

**НЕКОММЕРЧЕСКОЕ ЧАСТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«САЛЬСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ТЕХНИКУМ»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной  
аттестации в форме экзамена  
по дисциплине ООД.12 МАТЕМАТИКА  
в рамках программы подготовки  
по профессии  
38.01.02 Продавец**

**РАССМОТРЕНО**

Цикловой комиссией  
информационных и естественно-  
научных дисциплин  
Протокол № 11  
От 10 июня 2025 г.  
Председатель цикловой комиссии  
информационных и естественно-  
научных дисциплин

  
\_\_\_\_\_ Кузнецов Э. С.

**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель директора по учебной  
работе

И. А. Степанько



Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в форме экзамена по дисциплине ООД.12 Математика разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по профессии 38.01.02 Продавец (утвержденного приказом Министерства Просвещения РФ № 518 от 01 августа 2024 г., зарегистрированным в Минюсте России 04 сентября 2024 г. 79379), рабочей программы учебной дисциплины ООД.12 Математика, (утв. зам. директора по УР), Положения о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (приказ директора № 45/к от 25.11.2025 г.)

Организация-разработчик: НЧПОУ «Сальский экономико – правовой техникум»

Разработчик: преподаватель НЧПОУ «СЭПТ» Власенко А.А

Рецензент: Председатель цикловой комиссии информационных и естественнонаучных дисциплин Кузнецов Э.С.

Рецензент : преподаватель кафедры технических дисциплин НАЧПОУ «НЭПТ» Александров А.В

## I. Паспорт фонда оценочных средств

### 1.1 Область применения фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения ООД.12 Математика.

1.2 Сводные данные об объектах оценивания, основных показателях, формах контроля и аттестации.

Результаты освоения (объекты оценивания)	Основные показатели оценки результата	Номер темы, номер практического занятия	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения	Форма промежуточной аттестации
У1 Умение решать задачи алгебры и начала анализа	<ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;</li> <li>• находить приближенных значений величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная);</li> <li>• сравнивать числовые выражения</li> <li>• находить значение корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определений, с использованием при необходимости инструментальных средств;</li> <li>• использовать приближенную оценку при практических расчетах;</li> <li>• выполнять преобразования выражений, и применять формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;</li> <li>• вычислять значения функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;</li> <li>• определять основные свойства числовых функций, с иллюстрацией их на графиках;</li> <li>• строить графики изученных функций, с иллюстрацией по графику свойств элементарных функций;</li> <li>• использовать понятия функции для описания и анализа</li> </ul>	Практическое занятие №1	1.Блиц – опрос для проверки актуализации знаний 2.Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	Экзамен
		Практическое занятие №2	1.Устный опрос для проверки остаточных знаний (математический диктант) 2. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №3	1.Устный опрос для проверки остаточных знаний 2.Работа по карточкам для проверки остаточных знаний 3. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №4	1.Устный опрос для проверки остаточных знаний: 2. Оценка результатов работы на практическом занятии	
		Практическое занятие №5	1.Устный опрос для проверки остаточных знаний: 2. Оценка результатов работы на практическом занятии	
		Практическое занятие №6	1. Оценка результатов работы на практическом занятии 2.Вопросы для	

<p>зависимостей величин;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• находить производные элементарных функций;</li> <li>• использовать производную для изучения свойств функции и построения графиков;</li> <li>• применять производную для проведения приближенных вычислений, решение задач прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;</li> <li>• вычислять в простейших случаях площади и объема с использованием определенного интеграла;</li> <li>• решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящихся к линейным и квадратным, а также аналогичных неравенств и систем;</li> <li>• использовать графический метода решения уравнений и неравенств;</li> <li>• изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;</li> <li>• уметь составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.</li> </ul>		взаимоконтроля
	Практическое занятие №7	Оценка результатов работы на практическом занятии
	Практическое занятие №13	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №14	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №15	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №16	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)
	Практическое занятие №17	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №18	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач из вариантов ЕГЭ)
	Практическое занятие №19	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №20	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №21	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №22	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №23	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
	Практическое занятие №24	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)
Практическое занятие №25	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
Практическое занятие №26	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)	
Практическое занятие №27	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
Практическое занятие №28	1.Алгоритм интегрирования способом подстановки 2. Оценка результатов	

			работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №29	1.Письменный опрос для проверки остаточных знаний к теме 4.3 2. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №30	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
У 2 Умение решать задачи тригонометрии	-Изображать углы вращения на окружности, соотносить величину угла с его расположением; -применять основные тригонометрические тождества, формулы приведения и основные формулы тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его; -обозначать на круге решения простейших тригонометрических неравенств; -применять при решении уравнений определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа.	Практическое занятие №8	Оценка результатов работы на практическом занятии	Экзамен
		Практическое занятие №9	1.Продолжи запись формулы, проверка остаточных знаний 2. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №10	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)	
		Практическое занятие №11	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №12	1. Рекомендации по решению тригонометрических уравнений 2. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
У3 Умение решать задачи комбинаторики, статистики и теории вероятностей.	- Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул; -вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов; -решать практические задачи на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.	Практическое занятие №31	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	Экзамен
		Практическое занятие №32	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)	
		Практическое занятие №33	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
		Практическое занятие №34	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)	
		Практическое занятие №35	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)	
		Практическое занятие №36	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	
У 4 Умение решать задачи геометрии	-Распознавать на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей;	Практическое занятие №37	Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)	Экзамен

	<p>-формулировать определения, признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов;</p> <p>-выполнять построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями, перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскости по описанию; распознавать их на моделях и обоснование построения;</p> <p>-решать задачи на вычисление геометрических величин;</p> <p>- изображать на чертежах и моделях расстояния и обоснование своих суждений. Определение и вычисление расстояний в пространстве. Применять формулы и теоремы планиметрии для решения задач;</p> <p>-применять теории параллельного проектирования для обоснования построений и вычислений;</p> <p>-изображать многогранники и выполнять построение на изображениях и на моделях многогранников;</p> <p>-вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях ;</p> <p>-изображение сечения, развертки многогранников, вычисление площади поверхностей; изображение тел вращения, их развертки, сечения;</p> <p>- Решать задачи на построение сечений, на вычисление длин, расстояний, углов, площадей;</p> <p>- Решать задачи на вычисление площадей плоских фигур, с применением формул и фактов из планиметрии;</p> <p>- Решать задачи на вычисление объемов</p> <p>- вычислять площадь поверхности многогранников и тел вращения;</p> <p>-строить по заданным координатам точек и плоскостей, находить координат точек;</p> <p>- находить уравнения окружности, сферы, плоскости. Вычислять расстояния между точками;</p> <p>- решать задачи на действия с векторами.</p>	<p>Практическое занятие №38</p> <p>Практическое занятие №39</p> <p>Практическое занятие №40</p> <p>Практическое занятие №41</p> <p>Практическое занятие №42</p> <p>Практическое занятие №43</p> <p>Практическое занятие №44</p> <p>Практическое занятие №45</p> <p>Практическое занятие №46</p> <p>Практическое занятие №47</p> <p>Практическое занятие №48</p> <p>Практическое занятие №49</p> <p>Практическое занятие №50</p>	<p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач по вариантам)</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)</p> <p>1. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач) 2. Устные вопросы для проверки знаний</p> <p>1. Наблюдение за ходом выполнения работы на практическом занятии (решение задач) 2. Устные вопросы для проверки знаний</p> <p>1. Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач) 2. Устные вопросы для проверки знаний</p> <p>Оценка результатов работы на практическом занятии (решение задач)</p>	
<p>31 Знание основных формул, определений и теорем алгебры и начала анализа</p>	<p>-Владеть основными понятиями и формулами алгебры и начала анализа</p> <p>-владеть методами доказательств и алгоритмов решения, уметь их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>-владеть стандартными приёмами решения рациональных и</p>	<p>Тема 1.1</p> <p>Тема 1.2</p>	<p>1. Решение задач для проверки усвоения нового материала 2.Тестирование для самоконтроля:</p> <p>1.Устный опрос для проверки остаточных знаний (вопросы, повторение формул) 2.Решение задач для</p>	

	<p>иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использовать готовые компьютерные программы, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;</p> <p>-владеть основными понятиями математического анализа и их свойствами, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;</p>		<p>проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>3. Контрольная работа №1</p>	
32 Знание основных формул, определений и теорем тригонометрии.	<p>- владеть методами доказательств и алгоритмов решения тригонометрических задач, уметь их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>- владеть стандартными приёмами решения тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использовать готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;</p>	Тема 3.1	<p>1.Тестирование для проверки усвоения нового материала</p> <p>2.Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала</p>	
33 Знание основных формул, определений и теорем комбинаторики, статистики и теории	<p>-Владеть представлениями о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности</p>	Тема 3.2	<p>1.Устный опрос актуализации знаний</p> <p>2.Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>3.Выполнение тестирования для проверки усвоения нового учебного материала по вариантам</p>	
		Тема 4.1	<p>1.Устный опрос для проверки остаточных знаний</p> <p>2.Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала</p>	
		Тема 4.2	<p>1.Блиц – опрос для проверки остаточных знаний</p> <p>2.Работа по карточкам для проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>3.Самостоятельная работа для проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>4. Контрольная работа №3</p>	
		Тема 4.3	<p>1.Работа с карточками для проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>2.Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>3.Решение задач по вариантам для проверки усвоения нового учебного материала</p>	
		Тема 2.1	<p>1.Тестирование для проверки остаточных знаний</p> <p>2.Решение задач для проверки усвоения нового материала</p> <p>3.Проверка степени усвоения нового материала</p> <p>4. Контрольная работа №2</p>	
		Тема 5.1	<p>1.Устный опрос для проверки усвоения нового учебного материала</p> <p>2.Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала</p>	
		Тема 5.2	<p>1.Устный опрос для проверки знаний по теме</p>	

вероятностей	наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;		5.1. (привести примеры решения комбинаторных задач, установите соответствие, повторение формул) 2.Решение задач по вариантам для проверки усвоения нового учебного материала	
		Тема 5.3	1.Блиц-опрос для проверки остаточных знаний 2.Решение задач на закрепление нового материала 3.Самостоятельная работа решения задач по вариантам	
34 Знание основных формул, определений и теорем геометрии.	-Владеть основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;	Тема 6.1	1. Устный опрос в виде вводная эвристической беседы 2. Тестирование для проверки изучения нового материала	
		Тема 6.2	1.Решение кроссворда для проверки усвоения нового учебного материала 2.Тестирование по вариантам для проверки усвоения нового учебного материала	
		Тема 6.3	1.Заполнение таблицы для проверки усвоения нового учебного материала 2.Решение задач для усвоения нового учебного материала	
		Тема 6.4	1.Решение кроссворда для проверки знаний по темам 6.1, 6.2, 6.3. 2.Решение задач для усвоения нового учебного материала	
		Тема 6.5	1.Устный опрос для проверки усвоения нового учебного материала 2.Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала	

## 2. Фонд оценочных средств

## 2.1. Задания для проведения входного контроля

## Вариант I

- 1 Значение выражения  $\sqrt{2} + 3\sqrt{32} + 0,5\sqrt{128} - 6\sqrt{18} - \sqrt{2a^2} + \sqrt[4]{a^4}4$  равно:  
а)  $\sqrt{3}$  б)  $-\sqrt{2}$  в) 2
- 2 Корень уравнения  $\frac{x^2 - 1}{x} = x^2 - \frac{1}{x}$  равен  
а) 1 б) 2 в) -3
- 3 Значение выражения  $\sin(90^\circ - a) - \cos(180^\circ - a) + \operatorname{tg}(180^\circ - a) - \operatorname{ctg}(270^\circ + a)$  равно:  
а)  $2\sin a$  б)  $\cos a$  в)  $2\cos a$
- 4 Значение выражения:  $\frac{14^{10}}{2^8 \cdot 7^9} \times \frac{13^6 \cdot 8^4}{26^5}$  равно  
а) 46592 б) 36231 в) 54232
5. Корень уравнения :  $4^{-1} \cdot 2^x = 8$  равен  
а) 6 б) 5 в) 2

№ Задания	ответ
1	в
2	а
3	в
4	а
5	б

## 2 вариант

1. Значение  $(\sqrt{11+6\sqrt{2}} - \sqrt{11-6\sqrt{2}})^2$  равно:  
а) 8 б) 2 в)  $\sqrt{2}$
2. Корень уравнения  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$  равен:  
а) (0;5) б) (1;2) в) (0;1)
3. Значение выражения  $\frac{\operatorname{tg}(180^\circ - a)\cos(180^\circ - a)\operatorname{ctg}(90^\circ)}{\sin(90^\circ + a)\operatorname{ctg}(90^\circ + a)}$  равно:  
а) -1 б) 0 в)  $\cos a$
4. Значение выражения  $\sqrt[6]{(7-4\sqrt{3})} \times \sqrt[6]{(7+4\sqrt{3})}$  равно:  
а) 1 б) 2 в) -1
5. Решение системы уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = -4, \\ 3x + 8y = 1. \end{cases}$  равно  
а) (5;-2) б) (-5;2) в) (-1;5)

№ Задания	ответ
1	а
2	в
3	а
4	а
5	б

**2.2. Задания для проведения текущего контроля**  
**Тема1.1 Развитие понятия очисле.**

**Решение задач для проверки усвоения нового материала:**

1. Найдите значение выражения  $1: \frac{a}{c} - b^2 \div \emptyset$  при  $a = \frac{2}{3}$ ,  $b = -\frac{5}{6}$ ,  $c = 0,6$ .
2. Представьте обыкновенную дробь  $\frac{3}{7}$  в виде десятичной периодической дроби.
3. Число 0,000314 представьте в стандартном виде.
4. Найдите произведение чисел  $a = 5,4(25)$  и  $b = 0,2468101\dots$  с точностью до десятых.
5. Изобразите на числовой оси значения величины  $p$ , если известно  $|p - 12,4| < 0,8$ . Укажите погрешность вычисления величины  $p$ , найдите относительную погрешность в процентах с точностью до десятых.
6. Найдите значение выражения  $1:(a^2 - \frac{b}{c})$  при  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{4}{5}$ ,  $c = 1,6$
7. Представьте обыкновенную дробь  $\frac{4}{7}$  в виде десятичной периодической дроби.
8. Число 0,0000271 представьте в стандартном виде.
9. Найдите произведение чисел  $a = 3,2(14)$  и  $b = 0,02345202\dots$  с точностью до сотых.
10. Изобразите на числовой оси значения величины  $s$ , если известно  $|s - 3800| < 10$ . Укажите погрешность вычисления величины  $s$ , найдите относительную погрешность в процентах с точностью до сотых.

**Тестирование для самоконтроля:**

1. (1 балл) Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Натуральным является число:
  - А) 264;
  - Б)  $\sqrt{3}$ ;
  - В)  $\sqrt{0,25}$ .
- 2.(1 балл) Вычислите значение выражения и выберите правильный ответ:  
 $(21:80+0,45):4,75$ 
  - А) 0,14;
  - Б) 0,25;
  - В) 0,15.
- 3.(1 балл) Установите соответствие между выражениями и их значениями:
 

А) $(2^{-2})^{-1}$ ;	1) $\frac{4}{9}$ ;
Б) $(3)^{-2}$ ;	2) 4;
В) $3^{-2} \cdot 4$ ;	3) $1/9$
- 4.(1 балл) Выберите букву, соответствующую варианту правильного ответа. Дискриминант квадратного уравнения равен:  
 $5x^2 - 2x - 1 = 0$ 
  - А) -25;
  - Б) 24;
  - В) -24.

**Объекты оценивания: 31**

**Практическое занятие №1****Выполнение практических приемов вычислений с приближенными данными.**

**Цель:** научиться использовать методы приближенных вычислений.

**Блиц – опрос для проверки актуализации знаний:**

- 1 Понятие случайной и систематической ошибки.
- 2 Понятие погрешности измерения.
- 3 Перечислите способы округления чисел.

**Выполнение практических заданий по вариантам:**

**1 вариант**

1. Округлить натуральное число 2,718281828..... до 2-й значащей цифры: с недостатком, с избытком, с наименьшей погрешностью.
  2. Какова абсолютная погрешность и относительная погрешность округленного в 1-м задании натурального числа.
  3. Измерьте длину и ширину листа, определите приближенное значение площади листа, найдите абсолютную и относительную погрешности этого значения.
  4. Определите свою частоту пульса (число ударов за минуту) двумя способами:
    - считая число ударов за минуту;
    - посчитав число ударов за 15 секунд.
- Найдите абсолютную и относительную погрешности обоих измерений. Сравните результаты измерений. Сделайте выводы.

**2 вариант**

1. Округлить натуральное число 2,718281828..... до 3-й значащей цифры: с недостатком, с избытком, с наименьшей погрешностью.
  2. Какова абсолютная погрешность и относительная погрешность округленного в 1-м задании натурального числа.
  3. Измерьте длину и ширину листа, определите приближенное значение площади листа, найдите абсолютную и относительную погрешности этого значения.
  4. Определите свою частоту пульса (число ударов за минуту) двумя способами:
    - считая число ударов за минуту;
    - посчитав число ударов за 15 секунд.
- Найдите абсолютную и относительную погрешности обоих измерений. Сравните результаты измерений. Сделайте выводы.

**3 вариант**

1. Округлить натуральное число 2,718281828..... до 4-й значащей цифры: с недостатком, с избытком, с наименьшей погрешностью.
  2. Какова абсолютная погрешность и относительная погрешность округленного в 1-м задании натурального числа.
  3. Измерьте длину и ширину листа, определите приближенное значение площади листа, найдите абсолютную и относительную погрешности этого значения.
  4. Определите свою частоту пульса (число ударов за минуту) двумя способами:
    - считая число ударов за минуту;
    - посчитав число ударов за 15 секунд.
- Найдите абсолютную и относительную погрешности обоих измерений. Сравните результаты измерений. Сделайте выводы.

**4 вариант**

1. Округлить натуральное число 2,718281828..... до 5-й значащей цифры: с недостатком, с избытком, с наименьшей погрешностью.
2. Какова абсолютная погрешность и относительная погрешность округленного в 1-м задании натурального числа.
3. Измерьте длину и ширину листа, определите приближенное значение площади листа, найдите абсолютную и относительную погрешности этого значения.
4. Определите свою частоту пульса (число ударов за минуту) двумя способами:

- считая число ударов за минуту;
- посчитав число ударов за 15 секунд.

Найдите абсолютную и относительную погрешности обоих измерений. Сравните результаты измерений. Сделайте выводы.

