Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара.

Координаты и векторы в пространстве.

Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.

Векторы и координаты в пространстве. Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объёмов. Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.

3. Тематическое планирование

3.1. Модуль «Алгебра и начала анализа»

10 класс

№	Тема	Количество часов	
		3	
1	Повторение и расширение сведений о множествах, математической логике и функциях.	20	
	Множества, операции над множествами	2	
	Конечные и бесконечные множества	2	
	Высказывания и операции над ними	2	
	Предикаты. Операции над предикатами. Виды теорем.	2	
	Контрольная работа № 1	1	
	Функция и ее свойства	2	
	Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований	2	
	Обратная функция	2	
	Метод интегралов	4	
	Контрольная работа № 2	1	
	2	Степенная функция	24
		Степенная функция с натуральным показателем	1
		Степенная функция с целым показателем	1
Определение корня n-й степени. Функция $y = \sqrt[n]{x}$		3	
Свойства корня n-й степени		4	
Контрольная работа № 3		1	
Степень с рациональным показателем и ее свойства		2	
Иррациональные уравнения		4	
Различные приёмы решения иррациональных уравнений и их систем		3	
Иррациональные неравенства		3	
Контрольная работа № 4	2		
3	Тригонометрические функции	35	
	Радианное измерение углов	2	
	Тригонометрические функции числового аргумента	2	
	Знаки значений тригонометрических функций. Четность и нечетность тригонометрических функций.	2	
	Периодические функции	2	

	Свойства и графики функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$	3
	Свойства и графики функций $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$	3
	Контрольная работа № 5	1
	Основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла.	4
	Формулы сложения	3
	Формулы приведения	2
	Формулы двойного, тройного и половинного углов	5
	Формула для преобразования суммы, разности и произведения тригонометрических функций.	4
	Контрольная работа № 6	2
4	Тригонометрические уравнения и неравенства	32
	Уравнение $\cos x=b$	4
	Уравнение $\sin x=b$	3
	Уравнения $\operatorname{tg} x=b$ и $\operatorname{ctg} x=b$	2
	Функции $y=\arccos x$, $y=\arcsin x$, $y=\operatorname{arctg} x$, $y=\operatorname{arcctg} x$	5
	Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим	4
	Решение тригонометрических уравнений	5
	О равносильных переходах при решении тригонометрических уравнений	2
	Тригонометрические неравенства	4
	Контрольная работа № 7	2
5	Производная и ее применение	32
	Представление о пределе функции в точке и о непрерывности функции в точке	3
	Задачи о мгновенной скорости как касательной к графику функции	1
	Понятие производной	3
	Правила вычисления производной	5
	Уравнение касательной	5
	Контрольная работа № 8	2
	Признаки возрастания и убывания функции	5
	Точки экстремума функции	4
	Наибольшее и наименьшее значение функции	5
	Вторая производная. Понятие выпуклости функции	2
	Построение графиков функции	5
	Контрольная работа № 9	2
6	Повторение курса алгебры и начал математического анализа 10 класса	17
	Упражнения для повторения курса алгебры и начал математического анализа 10 класса	15
	Итоговая контрольная работа	2
11 класс		
№	Тема	Количество часов
1	Показательная и логарифмическая функции	28
	Степень с произвольным действительным показателем.	3

