13 задания профильного ЕГЭ 2020

1)

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

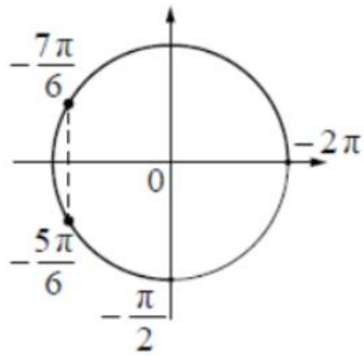
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде

$$\left(2\cos x + \sqrt{3}\right)\left(\cos^2 x + 1\right) = 0.$$

Значит, или $\cos^2 x = -1$, что невозможно, или $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

2)

а) Решите уравнение

$$2\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\sqrt{3}\sin x=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

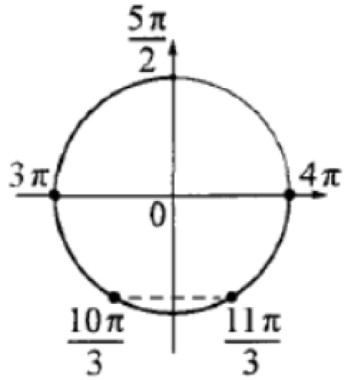
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x=0;\ \sin x\cdot\left(2\sin x+\sqrt{3}\right)=0.$$

Значит, или $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.



Получим числа: 3π; $\frac{10\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{3}$; 4π.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) 3π; $\frac{10\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{3}$; 4π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

3)

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

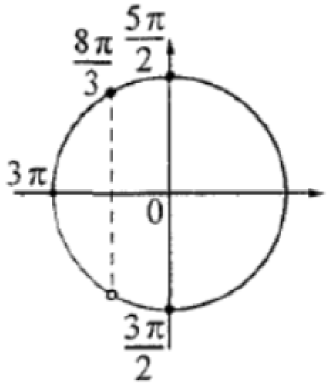
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0;\ 2\cos^2 x + \cos x = 0;\ \cos x \cdot (2\cos x + 1) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.



Получим числа: $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{8\pi}{3}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{8\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

4)

а) Решите уравнение

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin 2x=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$.

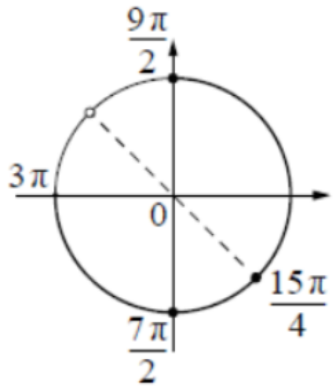
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x+2\sin x\cdot\cos x=0;\ \cos x\cdot(\sin x+\cos x)=0.$$

Значит, или $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=-\cos x$; $\operatorname{tg} x=-1$; $x=-\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $\frac{7\pi}{2}$; $\frac{15\pi}{4}$; $\frac{9\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{7\pi}{2}$; $\frac{15\pi}{4}$; $\frac{9\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

5)

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x-\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

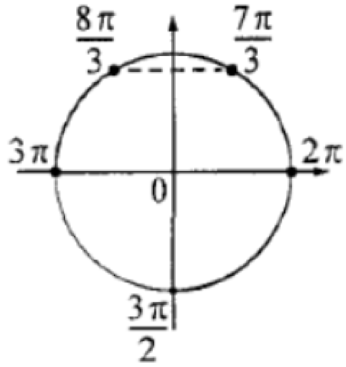
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x=0;\ \sin x\cdot\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0.$$

Значит, или $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.



Получим числа: 2π; $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$; 3π.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) 2π; $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$; 3π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

6)

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

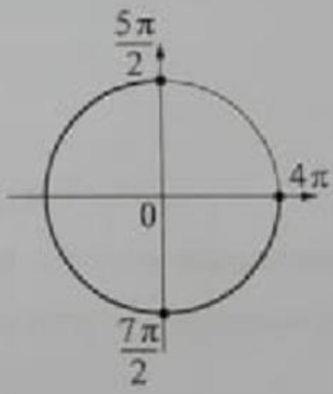
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x - 1 - 2\cos x + 1 = 0;\ 2\cos^2 x - 2\cos x = 0;\ \cos x \cdot (\cos x - 1) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = 1$, откуда $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.



Получим числа: $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{2}$; 4π.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{2}$; 4π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

7)

а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\sin x}-2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

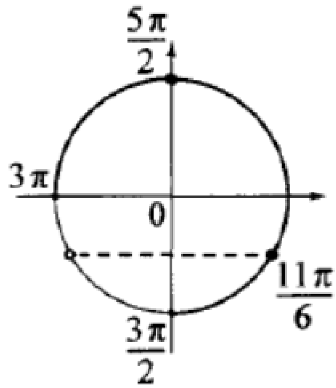
Решение.

а) Пусть $t=\frac{1}{\sin x}$, тогда уравнение запишется в виде $t^2+t-2=0$, откуда $t=1$ или $t=-2$.

При $t=1$ получим: $\frac{1}{\sin x}=1$; $\sin x=1$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

При $t=-2$ получим: $\frac{1}{\sin x}=-2$; $\sin x=-\frac{1}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.



Получим числа: $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2