### Домашнее задание

1. Вычислить:  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$
2. Изобразить график функции:  $y = (2 + x)^2$
3. Найти 75% от числа 800
4. Решить уравнение:  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$
5. Решить неравенство:  $6 - 3x \leq 9$
6. Сколько Вам лет? (с точностью до года; месяца; дня; часа; минуты; секунды)

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Тема 1.2 Корни, степени, логарифмы.

**Устный опрос для проверки остаточных знаний:**

1. Из каких чисел можно извлекать арифметический корень  $n$  – й степени? (Из неотрицательных);
  - Верно ли, что прологарифмировать можно любое число? (Нет. Логарифмировать можно только положительные числа);
  - Верно ли, что множеством значений показательной функции является множество положительных чисел? (Верно)
  - Чему равен логарифм произведения двух или нескольких чисел? (Сумме логарифмов этих чисел);
  - Верно ли, что показательная функция монотонно возрастает на всей области определения? (Только если основание больше 1. Если основание больше нуля, но меньше одного, показательная функция монотонно убывает)
  - Верно ли, что множество значений показательной функции является областью определения логарифмической функции с тем же основанием. (Верно. Это взаимно обратные функции).

2. Повторение формул.

Вставить в запись недостающий элемент. (задание заранее заготовлено на откидной доске).

1.  $\sqrt[mn]{a^{nk}} = \sqrt[?]{a^?}$  (Ответ  $\sqrt[m]{a^k}$ )
2.  $\log_{a^k} b = ? \log_a b$  (Ответ  $\frac{1}{k} \log_a b$ )
3.  $(a^m)^n = a^?$  (Ответ  $a^{mn}$ )
4.  $\log_a ? = \log_a b - \log_a c$  (Ответ  $\log_a \frac{b}{c}$ )
5.  $0 = \log_a ?$  (Ответ  $\log_a 1$ )

:

1. Найдите значение выражения  $81^{1/4} - (3\sqrt{3})^2$

2. Найдите значение выражения  $\frac{2}{3} \times 5^{2 \frac{1}{3}} - \sqrt[3]{125}$

3. Найдите значение выражения  $81^{1/4} - 3 \times \sqrt{3} \times 3^{1/2}$

4. Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{5} - 49^{1/2}$

5. Найдите значение выражения  $\frac{3\sqrt[3]{\frac{8}{27} + \sqrt{0,25}}}{2,5}$
6. Найти значение выражения  $\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{5} - 36^{\frac{1}{2}}$
7. Найти значение выражения  $32^{\frac{1}{5}} - (4\sqrt{2})^2$
8. Найти значение выражения  $3\sqrt{2} \times 2^{\frac{1}{2}} - \sqrt[4]{16}$
9. Вычислить:  $0,064^{\frac{1}{6}} \times 0,16^{\frac{1}{4}}$
10. Вычислить:  $625^{-\frac{5}{4}} \times 1000 - 4$
11. Найти значение выражения  $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{6}} - \sqrt[4]{16}$
12. Вычислить:  $-20 \times 243^{\frac{1}{5}} + 37$
13. Вычислить:  $1 - 3^{-\frac{1}{3}} \times \frac{27^{\frac{1}{3}}}{81^{\frac{1}{9}}}$
14. Вычислить:  $0,064^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2}}$
15. Вычислить:  $0,064^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2}}$
16. Найдите значение выражения  $\frac{3\sqrt[3]{\frac{8}{27} + \sqrt{0,25}}}{2,5}$
17. Вычислить:  $0,09^{\frac{3}{4}} \times 0,027^{\frac{1}{6}}$
18. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[4]{64a^3b^2}}{\sqrt{2ab}} - 2\sqrt[4]{a}$ , если  $a > 0$  и  $b > 0$
19. Упростите выражение  $12b^{\frac{1}{2}} + (\sqrt{b} - 6)^2$
20. Укажите значение выражения  $2\log_5 75 + \log_5 \frac{1}{625}$
21. Вычислите значение выражения  $(\sqrt{2})^{\log_{\sqrt{2}} 5} + \log_3 81$
22. Вычислить:  $8^{2 - \log_2 6} + 5^{-\log_5 27}$
23. Вычислить:  $0,5 \log_2 25 + \log_2 1,6$
24. Вычислить:  $\frac{\log_2 48 + \log_2 \frac{1}{6}}{6}$
25. Вычислить:  $\log_3 4 - \log_3 36$
26. Вычислить:  $12^{2 - 3\log_{12} 6}$
27. Вычислить:  $\log_3 3,6 - \log_3 1,4 + \log_3 1\frac{1}{6}$
28. Вычислить:  $2^{1 + \log_4 3}$

29. Вычислить:  $\frac{\log_7 98 - \log_7 14}{7}$
30. Вычислить:  $4^{2 - \log_2 6} + 3^{-\log_3 36}$
31. Вычислить:  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{225} + \log_{\frac{1}{5}} 9$
32. Вычислить:  $\log_{16} 2048 + \log_4 512$
33. Вычислите значение выражения  $(\sqrt{2})^{\log_{\sqrt{2}} 5} + \log_3 81$
34. Упростите выражение  $\log_5 4 + \log_5 250 - \log_5 8$
35. Упростить выражение  $2^{\log_2 7} + \log_5 75 - \log_5 3$ .
36. Упростите выражение  $3^{1 + \log_3 4}$
37. Упростить выражение  $\log_4 36 - 2\log_4 3$
38. В течении года предприятие дважды увеличивало выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года предприятие ежемесячно выпускало 600 изделий, а в конце года стал выпускать ежемесячно 726 изделий.
39. Владелец автозаправки повысил цену на бензин на 10%. Заметив, что количество клиентов резко сократилось, он понизил цену на 10%. Как после этого изменилась начальная цена на бензин? (повысилась или понизилась и на сколько % -ов?)
40. Цена на компьютерную технику были повышены на 44%. После этого в результате двух последовательных одинаковых процентных снижений цена на компьютеры оказалась на 19% меньше первоначальной. На сколько процентов каждый раз понижали цену?
41. Для определения оптимального режима повышения цен фирма решила с 1 января повышать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине – в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 2%, в другом – через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо повышать цену товара через каждые два месяца, во втором магазине?

**Объекты оценивания: 31**

## Практическое занятие №2

### Нахождение значений степеней с рациональными показателями.

**Цели:** *знать:* понятие степени с рациональным показателем; свойства степени с действительным показателем.

*уметь:* преобразовывать выражения, содержащие степень с действительным показателем.

**Устный опрос для проверки остаточных знаний:**

1. Математический диктант. (Один человек работает у доски)

Записать выражение и найти его значение.

- Корень шестой степени из числа 64 ( $\sqrt[6]{64} = 2$ )
- Логарифм семи по основанию триста сорок три. ( $\log_{343} 7 = \frac{1}{3}$ )
- Десятичный логарифм числа ноль целых одна тысячная. ( $\lg 0,001 = 3$ )
- Частное логарифмов двадцати пяти и пяти по основанию два. ( $\frac{\log_2 25}{\log_2 5} = \log_5 25 = 2$ )
- Логарифм частного чисел тридцать восемь и девятнадцать по основанию два. ( $\log_2 \frac{38}{19} = 2$ ).
- Найти ошибку в записи. (Задание заранее заготовлено на откидной доске).
  - $7^{2 \log_7 2} = 7^2 \cdot 7^{\log_7 2} = 49 \cdot 2 = 98$  Правильный ответ:  $7^{2 \log_7 2} = 7^{\log_7 2^2} = 7^{\log_7 4} = 4$
  - $\log_{\frac{1}{125}} 5 = \log_{5^{-3}} 5 = -3 \log_5 5 = -3$  Правильный ответ:  $\log_{\frac{1}{125}} 5 = \log_{5^{-3}} 5 = -13 \log_5 5 = -13$ .

$$3. \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[2]{\left(\frac{8}{27}\right)^3} = \sqrt{\frac{496}{19683}}$$

Правильный ответ:  $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ .

### Выполнение практических заданий по вариантам:

#### Задание 1

а) Представьте выражение в виде степени с рациональным показателем

1 вариант	$\sqrt[8]{a^{11}}; \sqrt[3]{b^{-7}}; \sqrt{c^9}; \sqrt[6]{x}; \sqrt{p}$
2 вариант	$\sqrt[7]{d^5}; \sqrt{c^3}; \sqrt[4]{z}; \sqrt{y}; \sqrt[3]{b^{-5}}$

б) Найдите значение выражения

1 вариант	$\frac{(4^3)^{-3} \cdot 4^{-8}}{4^{-16}}$
2 вариант	$\frac{(5^{-3})^2 \cdot 5^{-2}}{5^{-6}}$

#### Задание 2

Найдите значение выражения

1 вариант	<p>а) <math>\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}</math></p> <p>б) <math>3^{2,3} \cdot 243^{0,5} \cdot \sqrt[5]{3^{-1}}</math></p>
2 вариант	<p>а) <math>\frac{3^5 \cdot (-2)^{-4}}{6^{4,5}}</math></p> <p>б) <math>2^{2,2} \cdot 16^{0,4} \cdot \sqrt[5]{2^{-1}}</math></p>

#### Задание 3

Найдите значение выражения

1 вариант	$4^{\frac{5}{2}} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\frac{5}{4}\right)^{3,5} \cdot 0,8^{\frac{7}{2}}$
2 вариант	$9^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} + \left(\frac{5}{6}\right)^{4,5} \cdot 1,2^{\frac{9}{2}}$

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №3

#### Выполнение тождественных преобразований над степенными выражениями и выражениями под знаком корня.

**Цель:** закрепить навыки применения свойств корня n-ой степени и свойств степени с рациональным показателем для преобразования алгебраических выражений.

*Устный опрос для проверки остаточных знаний:*

1. Перечислите основные свойства степени.
2. Формулы сокращенного умножения.

*Работа по карточкам для проверки остаточных знаний:*

Карточка № 1

№ 1. Вычислите:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 81^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{-\frac{1}{3}}$

№ 2. Найдите значение выражения:  $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} - \sqrt{35} - 9$

№ 3. Вычислите:  $\left(\frac{1}{9}\right)^{1+\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 18}$

Карточка № 2

№ 1. Вычислите:  $\frac{8^{\frac{1}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 2^{-1}}{64^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}$

№ 2. Вычислите:  $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

№ 3. Вычислите:  $\lg \frac{1}{100\sqrt{10}}$

Карточка № 3

№ 1. Вычислите:  $49^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} + 2^{-1} \cdot (-2)^{-2}$

№ 2. Найдите значение выражения:  $\frac{\sqrt{10^3 \cdot (0,2)^2 \cdot 5}}{\sqrt{8}}$

№ 3. Вычислите:  $49^{1-0,5 \log_7 14}$

Карточка № 4

№ 1. Вычислите:  $216^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - 5^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$

№ 2. Найдите значение выражения:  $\frac{\sqrt{5^4 \cdot (0,6)^2 \cdot 2^5}}{\sqrt{50}}$

№ 3. Вычислите:  $25^{\frac{1}{4} \log_5 9}$

Карточка № 5

№ 1. Вычислите:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} - 2^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} 8^{-\frac{1}{3}}$

№ 2. Найдите значение выражения:  $\frac{\sqrt{20^4 \cdot 3^3 \cdot (0,1)^2}}{\sqrt{27}}$

№ 3. Вычислите:  $121^{\frac{1}{2} \log_{11} 35}$

Карточка № 6

№ 1. Вычислите:  $49^{-\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{12}} \cdot 7^{-\frac{3}{4}}$

№ 2. Найдите значение выражения:  $\frac{\sqrt{(0,5)^2 \cdot 4^3 \cdot 10^3}}{\sqrt{40}}$

№ 3. Вычислите:  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4\sqrt{2}}$

Выполнение практических заданий.

**Выполнение практических заданий по вариантам:**1. Вычислите: а)  $\sqrt[n]{a \cdot b}$  (столбцы  $a, b, n$ ),б)  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$  (столбцы  $a, b, n$ ).2. Представьте выражение  $\sqrt[n]{x^m} \times \frac{x^n \times x^m}{x^k} \times (x^n)^k$  в виде степени (столбцы  $m, k, n$ ).**Варианты заданий.**

Вар и ант	$a$	$b$	$n$	$m$	$k$	Вар иан т	$a$	$b$	$n$	$m$	$k$
1	343	0,125	3	-1	-7	16	256	0,0016	4	-3	3
2	256	0,0081	4	-2	-1	17	32	0,3125	5	2	-5
3	32	100000	5	3	-2	18	27	0,125	3	4	-1
4	125	0,027	3	-5	3	19	81	0,0256	4	-6	-8
5	16	0,0256	4	-1	4	20	243	0,00032	5	-4	3
6	3125	0,00001	5	-8	-7	21	125	0,343	3	3	-5
7	32	0,343	3	4	1	22	16	0,0256	4	2	-1
8	256	0,0016	4	1	2	23	1024	0,00001	5	-1	1
9	32	0,3125	5	2	5	24	343	0,125	3	-8	2
10	27	0,125	3	5	-6	25	256	0,0081	4	-7	5
11	81	0,0256	4	-6	1	26	32	100000	5	-1	-6
12	243	0,00032	5	-9	2	27	125	0,027	3	-2	-9
13	125	0,343	3	7	5	28	16	0,0256	4	3	1
14	16	0,0256	4	-2	-6	29	3125	0,00001	5	4	2
15	1024	0,00001	5	-8	1	30	32	0,343	3	5	5

3. Упростите выражение: а)  $c^{\frac{6}{5}} - 25 - c^{\frac{3}{5}}$  б)  $\frac{\sqrt[5]{x^9} - 8}{\sqrt[5]{x^3} - 2}$ 

4. Сделать вывод о проделанной работе.

**Контрольные вопросы:**

1) Для любых ли чисел определена операция извлечения корня? Объясните.

2) Что понимается под степенью с рациональным показателем  $a^{\frac{p}{q}}$ ?3) Как определяется степень  $a^{-r}$ , где  $r \in \mathbb{Q}$ ?4) Какова область допустимых значений переменной в выражении  $(c - 3)^{\frac{1}{5}}$ ?**Задание выполнить в тетради для практических работ.****Объекты оценивания: У1****Практическое занятие №4****Преобразование и вычисление значений логарифмических выражений.****Цель:***знать:* определение логарифма;

- свойства логарифмов;

*уметь:* вычислять логарифмы по любому основанию.**Устный опрос для проверки остаточных знаний:**

1. Определение логарифма:

2. Основное логарифмическое тождество:

**Определение**

Логарифмом положительного числа  $b$  по основанию  $a$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  называется показатель степени, в которую надо возвести число  $a$ , чтобы получить  $b$ .

$$\log_a b = x, a^x = b,$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

**Основное логарифмическое тождество**

По определению логарифма

$$a^{\log_a b} = b$$

3. **Натуральный и десятичный логарифмы:****Натуральный логарифм**

$\ln a$  – логарифм по основанию  $e$

$$\ln a = \log_e a$$

**Десятичный логарифм**

$\lg a$  – логарифм по основанию 10

$$\lg a = \log_{10} a$$

4. **Свойства логарифмов:****Основные свойства логарифмов:**

- 1°.  $\log_a 1 = 0$
- 2°.  $\log_a a = 1$
- 3°.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- 4°.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- 5°.  $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$
- 6°.  $\log_a x^{\frac{1}{p}} = \frac{1}{p} \log_a x$
- 7°.  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
- 8°.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

*Посчитать устно:*

$\log_2 8 = 2$	$\log_6 1$	$\log_4 2 + \log_4 8$	$4^{2 \log_4 10}$
$\log_3 x = -1$	$2^{\log_2 4}$	$\log_2 5 + \log_2 \frac{8}{5}$	$9^{\log_3 4}$
$\log_x 27$	$0.3^{\log_{0.3} 2} - 5$	$\log_5 175 - \log_5 7$	$12^{3 \log_{12} 2}$
$\log_4 16$	$\log_2 16 + \log_2 2$	$\log_2 44 - \log_2 11$	$8^{4 \log_8 3}$
$\log_p p$	$\log_2 7 + \log_2 7/16$	$\log_3 54 - \log_3 2$	$6^{3 \log_6 \frac{1}{3}}$

**Выполнение практических заданий:**

Вычислите значение выражения:

1.  $\log_2 8 =$

2.  $\log_3 \frac{1}{3} =$

3.  $\log_2 2 =$

4.  $\log_3 \frac{1}{9} =$

5.  $\log_{16} 1 =$

6.  $\lg 100 =$

7.  $\log_4 64 =$

8.  $\log_{0.5} \frac{1}{4} =$

9.  $\log_4 256 =$

10.  $\log_2 \frac{1}{16} =$

11.  $\log_{0.2} 625 =$

12.  $\log_{0.1} 1 =$

13.  $\log_5 125 =$

14.  $\log_{0.2} 5 =$

15.  $\log_3 \frac{1}{27} =$

16.  $\lg 0,001 =$

17.  $\log_{0.1} 0,0001 =$

18.  $\log_{\sqrt{7}} 49 =$

19.  $\log_7 \frac{1}{7} =$

20.  $\log_{\sqrt{2}} 1 =$

21.  $\lg 0,1 =$

22.  $\log_3 81 =$

23.  $\log_{\sqrt{2}} 4 =$

24.  $\log_{\frac{1}{15}} 225 =$

25.  $\log_{\sqrt{2}} 2 =$

26.  $\log_{\sqrt{3}} 81 =$

27.  $\log_3 \sqrt{27} =$

28.  $\lg 1000 =$

29.  $\log_3 729 =$

30.  $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} =$

31.  $\log_2 16 =$

32.  $\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{3} =$

33.  $\log_2 1024 =$

34.  $\log_{\frac{1}{81}} \frac{1}{9} =$

35.  $\log_6 1 =$

36.  $\lg 10 =$

37.  $\log_2 64 =$

38.  $\log_{0,5} \frac{1}{32} =$

39.  $\log_{16} 256 =$

40.  $\log_2 \frac{1}{64} =$

41.  $\log_{0,2} 5 =$

42.  $\log_{0,1} 100 =$

43.  $\log_5 \frac{2}{10} =$

44.  $\log_2 4 * \log_3 27 =$

45.  $\log_5 125 : \log_4 16 =$

46.  $\log_{0,5} 0,25 * \log_{0,3} 0,09 =$

47.  $\lg 1000 : \lg 100 =$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №5

#### Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов.

**Цель:** *знать:*

- определение логарифма числа;
- формулы основного логарифмического тождества, логарифма произведения, частного, степени, перехода от одной системы логарифмов к другой;

*уметь:*

- вычислять значения несложных логарифмических выражений.