	Показательная функция	
	Показательные уравнения	4
	Показательные неравенства	3
	Контрольная работа № 1	1
	Логарифм и его свойства	3
	Логарифмическая функция и ее свойства	2
	Логарифмические уравнения	5
	Логарифмические неравенства	4
	Производные показательной и логарифмической функций	2
	Контрольная работа № 2	1
2	Интеграл и его применение	18
	Первообразная	2
	Правила нахождения первообразной	4
	Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл.	6
	Вычисление объемов тел	3
	Обобщение	1
	Контрольная работа № 3	2
3	Комплексные числа	8
	Комплексные числа. Записи комплексного числа	2
	Действия над комплексными числами	5
	Контрольная работа № 4	
4	Элементы комбинаторики. Бином Ньютона	13
	Метод математической индукции	3
	Перестановки, размещения	3
	Сочетания (комбинации)	2
	Бином Ньютона	3
	Обобщение	1
	Контрольная работа № 5	1
5	Элементы теории вероятностей	26
	Элементы комбинаторики и бином Ньютона	4
	Аксиомы теории вероятностей	3
	Условная вероятность	3
	Независимые события	2
	Случайная величина	3
	Операции над событиями	3
	Схема Бернулли	3
	Характеристики случайной величины	3
	Математическое ожидание суммы случайных величин	3
	Обобщение	
	Контрольная работа № 6	1
5	Повторение курса алгебры и начал математического анализа	39
	Повторение и систематизация учебного материала за курс алгебры и начал математического анализа	36
	Контрольная работа № 7	1
	Контрольная работа № 8	1
	Контрольная работа № 9	

3.2.Модуль «Геометрия»

10 класс

№	Тема	Количество часов
1	Введение в стереометрию	10
	Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии.	2
	Следствия из аксиом стереометрии	3
	Пространственные фигуры. Начальные представления о многогранниках.	4
	Контрольная работа № 1	1
2	Параллельность в пространстве	20
	Взаимное расположение двух прямых в пространстве	2
	Параллельность прямой и плоскости	5
	Параллельность плоскостей	5
	Преобразование фигур в пространстве. Параллельное проектирование.	3
	Изображение плоских и пространственных фигур	4
	Контрольная работа № 2	1
3	Перпендикулярность в пространстве	39
	Угол между прямыми в пространстве.	2
	Перпендикулярность прямой и плоскости	5
	Перпендикуляр и наклонная	5
	Теорема о трех перпендикулярах	5
	Угол между прямой и плоскостью	3
	Контрольная работа № 3	1
	Угол между прямой и плоскостью	4
	Двугранный угол. Угол между двумя плоскостями.	5
	Перпендикулярные плоскости	5
	Площадь ортогональной проекции многоугольника	2
	Многогранный угол. Трехгранный угол	2
	Геометрическое место точек пространства	2
	Контрольная работа № 4	1
4	Многогранники	24
	Призма	5
	Параллелепипед	4
	Пирамида	6
	Усеченная пирамида	2
	Тетраэдр	4
	Обобщение	2
	Контрольная работа № 5	1
5	Обобщение и систематизация знаний обучающихся	9
	Упражнения для повторения курса 10 класса	7
	Итоговая контрольная работа	2

11 класс

№	Тема	Количество часов
---	------	------------------

1	Координаты и векторы в пространстве	22
	Декартовы координаты точек	2
	Векторы в пространстве	2
	Сложение и вычитание векторов	3
	Умножение вектора на число. Гомотетия.	5
	Скалярное произведение векторов	5
	Уравнение плоскости.	4
	Контрольная работа № 1	1
2	Тела вращения	36
	Цилиндр	3
	Комбинации цилиндра и призмы	3
	Конус	3
	Усеченный конус	2
	Комбинации конуса и пирамиды	4
	Контрольная работа № 2	1
	Сфера и шар. Уравнение сферы	2
	Взаимное расположение сферы и плоскости	2
	Многогранники, вписанные в сферу	3
	Многогранники, описанные около сферы	3
	Тела вращения, вписанные в сферу	5
	Тела вращения, описанные около сферы	4
	Контрольная работа № 3	5
	3	Объемы тел. Площадь сферы
Объем тела. Формулы для вычисления объема призмы		4
Формулы для вычисления объемов пирамиды и усеченной пирамиды		4
Объемы тел вращения		5
Площадь сферы		2
Обобщение		1
Контрольная работа № 4		1
4	Повторение и систематизация учебного материала	22
	Итоговая контрольная работа	2