**Устный опрос для проверки остаточных знаний:**

1. Найти значение выражения:  $\log_3 324 - \log_3 4$
2. Найдите значение выражения:  $\log_{16} \log_3 9$ .
3. Найдите значение выражения:  $\log_a(a^7 : b^3)$ , если  $\log_a b = 10$ .
4. Найдите X, если:  $\log_9 X = \log_9 5 + \frac{1}{2} \log_9 36$
5. Найти значение выражения:  $\log_5 250 - \log_5 2$
6. Найдите значение выражения:  $(\log_9 81) \cdot (\log_2 64)$ .
7. Найдите значение выражения:  $\log_a(ab^{10})$ , если  $\log_a b = 7$
8. Найдите X, если:  $\log_4 X = \log_4 2 + \frac{1}{2} \log_4 49$

**Выполнение практических заданий:**

$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$	$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
$\log_6 2 + \log_6 3 =$	$\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9} =$
$\log_6 12 + \log_6 3 =$	$\log_2 15 - \log_2 30 =$
$\lg 25 + \lg 4 =$	$\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3} =$
$\log_{15} 3 + \log_{15} 5 =$	$\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14 =$
$\log_{144} 3 + \log_{144} 4 =$	$\log_3 162 - \log_3 6 =$
$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$	$a^{\log_a b} = b$

$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$	
$\log_2 5 - \log_2 35 + \log_2 56 =$	$2 \cdot 2^{\log_2 10} =$
$\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4} =$	$15 \cdot 5^{\log_5 2} =$
$\log_2 7 - \log_2 63 + \log_2 36 =$	$0,3^{\log_{0,3} 2} - 5 =$
$\log_3 72 - \log_3 \frac{16}{27} + \log_3 18 =$	$\sqrt{5}^{2 \log_5 3} =$
$a \log_b C = \log_b C^a$	$a^{b+c} = a^b \cdot a^c \quad a^{b-c} = a^b : a^c$
$3 \lg 2 - \lg 4 =$	$10^{1+\lg 5} =$
$2 \lg 5 + \lg 8 =$	$2^{2-\log_2 5} + 0,5^{\log_2 5} =$
$\log_2 0,04 + 2 \log_2 5 =$	$81^{\log_9 2 - 0,25 \log_3 2} =$
$0,5 \log_2 400 + \log_2 1,6 =$	$10^{2-\lg 2} - 25^{\log_5 2} =$
$2 \log_5 75 + \log_5 \frac{1}{625} =$	$16^{\log_4 3 - 0,25 \log_2 3} =$

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

Объекты оценивания: У1

### Практическое занятие №6

**Преобразование логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов.**

**Цель:** закрепить понятие логарифма, научить применять свойства логарифмов при решении логарифмических выражений.

*Выполнение практических заданий:*

**42.3.** Сравните числа:

а)  $\log_4 7$  и  $\log_4 23$ ;                      в)  $\log_9 \sqrt{15}$  и  $\log_9 13$ ;

б)  $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$  и  $\log_{\frac{2}{3}} 1$ ;                      г)  $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$  и  $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$ .

**42.4.** Сравните с единицей число:

а)  $\log_3 41$ ;    б)  $\log_{2,3} 0,1$ ;    в)  $\log_{\frac{1}{7}} 2,6$ ;    г)  $\log_{\sqrt{7}} 0,4$ .

**42.5.** Расположите числа в порядке возрастания:

а)  $\log_2 0,7$ ;  $\log_2 2,6$ ;  $\log_2 0,1$ ;  $\log_2 \frac{1}{6}$ ;  $\log_2 3,7$ ;

б)  $\log_{0,3} 17$ ;  $\log_{0,3} 2,7$ ;  $\log_{0,3} \frac{1}{2}$ ;  $\log_{0,3} 3$ ;  $\log_{0,3} \frac{2}{3}$ .

**Вычислите:**

**43.2.** а)  $\log_{144} 3 + \log_{144} 4$ ;                      в)  $\log_{216} 2 + \log_{216} 3$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2$ ;                      г)  $\log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72}$ .

**43.4.** а)  $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}$ ;                      в)  $\log_{\frac{2}{3}} 32 - \log_{\frac{2}{3}} 243$ ;

б)  $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14$ ;                      г)  $\log_{0,1} 0,003 - \log_{0,1} 0,03$ .

**43.5.** б)  $(\log_3 2 + 3 \log_3 0,25) : (\log_3 28 - \log_3 7)$ .

43.12. а)  $\log_2 4 \cdot \log_3 27$ ; в)  $\log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09$ ;

б)  $\log_5 125 : \log_4 16$ ; г)  $\lg 1000 : \lg 100$ .

а)  $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4}$ ;

в)  $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125$ ;

○43.13. б)  $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5}$ ; г)  $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10\sqrt{0,1}$ .

○43.14. а)  $2^{2 + \log_2 5}$ ; б)  $5^{\log_5 16 - 1}$ ; в)  $3^{1 + \log_3 8}$ ; г)  $8^{\log_8 3 - 2}$ .

○43.16. а)  $8^{\log_2 3}$ ; б)  $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13}$ ; в)  $100^{\lg 5}$ ; г)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 5}$ .

○43.17. а)  $36^{\frac{1}{2} \log_6 18}$ ; в)  $121^{\frac{1}{2} \log_{11} 35}$ ;

б)  $64^{\frac{1}{4} \log_8 25}$ ; г)  $25^{\frac{1}{4} \log_5 9}$ .

○43.19. а)  $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}}$ ; б)  $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}}$ .

○43.20. а)  $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$ ; б)  $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 9}{\log_{\frac{1}{2}} 27}$ ; в)  $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$ ; г)  $\frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64}$ .

**Задание на дом:** невыполненные задания завершить и сдать на следующее занятие.

**Вопросы для взаимоконтроля:**

1. Определение логарифма.
2. Виды логарифмов.
3. Что такое основание логарифма, что оно показывает?
4. Как задается логарифмическая функция?
5. Перечислите основные логарифмические свойства.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №7

#### Решение логарифмических уравнений

**Цель:** Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение логарифмических уравнений». Закрепить и систематизировать знания по теме. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.

**Выполнение практических заданий:**

- 1)  $\log_2^2 x - 9 \log_8 x = 4$
- 2)  $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$
- 3)  $\lg x^4 + \lg 4x = 2 + \lg x^3$
- 4)  $\log_3^2 x + 5 \log_9 x - 1,5 = 0$
- 5)  $\log_3(2-x^2) - \log_3(-x) = 0$
- 6)  $\lg x + \lg x^2 = \lg 9x$
- 7)  $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 = 0$
- 8)  $\lg(x-2) + \lg x = \lg 3$
- 9)  $\log_2(2x-18) + \log_2(x-9) = 5$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

## Тема 2.1 Основы тригонометрии.

**Тестирование для проверки остаточных знаний:**

1. Косинусом называется ... точки единичной окружности.
  - a. абсцисса
  - b. ордината
  - c. координата
  - d. затрудняюсь ответить
2. Тангенс угла  $a$  определяется отношением
  - a.  $\frac{\sin x}{\cos x}$
  - b.  $\frac{\cos x}{\sin x}$
  - c.  $\frac{1}{\operatorname{ctgx}}$
  - d. нет правильного ответа
3. Если угол содержит  $a$  градусов, то его радианная мера равна
  - a.  $a_{\text{рад}} = \frac{180}{\rho} a^{\circ}$
  - b.  $a_{\text{рад}} = \frac{\rho}{180} a^{\circ}$
  - c.  $a_{\text{рад}} = \rho \times a^{\circ}$
  - d.  $a_{\text{рад}} = 180 \times a^{\circ}$
4. При каких значениях угла (в градусной мере) не существует тангенс?
  - a.  $0^{\circ}$
  - b.  $180^{\circ}$
  - c.  $90^{\circ}$
  - d.  $120^{\circ}$
5. Укажите функцию с периодом  $T = 2\rho$  :
  - a.  $y = \operatorname{tg} x$
  - b.  $y = \cos x$
  - c.  $y = \arccos x$
  - d.  $y = x^2$
6. На единичной окружности тангенс – это
  - a. ордината
  - b. абсцисса
  - c. отношение абсциссы к ординате
  - d. отношение ординаты к абсциссе
7. Сжатие функции  $y = \sin kx$  произойдет, если
  - a.  $k = \frac{2}{3}$
  - b.  $k = \sqrt{\frac{1}{5}}$
  - c.  $k = \frac{3}{2}$
  - d.  $k = \frac{1}{3}$
8. Ординатой точки единичной окружности называется:
  - a. косинусом

- b. котангенсом  
 c. синусом  
 d. тангенсом
9. Абсциссой точки единичной окружности называется:  
 a. котангенсом  
 b. синусом  
 c. тангенс  
 d. косинусом
10. Основное тригонометрическое тождество имеет вид:  
 a.  $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$   
 b.  $\sin x + \cos x = 0$   
 c.  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 d.  $\sin x + \cos x - 1$
11. Какая из функций является четной:  
 a.  $\sin x$   
 b.  $\cos x$   
 c.  $\operatorname{tg} x$   
 d.  $\operatorname{ctg} x$
12. Продолжить выражение  $2 \sin x \cos x \dots$   
 a.  $\cos 2x$   
 b.  $\sin 2x$   
 c.  $\operatorname{tg} 2x$   
 d. нет ни одного верного

**Решение задач для проверки усвоения нового материала:**

1. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( найдите  $\sin a$ ,  $\cos a$ ,  $\operatorname{tg} a$ ,  $\operatorname{ctg} a$ , если:  
 А. 1) высота  $BD \sim 8$  см, боковая сторона  $AB = 10$  см;  
 2) высота  $BD \sim 12$  см, основание  $AC = 10$  см;  
 Б. 1) высота  $BD = h$ , боковая сторона  $AC = a$  ( $a > h$ );  
 2) высота  $BD = h$ , основание  $AC = k$ .
2. Б. Высота равнобедренного треугольника равна основанию треугольника. Найдите синус, косинус, тангенс острого угла при основании.
3. В. Боковая сторона равнобедренного треугольника в 4 раза больше его основания. Найдите синус и косинус острого угла при основании.
4. Дано:  $\cos a = \frac{1}{\sqrt{6}}$ ,  $-\frac{\pi}{2} < a < 0$  Вычислить:  $\sqrt{45} \times \sin 2x$
5. Решите уравнение  $2 \cos^2 x = 3 \sin x$
6. Упростите выражение  $\sin(2\rho + x) + \cos \frac{\rho}{2} - x + \cos \frac{\rho}{2} + \frac{\rho}{2}$
7. Решите уравнение  $3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$
8. Решите уравнение  $\sin \frac{\rho}{2} - x = -\frac{1}{2}$
9. Упростите выражение  $\sin 5x \times \cos 4x + \cos \frac{\rho}{2} - x - \cos 5x \times \sin 4x$
10. Найти значение выражения  $2 \cos^2 x - 1$ , если  $\sin^2 x = 0,3$
11. Дано:  $\cos a = -\frac{4}{5}$  и  $\frac{\rho}{2} < a < \rho$  Найти:  $\sin a$ ,  $\operatorname{tg} a$
12. Дано:  $\sin x = 0,4$  Найти:  $1,25 \times \cos 2x$

13. Дано:  $\cos x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ,  $-\frac{\rho}{2} < x < 0$  Вычислить:  $2,5 \sin 2x$

14. Решить тригонометрическое уравнение:  $7 \sin^2 x - 5 \cos^2 x + 2 = 0$

15. Решить тригонометрическое уравнение:  $2 \cos^2 x = 3 \sin x$

16. Решите уравнение  $\sin x \times \cos x = \frac{1}{4}$

17. Найти значение выражения  $2 \cos^2 x - 1$ , если  $\sin^2 x = 0,3$

18. Решите уравнение  $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} - x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

19. Решите уравнение  $3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$

20. Упростите выражение  $\cos 2x - \sin^2 \frac{\pi}{2} + x$

### Проверка степени усвоения нового материала:

#### Проверочная работа.

Два варианта (задания второго варианта в скобках).

№ 1. В какой координатной четверти расположены углы :

$94^\circ (89^\circ); 136^\circ (184^\circ); 865^\circ (794^\circ); -329^\circ (-625^\circ); -1025^\circ (-1126^\circ) ?$

№ 2. Определите знак

$\sin 170^\circ (\sin 240^\circ); \cos 240^\circ (\cos 327^\circ); \operatorname{tg} 629^\circ (\operatorname{tg} 726^\circ); \operatorname{ctg}(-427^\circ); \operatorname{ctg}(-528^\circ);$

№ 3. Вычислить

а)  $\cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 90^\circ (\sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 180^\circ + \cos 45^\circ); \cos \frac{2\pi}{3} \left( \sin \frac{3\pi}{4} \right); \sin \frac{5\pi}{6} \left( \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \right);$   
 $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} \left( \cos \frac{4\pi}{3} \right).$

**Объекты оценивания: 32**

### Практическое занятие №8

#### Применение радианного метода измерения углов вращения и его связь с градусной мерой

##### Цель:

знать:

- определения радиана, синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента;
- значения тригонометрических функций некоторых аргументов;
- знаки значений тригонометрических функций по координатным четвертям;

уметь:

- переводить значения углов из радианной меры угла в градусную меру и наоборот;

вычислять простейшие тригонометрические выражения

##### Выполнение практических заданий:

1. Выразите в радианах:

- |                  |                  |                  |                   |
|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| 1) $1^\circ$ ;   | 4) $10^\circ$ ;  | 7) $15^\circ$ ;  | 10) $30^\circ$ ;  |
| 2) $45^\circ$ ;  | 5) $60^\circ$ ;  | 8) $70^\circ$ ;  | 11) $90^\circ$ ;  |
| 3) $225^\circ$ ; | 6) $240^\circ$ ; | 9) $320^\circ$ ; | 12) $330^\circ$ . |

2. Переведите из градусной меры в радианную:

- |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1) $120^\circ$ ; | 3) $220^\circ$ ; | 5) $300^\circ$ ; | 7) $765^\circ$ ; |
| 2) $210^\circ$ ; | 4) $150^\circ$ ; | 6) $315^\circ$ ; | 8) $675^\circ$ . |

3. Выразите в градусах:

- 1)  $\frac{\rho}{15}$ ;

- 4)  $\frac{\rho}{12}$ ;      7)  $\frac{\rho}{8}$ ;      10)  $\frac{7\rho}{9}$ ;  
 2)  $\frac{2\rho}{3}$ ;      5)  $\frac{11\rho}{6}$ ;      8)  $1,5\rho$ ;      11)  $3\rho$ ;  
 3)  $0,25\rho$ ;      6)  $\frac{21}{4}\rho$ ;      9)  $-\frac{31}{6}\rho$ ;      12)  $\frac{101}{12}\rho$ .

4. Переведите из радианной меры в градусную:

- 1)  $\frac{3\rho}{4}$ ;      3)  $\frac{11\rho}{3}$ ;      5)  $\frac{6\rho}{5}$ ;      7)  $\frac{46\rho}{9}$ ;  
 2)  $\frac{5\rho}{8}$ ;      4)  $\frac{7\rho}{12}$ ;      6)  $\frac{11\rho}{12}$ ;      8)  $\frac{47\rho}{9}$ .

5. Вычислите:

- 1)  $2\sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ$ ;  
 2)  $\operatorname{tg} 60^\circ + 2\cos 45^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg} 45^\circ$ ;  
 3)  $6\cos 30^\circ - 3\operatorname{tg} 60^\circ + 2\sin 45^\circ$ ;  
 4)  $\sqrt{3}\operatorname{tg} 30^\circ + 4\sin 30^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg} 30^\circ$ ;  
 5)  $\sqrt{3}\sin\frac{\rho}{3} - 2\cos\frac{\rho}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{tg}\frac{\rho}{3}$ ;  
 6)  $2\cos\frac{\rho}{3} + 2\sin\frac{\rho}{6} - 2\sin\frac{\rho}{4}$ ;  
 7)  $\sqrt{3}\cos\frac{\rho}{6} + 2\sin\frac{\rho}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{ctg}\frac{\rho}{6}$ ;  
 8)  $\sqrt{2}\cos\frac{\rho}{4} - 2\sin\frac{\rho}{6} + \operatorname{ctg}\frac{\rho}{6}$ ;  
 9)  $2\sin\rho - \cos 0 + \operatorname{tg} 0 + 3\cos\frac{\rho}{2} - \sin\frac{3\rho}{3}$ ;  
 10)  $5\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 2\sin 270^\circ + 10\cos 180^\circ$ .

6. Найдите значение выражения:

- 1)  $4\cos 60^\circ + 2\sin 45^\circ - 2\sqrt{3}\operatorname{tg} 30^\circ$ ;  
 2)  $\sqrt{2}\cos 45^\circ - 3\sqrt{3}\operatorname{tg} 60^\circ + 6\cos 30^\circ$ ;  
 3)  $2\cos\frac{\rho}{6} - 4\operatorname{ctg}\frac{\rho}{4} + 2\sin\frac{\rho}{6}$ ;  
 4)  $4\operatorname{tg}\frac{\rho}{4} - 2\cos\frac{\rho}{3} - 2\sin\frac{\rho}{6}$ ;  
 5)  $3\sin\frac{\rho}{2} + \cos 2\rho - 4\operatorname{tg} 0 + \sin\rho + \cos\frac{\rho}{2}$ ;  
 6)  $4\cos 180^\circ - 3\sin 270^\circ + 3\sin 360^\circ - \operatorname{ctg} 90^\circ$ .

**Задания для самостоятельного решения:**

1 вариант	2 вариант	3 вариант
№1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $60^\circ$ ;	№1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $180^\circ$ ;	№1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $270^\circ$ ;
$\frac{\rho}{6}$	$\frac{3\rho}{5}$	$\frac{5\rho}{36}$
№2. Вычислите:	№2. Вычислите:	№2. Вычислите:

$\sin 2010^{\circ} + 4\operatorname{tg}(-855^{\circ}) + \sqrt{3}\cos(-1590^{\circ}).$	$\sqrt{2}\sin\frac{\rho}{4} - 6\cos\frac{22\rho}{3} + 2\operatorname{tg}\frac{15\rho}{4} - \sqrt{3}\operatorname{ctg}\frac{23\rho}{6}.$	$\sin(-390^{\circ}) + 4\operatorname{tg}(-405^{\circ}) + \sqrt{3}\cos^2(-420^{\circ}).$
<b>4 вариант</b> №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $120^{\circ}$ ; $\frac{3\rho}{4}.$ №2. Вычислите: $\sin 1500^{\circ} + \operatorname{tg}(-765^{\circ}) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(1845^{\circ}).$	<b>5 вариант</b> №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $310^{\circ}$ ; $\frac{\rho}{3}.$ №2. Вычислите: $\sqrt{2}\sin\frac{3\rho}{4} - 6\cos\frac{11\rho}{3} + 2\operatorname{tg}\frac{9\rho}{4} - \sqrt{3}\operatorname{ctg}\frac{23\rho}{6}.$	<b>6 вариант</b> №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $360^{\circ}$ ; $\frac{5\rho}{4}.$ №2. Вычислите: $\cos 2160^{\circ} + \operatorname{ctg}(855^{\circ}) + \sqrt{3}\sin(-1590^{\circ}).$
<b>7 вариант</b> №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $1500^{\circ}$ ; $\frac{3\rho}{18}.$ №2. Вычислите: $\sin 2190^{\circ} + \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2(-405^{\circ}) + \sqrt{3}\cos(-420^{\circ}).$	<b>8 вариант</b> №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $216^{\circ}$ ; $\frac{7\rho}{12}.$ №2. Вычислите: $\sqrt{2}\sin\frac{7\rho}{4} - 6\cos^2\frac{22\rho}{3} + 2\operatorname{tg}\frac{15\rho}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{ctg}\frac{13\rho}{3}.$	<b>9 вариант</b> №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: $90^{\circ}$ ; $\frac{9\rho}{5}.$ №2. Вычислите: $\cos 405^{\circ} + \sqrt{3}\operatorname{tg}(750^{\circ}) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos^2(-1590^{\circ}).$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У2**

### Практическое занятие №9

#### Выполнение тождественных преобразований в тригонометрических выражениях

**Цель:**

*знать:*

- основные тригонометрические тождества;
- формулы приведения;

*уметь:*

- выполнять преобразования тригонометрических выражений, используя основные тригонометрические тождества, формулы приведения.

**Продолжи запись формулы, проверка остаточных знаний:**

$$\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta =$$

$$\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta =$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$\frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} =$$

$$\frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} =$$

**Выполнение практических заданий:**

**Задания для самостоятельного решения:**

<b>1 вариант</b> 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,5 и 0,5. 2) Найдите значения	<b>2 вариант</b> 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,2 и -0,8. 2) Найдите значения	<b>3 вариант</b> 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,6 и -0,8. 2) Найдите значения
---	--	--

<p>других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4} \text{ и } \frac{\rho}{2} < a < \rho.$	<p>других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ и } 0 < a < \frac{\rho}{2}.$	<p>других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\cos\alpha = \frac{15}{17} \text{ и } \frac{3\rho}{2} < a < 2\rho.$
<p><b>4 вариант</b></p> <p>1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными</p> <p>соответственно: <math>-\frac{7}{25}</math> и <math>\frac{24}{25}</math>.</p> <p>2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\sin\alpha = 0,5 \text{ и } \frac{\rho}{2} < a < \rho.$	<p><b>5 вариант</b></p> <p>1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными</p> <p>соответственно: <math>-\frac{\sqrt{6}}{3}</math> и <math>\frac{\sqrt{5}}{3}</math>.</p> <p>2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\cos\alpha = 0,4 \text{ и } \frac{3\rho}{2} < a < 2\rho.$	<p><b>6 вариант</b></p> <p>1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными</p> <p>соответственно: <math>\frac{2}{\sqrt{5}}</math> и <math>-\frac{1}{\sqrt{5}}</math>.</p> <p>2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ и } 0 < a < \frac{\rho}{2}.$
<p><b>7 вариант</b></p> <p>1) Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными</p> <p>соответственно: <math>-\frac{3}{5}</math> и <math>-\frac{5}{3}</math>.</p> <p>2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{5} \text{ и } \frac{3\rho}{2} < a < 2\rho.$	<p><b>8 вариант</b></p> <p>1) Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными</p> <p>соответственно: 2,4 и <math>-\frac{5}{12}</math>.</p> <p>2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\sin\alpha = 0,7 \text{ и } \frac{\rho}{2} < a < \rho.$	<p><b>9 вариант</b></p> <p>1) Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными</p> <p>соответственно: <math>\frac{\sqrt{5}}{2}</math> и <math>\frac{2\sqrt{5}}{5}</math>.</p> <p>2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если:</p> $\cos\alpha = 0,9 \text{ и } 0 < a < \frac{\rho}{2}.$

**Вычислите:**

$$\cos 105^\circ = \cos(60^\circ + 45^\circ) = \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ =$$

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) =$$

$$\cos 75^\circ =$$

$$\sin 15^\circ =$$

$$\sin 75^\circ =$$

**Найдите значения выражений**

$$\cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ = \cos(107^\circ - 17^\circ) =$$

$$\sin 107^\circ \cos 17^\circ - \sin 17^\circ \cos 107^\circ =$$

$$\sin 53^\circ \cos 37^\circ - \sin 37^\circ \cos 53^\circ =$$

$$\frac{\operatorname{tg} 39^\circ + \operatorname{tg} 6^\circ}{1 - \operatorname{tg} 39^\circ \operatorname{tg} 6^\circ} =$$

$$\frac{\operatorname{tg} 39^\circ + \operatorname{tg} 21^\circ}{1 - \operatorname{tg} 39^\circ \operatorname{tg} 21^\circ} =$$

**Найдите значения выражений:**

$$\sin 156^\circ \cos 24^\circ + \cos 156^\circ \sin 24^\circ =$$

$$\cos 81^\circ \cos 51^\circ + \sin 81^\circ \sin 129^\circ = \dots$$

$$\cos 62^\circ \cos 17^\circ + \sin 62^\circ \sin 17^\circ = \dots$$

$$\sin 13^\circ \sin 47^\circ + \cos 47^\circ \cos 13^\circ =$$

$$\frac{\sin(\alpha+30^\circ) - \sin 30^\circ \cos \alpha}{\cos \alpha \cos 30^\circ - \cos(\alpha+30^\circ)} =$$

$$\frac{\sin(x+45^\circ) - \sin 45^\circ \cos x}{\cos(x-45^\circ) - \cos 45^\circ \cos x}$$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У2**

### Практическое занятие №10

**Преобразования с использованием основных тригонометрических тождеств, формулы сложения, удвоения.**

**Цель:**

*знать:*

- основные тригонометрические тождества;
- формулы приведения;

*уметь:*

- выполнять преобразования тригонометрических выражений, используя основные тригонометрические тождества, формулы приведения.

**Выполнение практических заданий.**

**Вычислите:**

1)  $\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \cos 17^\circ \sin 13^\circ$ ;    6)  $\sin 20^\circ \cos 50^\circ - \cos 20^\circ \sin 50^\circ$ ;

2)  $\sin 9^\circ \cos 99^\circ - \sin 99^\circ \cos 9^\circ$ ;    7)  $\cos 10^\circ \cos 35^\circ - \sin 35^\circ \sin 10^\circ$ ;

3)  $\cos \frac{2p}{7} \cos \frac{5p}{7} - \sin \frac{2p}{7} \sin \frac{5p}{7}$ ;    8)  $\sin \frac{p}{12} \cos \frac{11p}{12} + \cos \frac{p}{12} \sin \frac{11p}{12}$ ;

4)  $\sin 15^\circ \sin 15^\circ - \cos 15^\circ \cos 15^\circ$ ;    9)  $\sin 22,5^\circ \sin 22,5^\circ - \cos 22,5^\circ \cos 22,5^\circ$ ;

5)  $\frac{\sin 20^\circ \cos 5^\circ - \sin 5^\circ \cos 20^\circ}{\cos 10^\circ \cos 5^\circ - \sin 10^\circ \sin 5^\circ} - \operatorname{tg} 15^\circ$ ;    10)  $\frac{\cos 18^\circ \cos 28^\circ - \sin 18^\circ \sin 28^\circ}{\sin 34^\circ \sin 12^\circ - \cos 12^\circ \cos 34^\circ}$ .

**Найдите значение выражения:**

1)  $\sin 10^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ \cos 10^\circ$ ;    6)  $\cos 109^\circ \cos 49^\circ + \sin 109^\circ \sin 49^\circ$ ;

2)  $\sin 50^\circ \cos 20^\circ - \cos 50^\circ \sin 20^\circ$ ;    7)  $\cos 71^\circ \sin 11^\circ - \sin 71^\circ \cos 11^\circ$ ;

3)  $\sin \frac{p}{5} \cos \frac{p}{20} + \cos \frac{p}{5} \sin \frac{p}{20}$ ;    8)  $\cos \frac{2p}{15} \cos \frac{p}{5} - \sin \frac{2p}{15} \sin \frac{p}{5}$ ;

4)  $\frac{\sin 37^\circ \cos 7^\circ - \cos 37^\circ \sin 7^\circ}{\cos 47^\circ \cos 17^\circ + \sin 17^\circ \sin 47^\circ}$ ;    9)  $\frac{\operatorname{tg} 31^\circ + \operatorname{tg} 14^\circ}{1 - \operatorname{tg} 31^\circ \operatorname{tg} 14^\circ}$ ;

5)  $\frac{\sin 0,3p \cos(-2,8p) + \cos 0,3p \sin(-2,8p)}{\cos 0,3p \cos 2,3p - \sin 0,3p \sin(-2,3p)}$ ;    10)  $\frac{\operatorname{tg} 74^\circ - \operatorname{tg} 14^\circ}{1 + \operatorname{tg} 74^\circ \operatorname{tg} 14^\circ}$ .

**Упростите выражения:**

1)  $\frac{\sin(2a+j) + \sin(2a-j)}{\sin(2a+j) - \sin(2a-j)}$ ;    4)  $\frac{\cos(3x+a) + \sin 3x \sin a}{\cos(3x-a) - \sin 3x \sin a}$ ;

2)  $\frac{\sin(5j+b) - \sin b \cos 5j}{\sin(5j-b) + \sin b \cos 5j}$ ;    5)  $\frac{\cos(a-3b) - \sin 3b \sin a}{\cos(3b+a) + \sin a \sin 3b}$ ;

3)  $\frac{\sin \frac{a}{e^6} + a \frac{\ddot{o}}{\emptyset} + \cos \frac{a}{e^3} + a \frac{\ddot{o}}{\emptyset}}{\sin \frac{a}{e^4} + a \frac{\ddot{o}}{\emptyset} + \sin \frac{a}{e^4} - a \frac{\ddot{o}}{\emptyset}}$ ;    6)  $\frac{\sin \frac{a}{e^6} + a \frac{\ddot{o}}{\emptyset} + \sin \frac{a}{e^3} - a \frac{\ddot{o}}{\emptyset}}{\sin \frac{a}{e^6} + a \frac{\ddot{o}}{\emptyset} + \cos \frac{a}{e^3} + a \frac{\ddot{o}}{\emptyset}}$ .

**Упростите следующие выражения:**

$$1) \frac{\sin(3a+2b) - \sin(2b-3a)}{\cos(2b+3a) + \cos(2b-3a)}; \quad 3) \frac{\sin(45^\circ - a) + \cos(45^\circ - a)}{\sin(45^\circ - a) - \cos(45^\circ - a)};$$

$$2) \frac{\sin(a-2b) + 2\cos a \sin 2b}{2\cos a \cos 2b - \cos(a-2b)}; \quad 4) \frac{\operatorname{tg} 3a + \operatorname{tg} 7a}{1 - \operatorname{tg} 3a \operatorname{tg} 7a}.$$

**Вычислите:**

$$1) \cos 73^\circ \sin 103^\circ + \cos 17^\circ \sin 13^\circ; \quad 6) \cos 73^\circ \sin 107^\circ + \sin 73^\circ \sin 197^\circ;$$

$$2) \sin 170^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ \cos 350^\circ; \quad 7) \cos 109^\circ \cos 49^\circ + \cos 41^\circ \sin 71^\circ;$$

$$3) \cos 118^\circ \cos 28^\circ - \cos 152^\circ \sin 28^\circ; \quad 8) \sin 7^\circ \cos 217^\circ + \cos 7^\circ \cos 53^\circ;$$

$$4) \cos 5^\circ \cos 40^\circ - \sin 140^\circ \sin 175^\circ; \quad 9) \sin 22^\circ \cos 203^\circ + \cos 22^\circ \cos 113^\circ;$$

$$5) \frac{\cos 34^\circ \cos 154^\circ + \sin 386^\circ \sin 34^\circ}{\sin 53^\circ \cos 8^\circ - \cos 53^\circ \sin 172^\circ}; \quad 10) \frac{\cos 378^\circ \sin 27^\circ + \cos 27^\circ \sin 18^\circ}{\sin 158^\circ \sin 52^\circ + \cos 52^\circ \cos 22^\circ}.$$

**Упростите выражения:**

$$1) \cos(3p-b) + \operatorname{ctg}(3,5p-b) + \cos \frac{3p}{2} + b \operatorname{ctg}(p+b);$$

$$2) \cos \frac{3p}{2} + a \operatorname{ctg} a + \cos^2(3p+a) + \operatorname{tg}(5p+a) \operatorname{ctg} a;$$

$$3) \frac{\sin \frac{3p}{2} + a \operatorname{ctg} \frac{3p}{2} + b \operatorname{ctg} \frac{3p}{2}}{\cos(p-a) \operatorname{ctg} \frac{3p}{2} - b} \cdot \frac{\sin \frac{3p}{2} - b \operatorname{ctg} \frac{3p}{2} + a}{\cos(2p-b) \operatorname{tg}(p+a)}.$$

**Замените произведение тригонометрических функций суммой:**

$$1) \cos 52^\circ \cos 22^\circ; \quad 5) \cos 50^\circ \cos 58^\circ;$$

$$2) 2 \sin 52^\circ \cos 8^\circ; \quad 6) \sin 31^\circ \cos 41^\circ;$$

$$3) \sin 52^\circ \sin 7^\circ; \quad 7) 2 \sin 24^\circ \sin 44^\circ;$$

$$4) 2 \cos \frac{p}{10} \cos \frac{p}{4}; \quad 8) 2 \sin \frac{p}{7} \cos \frac{5p}{14}.$$

**Применить формулы двойного угла к следующим выражениям:**

$$1) \sin 80^\circ; \quad 5) \cos 46^\circ; \quad 9) \operatorname{tg} 72^\circ;$$

$$2) \sin 4j; \quad 6) \cos 6b; \quad 10) \operatorname{tg} 8g;$$

$$3) \sin 15y; \quad 7) \cos 13x; \quad 11) \operatorname{tg} 11j;$$

$$4) \frac{\sin 66^\circ}{2 \sin 33^\circ}; \quad 8) \frac{\cos 20^\circ}{\sin 10^\circ + \cos 10^\circ}; \quad 12) \frac{2 \operatorname{tg} 70^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 70^\circ}.$$

**Применить формулы двойного угла к следующим выражениям:**

$$1) \sin 42^\circ; \quad 4) \cos 38^\circ; \quad 7) \operatorname{tg} 54^\circ;$$

$$2) \sin 10a; \quad 5) \cos 12b; \quad 8) \operatorname{tg} 14g;$$

$$3) \frac{\sin 50^\circ}{\cos 25^\circ}; \quad 6) \frac{\cos 18^\circ - \sin 18^\circ}{\cos 36^\circ}; \quad 9) \frac{2 \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ}.$$

**Вычислите:**

$$a) \sin 15^\circ; \quad б) \cos 75^\circ.$$

$$a) \cos 15^\circ; \quad б) \sin 75^\circ.$$

$$1) \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ;$$

$$2) \sin \frac{7p}{18} \sin \frac{5p}{18} \sin \frac{p}{18};$$

$$3) \cos \frac{\rho}{11} \cos \frac{2\rho}{11} \cos \frac{3\rho}{11} \cos \frac{4\rho}{11} \cos \frac{5\rho}{11}.$$

**Дано:**  $\sin a = \frac{5}{13}$ ,  $\frac{\rho}{2} < a < \rho$ . **Найти**  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\operatorname{tg} 2a$ .

**Дано:**  $\cos a = \frac{15}{17}$ ,  $\frac{3\rho}{2} < a < 2\rho$ . **Найти**  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\operatorname{tg} 2a$ .

**Упростите выражения:**

$$1) 2 \cos^2 x \operatorname{tg} x;$$

$$2) \cos 6g + \sin^2 3g;$$

$$3) \cos 2b - 2 \cos^2 b;$$

$$4) 1 + \cos 2a;$$

$$5) 8 \sin^2 a \cos^2 a + \cos 4a;$$

$$6) 1 + 2 \cos^2 t - \cos 2t;$$

$$7) 4 \sin^4 x + \sin^2 2x;$$

$$8) \cos^4 a - \sin^4 a.$$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У2**

### Практическое занятие №11

#### Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс

**Цель:** Сформировать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса. Обеспечить усвоения порядка нахождения арксинуса, арккосинуса, арктангенса преобразования выражений с их содержанием.

**Выполнение практических заданий.**

**Задание 1:** Закончить решение:

$$1) \arcsin 1 + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\rho}{2} + \frac{\rho}{4} = \frac{\rho}{2} \left( 2 + \frac{\rho}{4} \right) = \frac{2\rho}{4} + \frac{\rho}{4} = \dots$$

$$2) 4 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 2 \arcsin 0 = 4 \cdot \left( -\frac{\rho}{3} \right) - 2 \cdot 0 = \dots$$

$$3) 3 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \arcsin(-1) = 3 \cdot \frac{\rho}{4} - 2 \cdot \left( -\frac{\rho}{2} \right) = \frac{3\rho}{4} + \frac{2\rho}{2} = \frac{3\rho}{4} + \rho = \dots$$

$$4) \arcsin \frac{1}{2} - \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right) = \frac{\rho}{6} - (\dots) = \dots$$

**Задание 2:** Вычислить:

$$1) 2 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right)$$

$$2) \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} - 4 \arcsin 1$$

$$3) 5 \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right) + \arcsin(-1)$$

$$4) \arcsin 0 + \arcsin(-1) + \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right) + \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Задание 3:** Выполнить по аналогии:

$$1) \sin \left( \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sin \frac{\rho}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1) \sin \left( \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$2) \operatorname{tg} \left( 2 \arcsin \frac{1}{2} \right) = \operatorname{tg} \left( 2 \cdot \frac{\rho}{6} \right) = \operatorname{tg} \frac{\rho}{3} = \sqrt{3}$$

$$2) \operatorname{tg} \left( 4 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

**Задание 4:** Вычислить:

$$1) 4 \arccos \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 6 \arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

2)  $5\arccos 1 - 3\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

3)  $2\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - 5\arccos(-1)$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У2**

### Практическое занятие №12

#### Решение простейших тригонометрических уравнений.

##### Цель:

*знать:* формулы для решения тригонометрических уравнений в общем виде и частные случаи решения;

*уметь:* решать простейшие тригонометрические уравнения.

##### Рекомендации по решению тригонометрических уравнений

1. Если аргументы функций одинаковые, попробовать получить одинаковые функции, используя формулы без изменения аргументов.

2. Если аргументы функций отличаются в два раза, попробовать получить одинаковые аргументы, используя формулы двойного аргумента.

3. Если аргументы функций отличаются в четыре раза, попробовать их привести к промежуточному двойному аргументу.

4. Если есть функции одного аргумента, степени выше первой, попробовать понизить степень, используя формулы понижения степени или формулы сокращенного умножения.

5. Если есть сумма одноименных функций первой степени с разными аргументами (вне случаев 2,3), попробовать преобразовать сумму в произведение для появления общего множителя.

6. Если есть сумма разноименных функций первой степени с разными аргументами (вне случаев 2, 3), попробовать использовать формулы приведения, получить затем случай 5.

7. Если в уравнении есть произведение косинусов (синусов) различных аргументов, попробовать свести его к формуле синус двойного аргумента, умножив и разделив это выражение на синус (косинус) подходящего аргумента:

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{2 \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x}{2 \sin x} = \dots$$

8. Если в уравнении есть числовое слагаемое (множитель), то его можно представить в виде значений функции угла. Например:

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right) = 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cos x \right) = 2 \sin \left( \frac{\pi}{6} + x \right)$$

##### Выполнение практических заданий.

##### Задания для самостоятельного решения:

Решите уравнения:

<b>1 вариант</b> 1) $\sin \frac{\pi}{2} - \frac{\rho}{4} = 0$ ; 2) $\cos \frac{\pi}{3} + \frac{\rho}{3} = 1$ ; 3) $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$ .	<b>2 вариант</b> 1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 2) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 3) $\operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3}$ .	<b>3 вариант</b> 1) $\sin 2x = \frac{1}{2}$ ; 2) $2 \cos x = \sqrt{2}$ ; 3) $\operatorname{tg} 3x + \frac{\rho}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .
<b>4 вариант</b> 1) $\sin \frac{\pi}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 2) $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	<b>5 вариант</b> 1) $\sin x = \frac{3}{5}$ ; 2) $\cos x = \frac{4}{5}$	<b>6 вариант</b> 1) $\sin 2x + \frac{\rho}{3} = 1$ ; 2) $\cos 2x = \frac{1}{2}$

2) $\cos \frac{x}{4} = \frac{4}{5}$ ; 3) $\operatorname{tg} 2x - \frac{\rho}{10} = 0$ .	2) $\cos(1-x) = \frac{1}{2}$ ; 3) $\operatorname{tg} x - \frac{\rho}{3} = 3$ .	2) $\cos 2x - \frac{\rho}{4} = -1$ ; 3) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$ .
<b>7 вариант</b> 1) $2 \sin x = -\sqrt{2}$ ; 2) $\cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 3) $3 \operatorname{tg} 3x + \frac{\rho}{6} = -\sqrt{3}$ .	<b>8 вариант</b> 1) $2 \sin 2x = -1$ ; 2) $\cos \frac{x}{2} - \frac{\rho}{4} = -\frac{1}{2}$ ; 3) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$ .	<b>9 вариант</b> 1) $2 \sin \frac{x}{2} = \sqrt{3}$ ; 2) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 3) $\operatorname{ctg}(2x + 45^\circ) = -1$ .

Задание выполнить в тетради для практических работ.

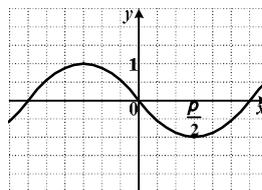
Объекты оценивания: У2

### Тема 3.1 Функции, их свойства и графики.

Тестирование для проверки усвоения нового материала:

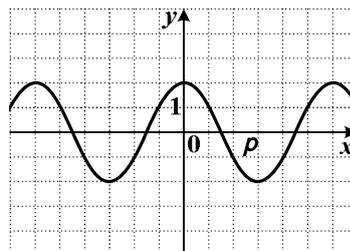
1. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = \sin x$
- 2)  $y = -\cos x$
- 3)  $y = -\sin x$
- 4)  $y = \cos x$



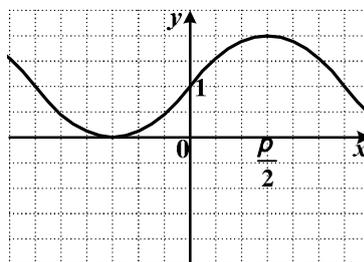
2. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = 2 \cos x$
- 2)  $y = 2 \sin x$
- 3)  $y = \frac{1}{2} \cos x$
- 4)  $y = -2 \sin x$



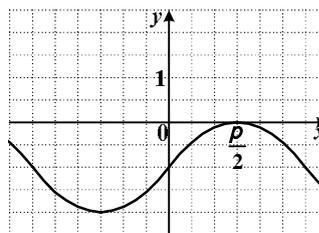
3. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = \cos x + 1$
- 2)  $y = \sin x - 1$
- 3)  $y = \cos x - 1$
- 4)  $y = \sin x + 1$



4. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = \cos x - 1$
- 2)  $y = \sin x - 1$
- 3)  $y = \cos x + 1$
- 4)  $y = \sin x + 1$



5. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = \frac{1}{2} \cos x$
- 2)  $y = -2 \sin x$
- 3)  $y = \frac{1}{2} \sin x$
- 4)  $y = -\frac{1}{2} \cos x$

6. Какие из данных функций являются логарифмическими:

1)  $y = 4x$ ; 2)  $y = \log_5 25 + x^2$ ; 3)  $\ln(x + 2)$ ; 4)  $y = 2,5^x$ ; 5)  $|$

- 1) 3 и 4;
- 2) 2, 3 и 5;
- 3) 3 и 5;
- 4) 4.

7. Какие из данных функций являются показательными:

1)  $y = 4x$ ; 2)  $y = \log_5 25 + x^2$ ; 3)  $\ln(x + 2)$ ; 4)  $y = 2,5^x$ ; 5)  $\log_3 27x$ ; 6)  $y = x^4$ .

- 1) 3 и 4;
- 2) 2, 3 и 5;
- 3) 3 и 5;
- 4) 4.

8. Какая из линий на рис. 1 является графиком функции  $y = \log_7 x$ ?

- 1) а;
- 2) б;
- 3) в;
- 4) г.

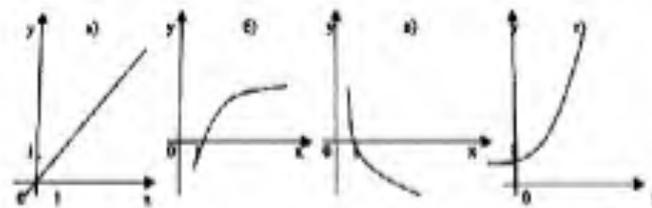


Рисунок 1.

9. Областью значений логарифмической функции является множество действительных чисел.

- 1) да;
- 2) нет.

10. Областью определения показательной функции является множество действительных чисел.

- 1) да;
- 2) нет.

11. Логарифмическая функция  $y = \log_a x$  и показательная функция  $y = a^x$  при  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- 1) степенные;
- 2) взаимно обратные;
- 3) линейные.

**Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала:**

1. Зависимость температуры в (градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур дается выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $T_0 = 1350 \text{ К}$ ,  $a = -7,5 \text{ К/мин}$ ,  $b = 105 \text{ К/мин}^2$ . Известно, что при температуре нагревателя выше  $1650 \text{ К}$  прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

2. Зависимость объема спроса  $q$  на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  задается формулой:  $q = 100 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  определяется как  $r(p) = q \cdot p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (тыс. руб.), при котором величина выручки за месяц  $r(p)$  составит не менее 480 тыс. руб.

3. Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полета камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = 1$  – постоянные параметры,  $x$  – расстояние от машины до камня, считаемое по горизонтали,  $y$  – высота камня над землей. На каком наименьшем расстоянии от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 1 метра? Ответ выразите в метрах.

4. Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полета камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{25} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{7}{5}$  – постоянные параметры,  $x$  – расстояние от машины до камня, считаемое по горизонтали,  $y$  – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 1 метра? Ответ выразите в метрах.

5. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $\omega = 25^\circ/\text{мин}$  – начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 5^\circ/\text{мин}^2$  – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже чем угол намотки  $\phi$  достигнет  $1200^\circ$ . Определите время (в минутах) после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проконтролировать ее работу.

6. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 59 \text{ км/ч}$ , выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 8 \text{ км/ч}^2$ . Расстояние от мотоциклиста до города определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время (в минутах), в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 80 км от города.

7. Зависимость объема спроса  $q$  на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  задается формулой:  $q = 70 - 2p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  определяется как  $r(p) = q \cdot p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (тыс. руб.), при котором величина выручки за месяц  $r(p)$  составит не менее 600 тыс. руб.

8. В боковой стенке высокого цилиндрического бака вблизи дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 2 \text{ м}$  – начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{50} \frac{\text{м}}{\text{мин}^2}$  и  $b = -\frac{2}{5} \frac{\text{м}}{\text{мин}}$  – постоянные. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

9. В боковой стенке высокого цилиндрического бака вблизи дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  – прошедшее время (в секундах),  $H_0 = 5 \text{ м}$  – начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{800}$  – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g = 10 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения. К какому моменту времени в баке останется не более чем четверть первоначального объема? Ответ выразите в секундах.

10. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $t$  измеряется в секундах, а  $h$  – в метрах. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более четырех метров?

Объекты оценивания: З1

## Практическое занятие №13

Нахождение области определения и множества значений функции.

**Цель:***знать:* элементарные функции, что является их графиками;*уметь:* строить графики элементарных функций.**Выполнение практических заданий.**

Построить графики функций:

<b>1 вариант</b> 1) $y=x^2+2x+3$ ; 2) $y = 2\sqrt{x}$ ; 3) $y = -\frac{6}{x}$ .	<b>2 вариант</b> 1) $y=x^2-4x$ ; 2) $y = \sqrt{2x}$ ; 3) $y = \frac{4}{x}$ .	<b>3 вариант</b> 1) $y=-x^2+2x-1$ ; 2) $y = -\sqrt{x}$ ; 3) $y = \frac{3}{2x}$ .
<b>4 вариант</b> 1) $y=-x^2+\frac{1}{2}x$ ; 2) $y = -\sqrt{3x}$ ; 3) $y = -\frac{2}{3x}$ .	<b>5 вариант</b> 1) $y=-2x^2+3x$ ; 2) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ ; 3) $y = \frac{9}{x}$ .	<b>6 вариант</b> 1) $y=x^2+\frac{1}{2}x+3$ ; 2) $y = 3\sqrt{x}$ ; 3) $y = -\frac{6}{5x}$ .
<b>7 вариант</b> 1) $y=x^2-6x$ ; 2) $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}$ ; 3) $y = \frac{2}{x}$ .	<b>8 вариант</b> 1) $y=-x^2+8x+1$ ; 2) $y = -\frac{1}{3}\sqrt{x}$ ; 3) $y = -\frac{3}{x}$ .	<b>9 вариант</b> 1) $y=-2x^2+x-3$ ; 2) $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$ ; 3) $y = -\frac{5}{x}$ .

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

Объекты оценивания: У1

## Практическое занятие №14

Нахождение промежутков возрастания и убывания, наибольшего наименьшего значения.

**Цель:***знать:*

- определения возрастающей (убывающей) функции;
- определения точки максимума (минимума) функции;

*уметь:*

- находить промежутки монотонности функции;
- вычислять точки экстремума функции.

**Выполнение практических заданий.***Задания для самостоятельного решения:*Начертите эскиз графика функции  $f$ , определите вид точек, если:

<b>1 вариант</b> $f$ возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$ и убывает на промежутке $[2; +\infty)$ .	<b>2 вариант</b> $f$ возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; 3]$ , убывает на промежутке $[2; 0]$ .	<b>3 вариант</b> $f$ возрастает на промежутке $[1; 4]$ и убывает на промежутках $(-\infty; 1]$ и $[4; +\infty)$ .
--	---	--

<b>4 вариант</b> $f$ возрастает на промежутках $(-\infty; -5]$ и $[1; 5]$ , убывает на промежутках $[-5; 1]$ $[5; +\infty)$ .	<b>5 вариант</b> $f$ возрастает на промежутке $(-\infty; 5]$ и убывает на промежутке $[5; +\infty)$ .	<b>6 вариант</b> $f$ возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$ .
<b>7 вариант</b> $f$ возрастает на промежутке $[-1; 2]$ и убывает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[2; +\infty)$ .	<b>8 вариант</b> $f$ возрастает на промежутках $(-\infty; -4]$ и $[2; 4]$ , убывает на промежутках $[-4; 2]$ $[4; +\infty)$ .	<b>9 вариант</b> $f$ возрастает на промежутках $(-\infty; -3]$ и $[2; 5]$ , убывает на промежутках $[-3; 2]$ $[5; +\infty)$ .

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №15

#### Построение графиков степенных, показательных и логарифмических функций. Преобразования графика функции.

**Цель:**

*знать:*

- свойства функций;
- схему исследования функции;
- основные свойства логарифмов;
- свойства степенной функции с различными показателями степени;

*уметь:*

- строить графики функций.
- строить график логарифмической функции с разными основаниями.
- строить график степенной функции с различными показателями степени.

**Выполнение практических заданий.**

**Задания для самостоятельного решения:**

Построить график функции  $f$ , если известны ее свойства:

1.	Свойство функции	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
	Область определения	$[-6; 6]$	$[-5; 4]$	$[-4; 4]$	$[-5; 3]$
	Область значений	$[-2; 5]$	$[0; 6]$	$[-3; 6]$	$[0; 5]$
2	Точки пересечения графика:				
	а) с осью $Ox$	$(-4; 0),$ $(-2; 0)$	$(0; 0)$	$(-4; 0),$ $(-1; 0),$ $(2,5; 0)$	$(3; 0)$
	б) с осью $Oy$	$(0; 2,5)$	$(0; 0)$	$(0; -2)$	$(0; 4,5)$
3	Промежутки знакопостоянства:				
	а) $f(x) > 0$	$[-6; -4),$ $(-2; 6]$	$[-5; 0),$ $(0; 4]$	$(-4; -1),$ $(2,5; 4]$	$[-5; 3)$
	б) $f(x) < 0$	$(-4; -2)$	-	$(-1; 2,5)$	-
4	Промежутки:				
	а) возрастания	$[-3; 1],$ $[4; 6]$	$[-5; -2],$ $[0; 4]$	$[-4; -2],$ $[1; 4]$	$[-3; 1]$
	б) убывания	$[-6; -3],$ $[1; 4]$	$[-2; 0]$	$[-2; 1]$	$[-5; -3],$ $[1; 3]$
5.1	Точки максимума, максимум функции	$x_{\max}=1$ $y_{\max}=3$	$x_{\max}=-2$ $y_{\max}=2$	$x_{\max}=-2$ $y_{\max}=2$	$x_{\max}=1$ $y_{\max}=5$

5.2	Точки минимума, минимум функции	$x_{\min 1}=-3,$ $y_{\min 1}=-2;$ $x_{\min 2}=4$ $y_{\min 2}=1$	$x_{\min}=0$ $y_{\min}=0$	$x_{\min}=1$ $y_{\min}=-3$	$x_{\min}=-3$ $y_{\min}=2$
6	Дополнительные точки графика	$(-6; 3),$ $(6; 5)$	$(-5; 0,5),$ $(4; 6)$	$(4; 6)$	$(-5; 3)$

Постройте график функции и опишите ее свойства:

<b>1 вариант</b> $y = 2\sqrt{x+1}.$	<b>2 вариант</b> $y = 2 - \sqrt[4]{x}.$	<b>3 вариант</b> $y = 1 + \sqrt[3]{x}.$
<b>4 вариант</b> $y = 3x^{-2}.$	<b>5 вариант</b> $y = \sqrt{x} - 4.$	<b>6 вариант</b> $y = 1 - \sqrt[3]{x}.$
<b>7 вариант</b> $y = \sqrt{x} + 3.$	<b>8 вариант</b> $y = \sqrt[5]{x^4} + 1.$	<b>9 вариант</b> $y = \sqrt{x-2} + 1.$

Решите графически уравнение:

<b>1 вариант</b> $\log_4(x+3) = x - 1.$	<b>2 вариант</b> $\lg(1-x) = x^2 - 1.$	<b>3 вариант</b> $\frac{1}{2}\log_2(x+1) = x.$
<b>4 вариант</b> $1 + \log_2(x+2) = 2 - x.$	<b>5 вариант</b> $\log_{\frac{1}{2}}x = x - 3.$	<b>6 вариант</b> $\log_2x = 2^{5-x}.$
<b>7 вариант</b> $\left  \log_{\frac{1}{2}}x \right  = 1 - x.$	<b>8 вариант</b> $\log_{\frac{1}{3}}x = 2x - 7.$	<b>9 вариант</b> $\lg(1-x) = 5 - x.$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №16

**Нахождение обратных функций и построение их графиков. Обратные тригонометрические функции. Преобразование графиков тригонометрических функций.**

**Цель:**

*знать:*

- определение тригонометрических функций;
- свойства тригонометрических функций;

*уметь:*

- строить косинусоиду.

**Выполнение практических заданий.**

**Задания для самостоятельного решения:**

**№1.** Построить схематически косинусоиду на интервале  $[-3\pi; 3\pi]$  и выполнить следующие упражнения:

1) Проиллюстрировать по графику, что:

а) функция  $\cos x$  не может принимать значений, превосходящих по абсолютной величине единицу, т. е.  $-1 \leq \cos x \leq 1$ ;

б) каждому действительному значению  $x$  соответствует только одно значение  $\cos x$  (свойство однозначности косинуса);

в) при замене произвольного значения аргумента  $x$  противоположным ему значением  $-x$  значение функции не изменяется, т. е.  $\cos(-x) = \cos x$  (свойство четности косинуса). Как можно использовать свойство четности косинуса при построении его графика;

г) при изменении произвольного значения аргумента на число, кратное числу  $2\pi$ , значение функции  $\cos x$  не изменяется, т. е.  $\cos(x+2\pi k)=\cos x$  (свойство периодичности косинуса). Как можно использовать периодичность косинуса при построении его графика;

д) при изменении произвольного значения аргумента на число  $\pi$  значение функции  $y$  заменяется противоположным ему значением  $-y$ , т. е.  $\cos(x\pm\pi)=-\cos x$ ;

е) уравнение  $\cos x=0,5$  имеет бесчисленное множество решений. Назвать несколько частных решений этого уравнения.

2) Указать интервалы, в которых функция  $y=\cos x$  принимает:

а) положительные значения;

б) отрицательные значения.

Какие четверти единичной окружности соответствуют этим интервалам.

3) Выделить на оси абсцисс и на единичной окружности интервалы, в которых функция  $y=\cos x$ :

а) возрастает;

б) убывает.

Проиллюстрировать на графике, что в любом интервале монотонности косинус последовательно принимает все свои возможные значения, каждому из которых соответствует только одно значение аргумента в рассматриваемом интервале.

**№2.** По графику функции  $y=\cos x$  ответить на следующие вопросы:

1) Как изменяется  $\cos x$ , если аргумент  $x$ :

а) увеличивается от  $-2\pi$  до  $\pi$ ;

б) уменьшается от  $2,5\pi$  до  $1,5\pi$ ?

2) Чему равен косинус числа: а)  $\pi$ ; б)  $2\pi$ ; в)  $-0,5\pi$ ; г)  $-2\pi$ ?

3) Что меньше: а)  $\cos 0,7$  или  $\cos 1$ ; б)  $\cos(\pi/2+1)$  или  $\cos(\pi/2-1)$ ?

4) При каких значениях  $x$  функция  $\cos x$  равна: а) 0; б) 1; в) -1?

5) Проиллюстрировать на графике, что не существует значений аргумента  $x$ , при которых функция  $\cos x$  была равна 2.

**Задания для самостоятельного решения:**

**№1.** Построить схематически тангенсоиду на интервале  $(-3\pi/2; 3\pi/2)$ . При построении:

1) отметить на оси абсцисс точки, соответствующие числам:

$-1,5\pi$ ;  $-\pi$ ;  $-0,5\pi$ ;  $0,5\pi$ ;  $\pi$ ;  $1,5\pi$  (за единицу масштаба принять отрезок, равный 1 см);

2) через точки  $(-1,5\pi; 0)$ ;  $(-0,5\pi; 0)$ ;  $(0,5\pi; 0)$  и  $(1,5\pi; 0)$  провести (пунктиром) прямые, параллельные оси ординат;

3) отметить точки тангенсоиды с ординатами  $\pm 1$ ;

4) вычертить (от руки) тангенсоиду.

**№2.** Пользуясь схематическим графиком функции  $y=\operatorname{tg} x$  выполнить следующие упражнения:

1) Указать интервалы, в которых функция принимает: а) положительные значения; б) отрицательные значения.

2) Определить, при каких значениях  $x$  на интервале  $(-3\pi/2; 3\pi/2)$  функция  $y=\operatorname{tg} x$ : а) убывает; б) возрастает; в) принимает значение, равное нулю; г) теряет смысл.

Выразить формулой множество таких значений  $x$ , при которых  $y=\operatorname{tg} x$  теряет смысл.

3) Убедиться, что каждому допустимому значению аргумента  $x$  соответствует только одно значение функции.

4) Проиллюстрировать на графике, что функция  $y=\operatorname{tg} x$  есть периодическая функция с периодом  $\pi$ , т. е.  $\operatorname{tg}(x+\pi k)=\operatorname{tg} x$ .

5) Показать, что каждому значению функции  $y$  соответствует бесчисленное множество определенных значений аргумента  $x$ .

б) Решить неравенства: а)  $\operatorname{tg} x > -1$ ; б)  $|\operatorname{tg} x| < 1$ .

**№3.** Построить на одном чертеже графики функций:  $y=x$ ;  $y=\sin x$  и  $y=\operatorname{tg} x$ , если  $0 < x < \pi/2$ . Пользуясь чертежом, проиллюстрировать неравенство  $\sin x < x < \operatorname{tg} x$ .

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

**Тема 3.2 Уравнения и неравенства.**

**Устный опрос актуализации знаний:**

**Вычислить устно:**

$$2^x = 0,5 \quad 2^x = 64 \quad 5^x = \frac{1}{125} \quad 3^x = 81 \quad 13^x = 1$$

$$4^x = 0,25 \quad 4^x = \frac{1}{64} \quad 8^x = 0,125$$

**Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала:**

Решите уравнение:

1)  $4^{5+x} = 64^{3x}$

Уравнение решается методом уравнивания оснований

$$4^{5+x} = 4^{3 \cdot 3x}$$

$$5+x=9x$$

$$8x=5$$

$$x=0,625$$

Ответ:  $x=0,625$

2)  $5^{3x} - 2 \cdot 5^{3x-1} - 3 \cdot 5^{3x-2} = 60,$

Уравнение решается методом вынесения общего множителя за скобки

$$5^{3x} (1 - 2 \cdot 5^{-1} - 3 \cdot 5^{-2}) = 60,$$

$$5^{3x} \cdot \frac{12}{25} = 60, \text{ разделим обе части уравнения на дробь } \frac{12}{25}, \text{ получаем}$$

$$5^{3x} = 125,$$

$$3x = 3,$$

$$x = 1.$$

Ответ:  $x=1.$

Решите неравенство:

1)  $6^{x^2+2x} > 216$

Решение:

$$6^{x^2+2x} > 6^3$$

Т.к.  $y=6^t$  – возрастающая, перейдем к равносильному неравенству:

$$x^2+2x > 3$$

$$x^2+2x-3 > 0$$

Ответ:  $x \in (-\infty; -3) \cup (1; \infty)$

Решить неравенство:

2)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{2+4x} \geq 0,75^{1-8x}$

Решение:

$$\text{т. к. } 0,75 < 1,$$

то

$$2 + 4x \leq 1 - 8x$$

$$12x \leq -1$$

$$x < -1/12$$

**Выполнение тестирования для проверки усвоения нового учебного материала по вариантам:**

**Вариант 1**

1. Как назывались иррациональные числа по-гречески?

а) логос

- b) алогос  
 c) нелогос
2. Множество рациональных и иррациональных чисел вместе составляют множество ....
- a) действительных чисел  
 b) отрицательных чисел  
 c) комплексных чисел
3. Определить, какое из чисел является иррациональным:
- a)  $\sqrt{3}$   
 b)  $2^5$   
 c)  $\frac{5}{7}$
4. Уравнение называется иррациональным, содержащее неизвестное....
- a) в виде периодической дроби  
 b) во второй степени  
 c) под знаком корня
5. Решить иррациональное уравнение:  $\sqrt{5-4x} = 2x+5$
- a)  $x = -1$   
 b)  $x = -5$   
 c)  $x_1 = -5$  и  $x_2 = -1$
6. С помощью каких преобразований можно не опасаться ни потери корней, ни приобретения посторонних решений при решении иррациональных уравнений?
- a) равносильных преобразований  
 b) равнозначных преобразований  
 c) однозначных преобразований
7. Решить уравнение:  $x + \sqrt{2x+3} = 6$
- a)  $x = 11$   
 b)  $x_1 = 3$  и  $x_2 = 11$   
 c)  $x = 3$
8. Сколько корней имеет уравнение  $\sqrt{x^4 + x^2 - 11} = 1 - x^2$ ?
- a) один  
 b) два  
 c) ни одного
9. Решить уравнение  $\sqrt{2-x} = \sqrt{x^2 - 3x - 1}$ , указать корень уравнения.
- a)  $x = -1$   
 b)  $x = 2$   
 c) корней нет
10. Указать промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\sqrt{8-x-3x^2} = 3-x$ .
- a)  $[0;1]$   
 b)  $[1;1,5]$   
 c)  $[-2;-1]$

### 2 вариант

1. Как Теодор Киренский называл иррациональные числа?
- a) несоизмеримые  
 b) ассиметричные  
 c) невыразимые
2. Какие числа можно записать в виде бесконечной непериодической дроби?
- a) комплексные числа  
 b) рациональные числа  
 c) иррациональные числа
3. Определить, какое из чисел является иррациональным:

a)  $\sqrt[3]{25}$

b)  $\frac{3}{25}$

c) 3,25

4. Основная идея решения иррационального уравнения состоит в сведении его к...

- a) рациональному алгебраическому уравнению  
 b) рациональному геометрическому уравнению  
 c) иррациональному алгебраическому уравнению

5. Решить иррациональное уравнение:  $\sqrt{x-1} = x-3$

a)  $x = 5$

b)  $x = 1$

c)  $x_1 = 5$  и  $x_2 = 1$

6. Какая из систем является равносильной?

a)  $\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B^2(x) \\ B(x) \geq 0 \end{cases}$

b)  $\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B^2(x) \\ B(x) = 0 \end{cases}$

c)  $\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B^2(x) \\ B(x) \leq 0 \end{cases}$

7. «Уединение радикала» заключается в представлении уравнения в виде ...

a)  $C(x) = \sqrt[n]{D(x)}$

b)  $C(x) + \sqrt{x} = \sqrt[n]{D(x)}$

c)  $C(x) = \sqrt[n]{D(x)}$

8. Сколько корней имеет уравнение  $\sqrt{x^4 - 17} = x^2 - 1$ ?

a) один

b) два

c) ни одного

9. Решить уравнение  $\sqrt{x^2 - 2x - 5} = \sqrt{1-x}$ , указать корень уравнения.

a)  $x = 4$

b)  $x = -2$

c) корней нет

10. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\sqrt{2x^2 + 5x + 6} = 2x + 2$

a) (-1;3)

b) [0;1]

c) (-2;0)

**Объекты оценивания:31**

### Практическое занятие №17

#### Решение показательных уравнений и неравенств

**Цель:** Определение типов показательных уравнений и методов их решения, решение простейших показательных неравенств.

**Выполнение практических заданий.**

<u>ВАРИАНТ – I</u>	<u>ВАРИАНТ – II</u>
<b>1. Решите уравнения:</b>	<b>1. Решите уравнения:</b>

<p>а. <math>7^x = 49</math>;</p> <p>б. <math>8^{x^2-2} = 64^x</math>;</p> <p>в. <math>5^{x-4} = 1</math></p> <p>г. <math>25^x = 7^{2x}</math></p> <p><b>2. Решите уравнение:</b></p> $\frac{6}{9} \div \frac{\circ}{\circ} = \frac{5}{4} \div \frac{\circ}{\circ}$ <p><b>3. Найдите сумму корней уравнения</b></p> $5^{2x} - 6 \times 5^x + 5 = 0$ <p><b>4. Решите неравенства:</b></p> <p>а. <math>2^x \geq 4</math></p> <p>б. <math>0,6^{x^2+3x} \geq 0,6^0</math></p> <p><b>5. Найдите наибольшее целое решение неравенства</b></p> $2^x + 2^{x+2} \leq 20$	<p>а. <math>2^{4x} = 8</math>;</p> <p>б. <math>9^{x-5} = 1</math>;</p> <p>в. <math>6^{4x^2-2x} = 36</math></p> <p>г. <math>27^x = 5^{3x}</math></p> <p><b>2. Решите уравнение:</b></p> $\frac{4}{25} \div \frac{\circ}{\circ} = \frac{5}{2} \div \frac{\circ}{\circ}$ <p><b>3. Найдите сумму корней уравнения</b></p> $2^{2x} - 6 \times 2^x + 8 = 0$ <p><b>4. Решите неравенства:</b></p> <p>а. <math>2^x \leq 8</math></p> <p>б. <math>0,3^{x+4} \leq 0,3^2</math></p> <p><b>5. Найдите наименьшее целое решение неравенства</b></p> $3^x + 3^{x+2} \leq 30$
<p style="text-align: center;"><b><u>ВАРИАНТ – III</u></b></p> <p><b>1. Решите уравнения:</b></p> <p>а. <math>3^{2x} = 81</math>;</p> <p>б. <math>4^{3x} = 64^{x^2-6}</math>;</p> <p>в. <math>2^{3x+6} = 1</math></p> <p>г. <math>3^{6x} = 8^{6x}</math></p> <p><b>2. Решите уравнение:</b></p> $\frac{3}{7} \div \frac{\circ}{\circ} = \frac{9}{9} \div \frac{\circ}{\circ}$ <p><b>3. Найдите сумму корней уравнения</b></p> $3^{2x} - 6 \times 3^x - 27 = 0$ <p><b>4. Решите неравенства:</b></p> <p>а. <math>3^x \leq 81</math></p> <p>б. <math>0,5^{2x+4} \geq 0,5^{x-1}</math></p> <p><b>5. Найдите наибольшее целое решение неравенства</b></p> $4^x + 4^{x+2} \leq 68$	<p style="text-align: center;"><b><u>ВАРИАНТ – IV</u></b></p> <p><b>1. Решите уравнения:</b></p> <p>а. <math>4^x = 64</math>;</p> <p>б. <math>3^{6-x} = 3^{3x-2}</math>;</p> <p>в. <math>3^{x^2-4x} = 1</math></p> <p>г. <math>4^x = 9^{2x}</math></p> <p><b>2. Решите уравнение:</b></p> $\frac{5}{2} \div \frac{\circ}{\circ} = \frac{4}{25} \div \frac{\circ}{\circ}$ <p><b>3. Найдите сумму корней уравнения</b></p> $2 \times 2^{2x} - 5 \times 2^x + 2 = 0$ <p><b>4. Решите неравенства:</b></p> <p>а. <math>5^x \leq 125</math></p> <p>б. <math>0,7^{x+8} \leq 0,7^2</math></p> <p><b>5. Найдите наименьшее целое решение неравенства</b></p> $5^x + 5^{x+2} \geq 650$
<p style="text-align: center;"><b><u>ВАРИАНТ – V</u></b></p> <p><b>1. Решите уравнения:</b></p> <p>а. <math>2^{14-x} = 4</math>;</p> <p>б. <math>8^{x+5} = 1</math>;</p>	<p style="text-align: center;"><b><u>ВАРИАНТ – VI</u></b></p> <p><b>1. Решите уравнения:</b></p> <p>а. <math>3^{x+11} = 9</math>;</p> <p>б. <math>16^{x-4} = 1</math>;</p>

<p>в. <math>625^{x^2-5x} = 25^{12}</math>;  г. <math>7^{3x-10} = 4^{3x-10}</math>.</p> <p><b>2. Решите уравнение:</b>  <math>5^{2-3x} = \frac{1}{25}</math></p> <p><b>3. Найдите сумму корней уравнения</b>  <math>10 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x - 3 = 0</math></p> <p><b>4. Решите неравенства:</b>  а. <math>4^x \leq 64</math>  б. <math>0,3^{2x-1} &lt; 0,3^{x+4}</math></p> <p><b>5. Найдите наибольшее целое решение неравенства</b>  <math>6^x + 6^{x+2} \leq 222</math></p>	<p>в. <math>7^{x^2-9x+22} = 49</math>;  г. <math>17^{4x-1} = 22^{4x-1}</math>.</p> <p><b>2. Решите уравнение:</b>  <math>6^{2-3x} = \frac{1}{36}</math></p> <p><b>3. Найдите сумму корней уравнения</b>  <math>9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0</math></p> <p><b>4. Решите неравенства:</b>  а. <math>3^x &gt; 27</math>  б. <math>0,9^{2x} \leq 0,9^{4x-3}</math></p> <p><b>5. Найдите наименьшее целое решение неравенства</b>  <math>8^x + 8^{x+1} \leq 72</math></p>
---	--

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №18

#### Решение логарифмических уравнений и неравенств

**Цель:** Определение типов логарифмических уравнений и методов их решения, решение простейших показательных неравенств

**Выполнение практических заданий.**

**Задания из вариантов ЕГЭ.**

#### Уровень А

1) Решить уравнение:  $\log_7 \log_2 \log_3 x = 0$ .

2) Решить неравенство:  $\log_3 \frac{x-7}{2x-5} < 0$ .

3) Решить уравнение:  $\log_2 x \log_x 2 = 1$ .

4) Решить неравенство  $8^{\log_2(3-2x)} \geq -3$  и найти наибольшее целое решение.

5) Найти область определения функций:

$$y = \sqrt{1 - \log_2 x}; \quad y = \sqrt[3]{1 - \log_2 x}; \quad y = \frac{1}{\log_2 x + 2}.$$

#### Уровень В

1) Решить уравнение:  $\log_2(x-6) = 0,5 \log_2 x$ .

2) Решить уравнение:  $10^{1-\lg x} = 100^{2+\lg x}$ .

3) Решить уравнение:  $\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}}(x-8) = 4$ .

4) Решить уравнение:  $\log_3(5-x) = \sqrt{x-1}$ .

5) Решить уравнение:  $\log_2^3 x - 3 \log_2^2 x = \frac{10}{\log_x 2}$

и в ответе указать сумму корней.

6) Решить неравенство

$$\log_3(x+7) < \log_3(5-x) - \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$$

и указать число целых решений.

#### Уровень С

1) Решить уравнение:

$$\lg^2(x^2 + 3x + 3) + \sqrt{x^3 + 4x + 5} = 0$$

2) Решить уравнение:  $\log_{2x-1}(x^2 + 3x - 1) = 2$

#### IV. Решение заданий ЕГЭЭ.

##### Уровень А

1)

$$\log_7 \log_2 \log_3 x = 0,$$

$$\log_2 \log_3 x = 1,$$

$$\log_3 x = 2,$$

$$x = 9$$

2)

$$\log_3 \frac{x-7}{2x-5} < 0,$$

$$0 < \frac{x-7}{2x-5} < 1$$

$$\frac{x-7}{2x-5} > 0 \text{ и } \frac{-x-2}{2x-5} < 0$$

$$(-\infty; 2,5) \cup (7; +\infty) \text{ и } (-\infty; -2) \cup (2,5; +\infty)$$

3)

$$\log_2 x \log_x 2 = 1,$$

$$\log_2 x \cdot \frac{1}{\log_2 x} = 1,$$

$$1 = 1 \text{ верно при } x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$$

4)

$$8^{\log_2(3-2x)} \geq -3,$$

$$3 - 2x \geq -3 \text{ но } 3 - 2x > 0,$$

$$x < 1,5 \rightarrow \max \in \mathbb{Z} \ x = 1$$

5)

5) Область определения:

$$y = \sqrt{1 - \log_2 x}; \quad y = \sqrt[3]{1 - \log_2 x}; \quad y = \frac{1}{\log_2 x + 2}.$$

$$\begin{cases} 1 - \log_2 x \geq 0 & x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \log_2 x + 2 \neq 0$$

$$(0; 2]$$

$$(0; +\infty)$$

$$(0; 0,25) \cup (0,25; +\infty)$$

##### Уровень В

1)

$$\log_2(x - 6) = 0,5 \log_2 x,$$

$$x - 6 = \sqrt{x},$$

$$x - \sqrt{x} - 6 = 0,$$

$$\sqrt{x} = 3, \quad x = 9$$

$$\sqrt{x} = -2, \quad x = \emptyset$$

2)

$$10^{1-\lg x} = 100^{2+\lg x},$$

$$1 - \lg x = 4 + 2 \lg x,$$

$$\lg x = -1,$$

$$x = 0,1$$

3)

$$\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}}(x - 8) = 4,$$

$$2 \log_3 x(x - 8) = 4,$$

$$\log_3 x(x - 8) = 2,$$

$$x^2 - 8x = 9$$

$$x = 9, \quad x = -1 \in \text{ОДЗ уравнения}$$

4)

$$\log_3(5 - x) = \sqrt{x - 1},$$

$$x = 2 \text{ подбором из}$$

ОДЗ корня и логарифма

5)

$$\log_2^3 x - 3 \log_2^2 x = \frac{10}{\log_x 2},$$

$$\log_2^3 x - 3 \log_2^2 x - 10 \log_2 x = 0, \quad (x \neq 1)$$

$$\log_2 x (\log_2^2 x - 3 \log_2 x - 10) = 0,$$

$$\log_2 x = 0 \text{ и } \log_2^2 x - 3 \log_2 x - 10 = 0$$

$x_1 = 1$  — не является корнем уравнения

$$\log_2 x = 5, \quad x_2 = 32$$

$$\log_2 x = -2, \quad x_3 = 0,25$$

$$32 + 0,25 = 32,25$$

6)

$$\log_3(x + 7) < \log_3(5 - x) - \log_{\frac{1}{3}}(3 - x)$$

$$\log_3(x + 7) < \log_3(5 - x) + \log_3(3 - x),$$

$$\log_3(x + 7) < \log_3(5 - x)(3 - x)$$

$$\begin{cases} x + 7 < 15 - 8x + x^2, \\ x + 7 > 0; 5 - x > 0 \\ 3 - x > 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 9x + 8 > 0 \\ x > -7, x < 5 \\ x < 3 \end{cases}$$

Решение  $(-7; 1)$

Ответ: **7 целых решений**

**Уровень С**

1)

$$\lg^2(x^2 + 3x + 3) + \sqrt{x^3 + 4x + 5} = 0,$$

Сумма двух неотрицательных выражений равна нулю, если каждое из выражений равно нулю. Приравняем первое выражение к нулю, решим логарифмическое уравнение, и его корни подставим во второе выражение для проверки.

$$\begin{aligned} \lg^2(x^2 + 3x + 3) \geq 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{x^3 + 4x + 5} \geq 0, \quad \text{то} \\ \lg(x^2 + 3x + 3) = 0 \quad \text{и} \quad x^3 + 4x + 5 = 0 \\ x^2 + 3x + 3 = 1 \quad \quad \quad (-2)^3 - 8 + 5 \neq 0 \\ x = -2; -1 \quad \quad \quad (-1)^3 - 4 + 5 = 0 \end{aligned}$$

Ответ:  $x = -1$

2)

$$\log_{2x-1}(x^2 + 3x - 1) = 2, \quad \leftrightarrow \begin{cases} (2x-1)^2 = x^2 + 3x - 1, \\ 2x-1 \neq 1, \\ 2x-1 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 7x + 2 = 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0,5. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2; \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Ответ:  $x = 2$

3)

$$\log_{\sin x}(2\sin 2x + 4\sin^2 x + 1) = 0, \quad \begin{cases} 2\sin 2x + 4\sin^2 x + 1 = 1 \\ \sin x > 0, \\ \sin x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4\sin x \cos x + 4\sin^2 x &= 0, \\ 4\sin x (\cos x + \sin x) &= 0, \\ \cos x + \sin x &= 0 \quad | : \cos x \\ \operatorname{tg} x &= -1, \end{aligned}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad \text{т.к. } \sin x > 0 \text{ а } \operatorname{tg} x = -1 \text{ во III чет.}$$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №19

#### Решение тригонометрических уравнений

**Цель:** научиться вычислять более сложные тригонометрические уравнения.

**Выполнение практических заданий.**

Вариант 1	Вариант 2
<i>Решите тригонометрические уравнения:</i>	
1) $2\sin^2 x - 5\sin x - 7 = 0$	1. $10\cos^2 x - 17\cos x + 6 = 0$
2) $12\sin^2 x + 20\cos x - 19 = 0$	2. $2\cos^2 x + 5\sin x + 5 = 0$
3) $3\sin^2 x + 14\sin x \cos x + 8\cos^2 x = 0$	3. $6\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$
4) $7\operatorname{tg} x - 10\operatorname{ctg} x + 9 = 0$	4. $5\operatorname{tg} x - 4\operatorname{ctg} x + 8 = 0$
5) $5\sin 2x - 14\cos^2 x + 2 = 0$	5. $6\cos^2 x + 13\sin 2x = -10$
6) $9\cos 2x - 4\cos^2 x = 11\sin 2x + 9$	6. $2\sin^2 x + 6\sin 2x = 7(1 + \cos 2x)$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №20

#### Решение квадратных уравнений и неравенств.

**Цель:** Научиться решать квадратные уравнения и неравенства, используя основные определения и алгоритм для решения квадратных уравнений и неравенств.

**Выполнение практических заданий.**

### Вариант 1.

1. Решите квадратное уравнение:

а)  $2x^2 - 9x + 10 = 0$ ;      б)  $-x^2 + 2x + 15 = 0$ ;

в)  $7x^2 = 0$ ;      г)  $5x^2 - 125 = 0$ .

2. Решите квадратное уравнение с использованием теоремы Виета:

а)  $x^2 - 15x + 56 = 0$ ;      б)  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

3. Составьте квадратное уравнение по его корням:

а)  $x_1 = -9, x_2 = 11$ ;      б)  $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{4}$ .

4. Сократите дробь:  $\frac{8a^2 + 32a - 360}{6a^2 - 72a - 210}$ .

5. Решите неравенство графически:

а)  $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ ;      б)  $6x - 15x < x^2 + 2x$ .

6. Не решая уравнение  $x^2 - 10x - 24 = 0$ , вычислите  $\frac{1}{x_1 + x_2} + \frac{1}{x_1 \times x_2}$ .

7. Решите задачу:

В треугольнике основание на 4 см меньше высоты, а площадь равна  $96 \text{ см}^2$ . Найти основание и высоту этого треугольника.

### Вариант 2

1. Решите квадратное уравнение:

а)  $2x^2 + x - 15 = 0$ ;      б)  $-x^2 + 2x + 3 = 0$ ;

в)  $17x^2 = 0$ ;      г)  $4x^2 - 64 = 0$ .

2. Решите квадратное уравнение с использованием теоремы Виета:

а)  $x^2 - 15x + 54 = 0$ ;      б)  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .

3. Составьте квадратное уравнение по его корням:

а)  $x_1 = -8, x_2 = 12$ ;      б)  $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{3}{4}$ .

4. Сократите дробь:  $\frac{12a^2 - a - 1}{3a^2 + 5a - 2}$ .

5. Решите неравенство графически:

а)  $x^2 - 25x + 144 \geq 0$ ;      б)  $2x + 2 > -x^2 - 1$ .

6. При каком соотношении между коэффициентами в уравнении  $x^2 + vx + c = 0$ , сумма корней его равна их произведению?

7. Решите задачу:

В прямоугольнике одна сторона на 8 см больше другой, а его площадь равна  $9 \text{ см}^2$ . Найти периметр этого прямоугольника.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №21

#### Решение иррациональных уравнений и неравенств

**Цель:** Научиться решать иррациональные уравнения и неравенства, используя основные определения и алгоритм для решения иррациональных уравнений и неравенств.

**Выполнение практических заданий.**

Вариант 1	Вариант 2
<p>Решите иррациональные уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\sqrt{x+1} = 6</math></li> <li><math>\sqrt{x^2 - 3} = 1</math></li> <li><math>\sqrt{4x+5} = x</math></li> <li><math>\sqrt{x-9} = \sqrt{1-x}</math></li> <li><math>x = \sqrt{14 - 2x + 3x^2}</math></li> <li><math>\sqrt{x^2 + 3x + 5} = 3</math></li> <li><math>\sqrt{3-2x} - \sqrt{1-x} = 1</math></li> <li><math>\sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7</math></li> <li><math>\sqrt{x} = x - 6</math></li> <li><math>\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x-8}</math></li> </ol>	<p>Решите иррациональные уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\sqrt{x-3} = 4</math></li> <li><math>\sqrt{x^2 - 7} = 3</math></li> <li><math>\sqrt{5x-6} = x</math></li> <li><math>\sqrt{x-5} = \sqrt{3-x}</math></li> <li><math>2x - 1 = \sqrt{x^2 + 5x + 1}</math></li> <li><math>\sqrt{4x^2 - 9x + 2} = 2</math></li> <li><math>\sqrt{12+x} - \sqrt{1-x} = 1</math></li> <li><math>\sqrt{5x} + \sqrt{14-x} = 8</math></li> <li><math>\sqrt{x} = x - 2</math></li> <li><math>\sqrt{x+7} + \sqrt{x+2} = \sqrt{3x+19}</math></li> </ol>

**Дополнительное задание:**

Найти область определения выражений:

- $\sqrt{x^2 - 9}$
- $\sqrt{x^2 - 8x + 12}$
- $\sqrt{x^2 - 10x + 9}$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

#### Тема 4.1. Начала математического анализа.

##### Последовательности.

**Устный опрос для проверки остаточных знаний:**

- Какую функцию называют непрерывной?
- Что называют точкой разрыва?
- Как определить непрерывность функции?
- Односторонние пределы?
- Классификация точек разрыва?
- Как определить точки разрыва 1 рода?
- Как определить точки разрыва 2 рода?
- Период тригонометрических функций?
- Наибольшее и наименьшее значения ?
- Обратные тригонометрические функции?
- Преобразование графиков тригонометрических функций?

**Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала:**

Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{3x-6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{7}{x} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{2x-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{12}{x} \right)^x.$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{15}{x} \right)^x.$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{4}{x} \right)^{2x}.$$

**Практическое занятие №22**  
**Вычисление членов числовой последовательности**

**Цель:**

*знать:*

- способы задания последовательностей;
- свойства числовых последовательностей;

*уметь:*

- вычислять члены последовательностей по общему члену;
- задавать формулой общий член последовательности.

**Выполнение практических заданий.**

<p><b>1 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{n}{n+1}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p> $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots$	<p><b>2 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{1 + (-1)^{n+1}}{n}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p> $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots$	<p><b>3 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{1}{(3n-1)(2n+1)}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p> $\frac{2}{4} - \frac{4}{9} + \frac{6}{16} - \frac{8}{25} + \dots$
<p><b>4 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{2n}{2n+1}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p> $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{1 \times 2 \times 3} + \frac{\sqrt[3]{3}}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots$	<p><b>5 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{(n+1)!}{2n}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p> $\frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots$	<p><b>6 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p> $\frac{2}{5} - \frac{3}{8} + \frac{4}{11} - \frac{5}{14} + \dots$
<p><b>7 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{2^n + 3}{2^{n+1}}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p>	<p><b>8 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = (-1)^{n+1} \times \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p>	<p><b>9 вариант</b></p> <p>1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену:</p> $u_n = \frac{3^{-n}}{(2n+1)^2}$ <p>2) Найдите <math>n</math>-й член последовательности по ее данным первым членам:</p>

$\frac{1}{9} - \frac{1 \times 2}{25} + \frac{1 \times 2 \times 3}{49} - \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{81} + \dots$	$\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{8}{9} + \frac{16}{16} + \dots$	$\frac{2}{2} + \frac{3}{4} - \frac{4}{8} + \frac{5}{16} - \dots$
--	---	--

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №23

#### Нахождение предела числовой последовательности

**Цель:**

*знать:*

- определение предела функции;
- свойства и правила вычисления пределов функции;

*уметь:*

- вычислять пределы функции в точке, на бесконечности.

Выполнение практических заданий.

Вычислите пределы:

<p><b>1 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 - 1}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}</math>.</p>	<p><b>2 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 8}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x+2} - 2}</math>.</p>	<p><b>3 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{3x^2 - 8x - 3}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x + x^3}{10x^3 + x^2 - 80}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - x}{3 - \sqrt{x+3}}</math>.</p>
<p><b>4 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{2(x^2 - 1)}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 11}{x^2 - 1 + 3x^3}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}</math>.</p>	<p><b>5 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 8x + 4}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 6}{-3x^3 + x^2 - 26}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 - 49}</math>.</p>	<p><b>6 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x^2}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{3x^2 - 13x + 4}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^4}{1 - x^2 - 8x^4}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{2 - \sqrt{x-1}}</math>.</p>
<p><b>7 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x^4 - 25}{x^2 - 5}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x - 6}{3x - x^2}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}</math>.</p>	<p><b>8 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{5x^2 - 16x + 3}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 - 5x + 4}{20x - 5}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}</math>.</p>	<p><b>9 вариант</b></p> <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}</math>;</p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}</math>;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 3}{3x^3 - 5}</math>;</p> <p>4) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}</math>.</p>

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

## Тема 4.2 Производная.

**Блиц – опрос для проверки остаточных знаний:**

1. Определение производной функции.
2. Производные основных элементарных функций.
3. Дифференцируемость функции.

**Работа по карточкам для проверки усвоения нового учебного материала:**

**Карточка №1**

$c$	$(\arccos x)$
$(\sqrt{x})$	$(\sin x)$
$(u - v)$	$(\lg x)$
$f(j(x))$	$(uv)$
$(a^x)$	$\frac{d}{dx} a^x =$

**Карточка №2**

$(kx + b)$	$(\arcsin x)$
$(cu)$	$(x^3)$
$(u - v)$	$(\lg x)$
$(\cos x)$	$(uv)$
$(tg x)$	$(x^a)$

**Карточка №3**

$(kx + b)$	$(\ln x)$
$(ctg x)$	$(x^3)$
$(u - v)$	$(u + v)$
$(\cos x)$	$(kx + b)$
$(a^x)$	$(cu)$

**Самостоятельная работа для проверки усвоения нового учебного материала**

Вариант 1

1. Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{3}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .

3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x - x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

## Вариант 3

1. Найти производную функции  $y = tg^5(3x^4 - 13)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^3 - e^{5x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

## Вариант 4

1. Найти производную функции  $y = ctg^4(5x^3 + 6)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 - 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

## Вариант 5

1. Найти производную функции  $y = \arcsin^3 7x^2$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^4 + \sin 2x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = tgx$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\rho}{4}$ ,  $x_0 = \frac{\rho}{3}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 2t^3 - 8$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

**Объекты оценивания: 31****Практическое занятие №24****Решение задач на физическое приложения производной, её механический и геометрический смысл. Составление уравнения касательной к графику функции.**

**Цели:** Научиться находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке; составлять уравнения касательных к графику функции по заданным условиям. Повторить, обобщить и систематизировать знания о физическом смысле первой и второй производной. Закрепить навыки нахождения производных. Способствовать выработке навыков в применении производной к решению задач. Развивать логическое мышление, память, внимание и самостоятельность.

**Выполнение практических заданий.****Найти необходимые величины.**

1.1 $S(t) = 2t^4 + 3t^2 - t + \sqrt{t^3}$ $v(t), a(t) - ?$	1.6 $S(t) = 12t^2 - (2/3)t^3$ $v(t), a(t) - ?$	1.11 $S(t) = 21t + 2t^2 - (1/3)t^3$ $v(t), a(t) - ?$
1.2 $S(t) = 5\sin(3t+1)$ , $v(t) - ?$	1.7 $S(t) = 6\cos(0,5t-4)$ , $v(t) - ?$	1.12 $S(t) = 0,5\sin(4t+2)$ , $v(t) - ?$
1.3 $x(t) = -4t^2 + 2t + 2$ ,	1.8 $x(t) = \sqrt{t+2t^2} - 3t + 2$ ,	1.13 $x(t) = (-1/3)t^3 + 2t^2 + 5t$ ,

$v(1)-?$	$v(25)-?$	$v(2)-?$
1.4 $x(t)=t^3-4t^2$ , $a(5)-?$	1.9 $x(t)=0,25t^4-2t^2$ , $a(1)-?$	1.14 $x(t)=t^5+3t^2-1$ , $a(2)-?$
1.5 $x(t)=(-1/6)t^3+3t^2-5$ , найми $t$ , когда $a(t)=0$	1.10 $x(t)=2t^3+t-1$ , найми $t$ , когда $a(t)=2$	1.15 $x(t)=(-1/3)t^3+2t^2+5t$ , найми $t$ , когда $v(t)=0$

**2. Решить задачу.**

2.1 Найти силу  $F$ , действующую на материальную точку с массой  $m$ , движущуюся прямолинейно по закону  $s(t) = 2t^3 - t^2$ , при  $t=2$ .

2.2 Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 + t + 1$ . Найти действующую на тело силу  $F$ , кинетическую энергию тела через 2с после начала движения.

2.3 Маховик, задерживаемый тормозом, за время  $t$  поворачивается на угол  $\varphi(t) = 4t - 0,3t^2$ . Найти угловую скорость  $\omega(t)$  вращения маховика в момент времени 2 с.

2.4 Точка движется по закону  $x(t) = \sqrt{t}$ . Найти её скорость в момент времени 4с.

2.5 Найти скорость тела, движущегося по закону  $s(t) = 3t + 5$ .

2.6 Тело движется прямолинейно по закону  $s(t) = 2t^2 - t + 4$ . Найти скорость тела в моменты времени  $t_1=0$ ,  $t_2=2$ ,  $t_3=5$  с.

2.7 Найти скорость движения точки в момент времени  $t=5$ с, если закон движения задан формулой  $s(t) = 3t^2 - 2t + 5$ .

2.8 Тело движется прямолинейно по закону  $s(t) = 1 - 2t + t^3$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=3$ с.

2.9 Найти скорость и ускорение движения тела в момент времени  $t=2$ с, если закон движения задан формулой  $s = 4t^2 - 3$ .

2.10 Когда скорость точки, движущейся прямолинейно по закону  $s(t) = t^2 - 4t + 5$ , равна 0?

2.11 Сила тока изменяется по закону  $I = 0,4t^2$ . Найти скорость изменения силы тока в конце 8-й секунды.

2.12 Изменение силы тока в зависимости от времени задано уравнением  $I = 2t^2 - 5t$ . Найти скорость изменения силы тока в конце 10-й секунды.

2.13 Количество теплоты  $Q$ , получаемое некоторым веществом при нагревании определяется по формуле  $Q = 10t + 0,5t^2$ . Найти теплоёмкость этого вещества при 20 К.

2.14 Закон изменения температуры  $T$  тела в зависимости от времени задан уравнением  $T = 0,3t^2$ . С какой скоростью нагревается это тело в момент времени 10 с.

2.15 Температура тела изменяется по закону  $T(t) = 0,5t^2 - 2t$ . С какой скоростью нагревается тело в момент времени  $t=6$ с.

**Самостоятельная работа.**

**Задание №1.** Составьте уравнение касательной к графику функции  $y=f(x)$  в точке  $x_0$ .

<b>1</b>	$y = x - 3x^2, x_0 = 2$	<b>11</b>	$y = 5x - x^2, x_0 = -2$
<b>2</b>	$y = 2x - x^2, x_0 = 1$	<b>12</b>	$y = 6 + 2x - x^3, x_0 = 1$
<b>3</b>	$y = 3x^3 - 4x + x^2, x_0 = -1$	<b>13</b>	$y = 3x^4 - 4 + 2x^2, x_0 = -1$
<b>4</b>	$y = x^2 - 2x - 1, x_0 = 3$	<b>14</b>	$y = 6x^2 - x + 5, x_0 = 3$
<b>5</b>	$y = -2x^2 + x, x_0 = -2$	<b>15</b>	$y = x^2 + 2x - 1, x_0 = -3$
<b>6</b>	$y = 7x - 5 - 2x^3, x_0 = 1$	<b>16</b>	$y = 7 - 5x^2 - 2x^3, x_0 = 1$
<b>7</b>	$y = 2x - 3x^2 + x^4, x_0 = -1$	<b>17</b>	$y = 2 + 3x^2 + x^4, x_0 = 1$
<b>8</b>	$y = \frac{1}{3}x^3 - 3, x_0 = 2$	<b>18</b>	$y = 5x^3 - 3x, x_0 = 2$
<b>9</b>	$y = 0,5x^2 - 5x, x_0 = -2$	<b>19</b>	$y = 0,5x^4 - 5x^2, x_0 = -1$
<b>10</b>	$y = \frac{1}{4}x^4 - 3x, x_0 = 1$	<b>20</b>	$y = \frac{1}{8}x^4 - 3, x_0 = 1$

**Задание №2.** Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

В точке $x_0$ .			
1	$y=x^3+4x^2-11, x_0=3$	11	$y=3-x-2\operatorname{tg}x, x_0=0$
2	$y=6x-\operatorname{tg}x, x_0=0$	12	$y=6x+4\sin x, x_0=\frac{\pi}{3}$
3	$y=3e^x+2,5x, x_0=0$	13	$y=9-3x^2-2x^3, x_0=-1$
4	$y=2x+7\ln x, x_0=14$	14	$y=5x+4x^2+3e^x, x_0=0$
5	$y=4\sqrt{x}-3x+1, x_0=1$	15	$y=6x-4\cos x, x_0=\frac{\pi}{6}$
6	$y=\frac{1}{3}x^3-7x+1, x_0=6$	16	$y=4x-3\ln x, x_0=6$
7	$y=2x+\operatorname{ctg}x, x_0=\frac{\pi}{2}$	17	$y=\frac{2}{3}x^3-7x^2, x_0=-2$
8	$y=3x-x^2, x_0=1$	18	$y=6\sin x-3x, x_0=0$
9	$y=4x^2-2e^x, x_0=0$	19	$y=2\sqrt{x}-3x^2, x_0=4$
10	$y=2-5x-\ln x, x_0=1$	20	$y=9x-4x^3, x_0=1$
<b>Задание №3.</b> Прямая параллельна касательной к графику функции $y=f(x)$ . Найдите абсциссу точки касания.			
1	$y=4x+8, y=x^2-5x+7$	11	$y=5x+3, y=x^2-7x+2$
2	$y=7x+11, y=x^2+8x+6$	12	$y=4-3x, y=2x^2-x-12$
3	$y=3x+5, y=x^2+7x-5$	13	$y=x+1, y=x^2-5x+3$
4	$y=-4x-11, y=x^2-5x+7$	14	$y=-5x+2, y=3x^2+7x+1$
5	$y=x+9, y=x^2+7x-5$	15	$y=2-5x, y=x^2-6x+2$
6	$y=-3x+5, y=2x^2-2x-1$	16	$y=-x+1, y=-x^2+4x$
7	$y=3x-2, y=-x^2-12x+5$	17	$y=5x, y=2x^2-8x-3$
8	$y=-x+5, y=x^2-7x-1$	18	$y=4-x, y=x^2+2$
9	$y=-6x-2, y=3x^2-12x+7$	19	$y=12x, y=3x^2-1$
10	$y=-3x-5, y=2x^2-2x-1$	20	$y=-3x-2, y=2x^2-11x+2$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №25 Нахождение производных различных функций

**Цель:**

*знать:*

- систему и определение производной, второй производной и производных высших порядков;
- табличные решения производных элементарных функций, в том числе обратных тригонометрических функций;
- правила вычисления производной сложной функции;

*уметь:*

- находить производную сложной функции;
- находить вторую производную и производную высших порядков.

**Выполнение практических заданий.**

Вычислите значение «сложной» производной в указанной точке:

1 вариант	2 вариант
1) $f(x) = \sin^2 x; f'(p/4);$	1) $f(x) = \cos^2 x; f'(p/4);$
2) $f(x) = \ln \cos x; f'(p/3);$	2) $f(x) = \ln \sin x; f'(p/6);$
3) $f(x) = \sin 2x - \cos^2 x; f'(0);$	3) $f(x) = \sin^2 x + \cos 2x; f'(0);$

4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 5) $f(x) = e^{\sin x}$ ; $f \in \mathbb{R}/0$ ).	4) $f(x) = \ln \operatorname{ctg} x$ ; $f \in \mathbb{R}-p/4$ ); 5) $f(x) = e^{\cos 2x}$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ).
<b>3 вариант</b> 1) $f(x) = \ln \sin^2 x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 2) $f(x) = \cos^2 x^2$ ; $f \in \sqrt{\mathbb{R}}/2$ ); 3) $f(x) = 2 \sin^2 x \cos x$ ; $f \in \mathbb{R}/2$ ); 4) $f(x) = \operatorname{tg}^2 3x$ ; $f \in \mathbb{R}/0$ ); 5) $f(x) = e^{\sin 2x} - 3e^{\cos 2x}$ ; $f \in \mathbb{R}/0$ ).	<b>4 вариант</b> 1) $f(x) = -2 \sin^2 x$ ; $f \in \mathbb{R}-p/4$ ); 2) $f(x) = \ln \cos x$ ; $f \in \mathbb{R}/3$ ); 3) $f(x) = 2 \sin 2x + 3 \cos 3x$ ; $f \in \mathbb{R}/0$ ); 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 5) $f(x) = e^{-2 \sin x}$ ; $f \in \mathbb{R}/0$ ).
<b>5 вариант</b> 1) $f(x) = \ln \cos^2 2x$ ; $f \in \mathbb{R}/8$ ); 2) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 3) $f(x) = \ln \sqrt{\cos 2x}$ ; $f \in \mathbb{R}/8$ ); 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} 2x$ ; $f \in \mathbb{R}/8$ ); 5) $f(x) = e^{\cos 2x} - 2e^{\sin 2x}$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ).	<b>6 вариант</b> 1) $f(x) = \ln \operatorname{tg}^2 2x$ ; $f \in \mathbb{R}/24$ ); 2) $f(x) = \cos^3 x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 3) $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 4) $f(x) = e^{-\sin x} - e^{-\cos x}$ ; $f \in \mathbb{R}/2$ ); 5) $f(x) = \ln \sqrt{\sin x}$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ).
<b>7 вариант</b> 1) $f(x) = \ln \cos^2 4x$ ; $f \in \mathbb{R}/16$ ); 2) $f(x) = 4 \cos^2 x$ ; $f \in \mathbb{R}/4$ ); 3) $f(x) = 4 \sin^5 2x$ ; $f \in \mathbb{R}/8$ ); 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} 3x$ ; $f \in \mathbb{R}/12$ ); 5) $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$ ; $f \in \mathbb{R}/2$ ).	<b>8 вариант</b> 1) $f(x) = \ln \sqrt{\sin x}$ ; $f \in \mathbb{R}/8$ ); 2) $f(x) = \cos^4 3x$ ; $f \in \mathbb{R}/6$ ); 3) $f(x) = \ln \sqrt{\operatorname{tg} 3x}$ ; $f \in \mathbb{R}/12$ ); 4) $f(x) = \arcsin 4x + e^{3x}$ ; $f \in \mathbb{R}/0$ ); 5) $f(x) = 5 \arccos \sqrt{x}$ ; $f \in \mathbb{R}/1/2$ ).
<b>9 вариант</b> 1) $f(x) = \ln \sqrt{\cos 2x}$ ; $f \in \mathbb{R}-p/8$ ); 3) $f(x) = \ln \sqrt{\operatorname{ctg} 3x}$ ; $f \in \mathbb{R}-p/12$ ); 5) $f(x) = 5 \arccos \sqrt{1-x}$ ; $f \in \mathbb{R}/1/2$ ).	2) $f(x) = \sin^4 6x$ ; $f \in \mathbb{R}/3$ ); 4) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ ; $f \in \mathbb{R}/1/4$ );

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №26

**Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.**

**Цель:**

*знать:*

- определение точек максимума (минимума) функции;
- зависимость поведения функции от знака первой производной;

*уметь:*

- применять первую производную для нахождения промежутков монотонности функции;
- находить наименьшее, наибольшее значение функции на отрезке.

**Выполнение практических заданий.**

Найдите наименьшее и наибольшее значения функций в заданных промежутках:

- 1)  $y = -6x + x^2 + 13$  на промежутке  $[0; 6]$ ;
- 2)  $y = 8 - 0,5x^2$  на промежутке  $[-2; 2]$ ;
- 3)  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$  на промежутке  $[1; 3]$ ;

- 4)  $y = 6x^2 - x^3$  на промежутке  $[-1; 6]$ ;  
 5)  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$  на промежутке  $[-4; 4]$ ;  
 6)  $y = -24x + 9x^2 - x^3 + 10$  на промежутке  $[0; 3]$ ;  
 7)  $y = x - 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$  на промежутке  $[-4; -1]$ ;  
 8)  $y = \frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{3}x^3$  на промежутке  $[-3; 1]$ ;  
 9)  $y = -3x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$  на промежутке  $[-5; 0]$ .

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №27

#### Построение графиков функций с помощью производной.

**Цель:**

*знать:* общую схему построения графиков функций;

*уметь:* исследовать функцию с помощью первой, второй производной; строить графики функций.

**Выполнение практических заданий.**

Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

<b>1 вариант</b> $y = -x^4 + 8x^2 + 9.$	<b>2 вариант</b> $y = x^3 - 3x.$	<b>3 вариант</b> $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8.$
<b>4 вариант</b> $y = x^4 - 5x^2 + 4.$	<b>5 вариант</b> $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3.$	<b>6 вариант</b> $y = x^3 - 12x + 4.$
<b>7 вариант</b> $y = -x^3 + x.$	<b>8 вариант</b> $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2.$	<b>9 вариант</b> $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2.$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Тема 4.3 Первообразная и интеграл.

**Работа с карточками для проверки усвоения нового учебного материала:**

**Карточка №1**

**I. Закончите предложения:**

1. Функцию, восстанавливаемую по заданной ее производной или дифференциалу, называют ...

2. **Теорема.** Если  $F(x)$  является первообразной функции  $f(x)$  на некотором промежутке, то множество всех первообразных этой функции имеет вид...

**II. Согласны ли вы с данными утверждениями:**

1. Функция  $F(x) = x^2$  есть первообразная функции  $f(x) = 2$  на интервале  $(-\infty; +\infty)$ , поскольку

для всех  $x \in \mathbb{R}$  имеет место равенство  $F'(x) = (x^2)' = 2$ .

2. Обратная операция – отыскание первообразной – однозначна.

**III. Заполните таблицу**

Свойства неопределенного интеграла	№	Формула
	1	$(\int f(x) dx)' = f(x)$

Постоянный множитель подынтегрального выражения можно вынести за знак интеграла	2	
	3	$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению	4	
Неопределенный интеграл от дифференциала (производной) некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной $C$	5	

**Карточка №2****I. Закончите предложения:**

1. Дифференцируемая функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на заданном промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка справедливо равенство.....
2. Чтобы проверить, правильно ли найден неопределенный интеграл, необходимо продифференцировать полученную функцию, если при этом получается ....., то интеграл найден верно.

**II. Согласны ли вы с данными утверждениями:**

1. Дифференцирование функции – однозначная операция, т.е. если функция имеет производную, то только одну.
2. Геометрически выражение  $F(x) + C$  представляет собой семейство кривых, получаемых из любой из них параллельным переносом вдоль оси  $Ox$ .

**III. Заполните таблицу**

Свойства неопределенного интеграла	№	Формула
Производная неопределенного интеграла равна подынтегральной функции	1	
	2	$\int mf(x)dx = m \int f(x)dx$
Интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций	3	
	4	$d \int f(x)dx = f(x)dx$
Неопределенный интеграл от дифференциала (производной) некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной $C$	5	

**Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала:**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-10).

1.  $\int e^{5x} \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} dx$ .
2.  $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx$ .
3.  $\int (6^x \times 3^{2x} - 4) dx$ .
4.  $\int \frac{1}{e^{\cos^2 x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .
5.  $\int \frac{dx}{1+16x^2}$ .
6.  $\int e^{6x} \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} dx$ .
7.  $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx$ .
8.  $\int (7^x \times 2^{2x} + 5) dx$ .
9.  $\int \frac{1}{e^{1+x^2}} + \frac{1}{\sin^2 x} dx$ .
10.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ .

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 11-8).

11.  $\int (8x - 4)^3 dx$ .
12.  $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx$ .
13.  $\int x^5 \times e^{x^6} dx$ .
14.  $\int (7x + 5)^4 dx$ .
15.  $\int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx$ .
16.  $\int x^7 \times e^{x^8} dx$ .

Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:

$$\int (x + 5) \cos x dx$$

$$\int (x - 2) \sin x dx$$

**Решение задач по вариантам для проверки усвоения нового учебного материала:**

Вариант №1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

17.  $\int e^{5x} \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} dx$ .
18.  $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx$ .
19.  $\int (6^x \times 3^{2x} - 4) dx$ .
20.  $\int \frac{1}{e^{\cos^2 x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

$$21. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$22. \int (8x - 4)^3 dx.$$

$$23. \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$$

$$24. \int x^5 \times e^{x^6} dx.$$

25. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x + 5) \cos x dx$ .

Вариант №2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \times 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x + 5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \times e^{x^8} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x - 2) \sin x dx$ .

**Объекты оценивания: 31**

**Практическое занятие №28**  
**Вычисление неопределенного интеграла**

**Цель:**

*знать:* таблицу значений неопределенных интегралов;

- суть метода замены переменной в неопределенном интеграле;
- суть метода интегрирования по частям;

*уметь:* вычислять неопределенные интегралы методом замены переменной и методом интегрирования по частям.

**Алгоритм интегрирования способом подстановки:**

Например в интеграле  $\int (1+x^2)^5 \cdot x dx$  необходимо произвести замену переменной.

Обозначим  $1+x^2 = t$ . Найдем дифференциал обеих частей равенства:  
 $d(1+x^2) = dt, (1+x^2)' dx = dt; 2x dx = dt.$

Дифференциал данного в интеграле переменного значения необходимо выразить через дифференциал введенной нами переменной.

Имеем:  $x dx = \frac{dt}{2}$  (таким образом вторую часть подынтегрального выражения выразили через dt).

Замену подставляем в интеграл, и под знаком интеграла получаем выражение, зависящее только от введенной новой переменной t. Если замена проведена правильно, то полученный интеграл должен быть табличным. Таким образом,

получаем:  $\int (1+x^2)^5 \cdot x dx = \int t^5 \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^5 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^6}{6} + C = \frac{t^6}{12} + C$  .      ответ  
 выражен через вспомогательную переменную t.

Чтобы получить окончательный ответ, сделаем обратную замену  $t = 1+x^2$  :

$$\int (1+x^2)^5 \cdot x dx = \frac{t^6}{12} + C = \frac{1}{12} (1+x^2)^6 + C.$$

Подстановка должна выбираться так: если одна часть подынтегрального выражения обозначается за t, то другая должна соответствовать dt с каким-нибудь коэффициентом. В нашем примере  $\int (1+x^2)^5 \cdot x dx$

$$\frac{1}{t^2} dt$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

**Пример 1:**  $\int (2+x)^2 dx$ . Произведем замену переменной:  $2+x=t, dx=dt$ .

$$\int (2+x)^2 dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{(2+x)^3}{3} + C.$$

**Пример 2.**  $\int (5+x^2)^4 \cdot x dx$ . Произведем замену:  $5+x^2 = t;$

$$2x dx = dt; x dx = \frac{dt}{2}.$$

$$\int (5+x^2)^4 \cdot x dx = \int t^4 \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^4 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^5}{5} + C = \frac{t^5}{10} + C = \frac{1}{10} (5+x^2)^5 + C.$$

**Выполнение практических заданий.**

Вычислите следующие интегралы методом замены переменной:

<b>1 вариант</b> 1) $\int (x^2 + 3)^5 x dx$ ; 2) $\int \frac{x}{x^2 - 1} dx$ ; 3) $\int \cos^3 x dx$ ; 4) $\int \frac{\sin 3x dx}{2 + \cos 3x}$ .	<b>2 вариант</b> 1) $\int 4(x^4 - 1)^2 x^3 dx$ ; 2) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ ; 3) $\int \frac{dx}{(4 - 3x)^2}$ ; 4) $\int \sqrt[3]{(3x+1)^2} dx$ .	<b>3 вариант</b> 1) $\int \frac{6x^2 dx}{(1 - 2x^3)^4}$ ; 2) $\int \frac{xdx}{4x^2 + 1}$ ; 3) $\int (7 - 2x)^3 dx$ ; 4) $\int \frac{3}{x+5} dx$ .
<b>4 вариант</b> 1) $\int \frac{dx}{(5x+1)^3}$ ; 2) $\int \frac{3}{12 - x} dx$ ; 3) $\int (5t - 1)^4 dt$ ; 4) $\int \sqrt[3]{(-4x+1)^5} dx$ .	<b>5 вариант</b> 1) $\int \frac{\sin 2x dx}{1 - \cos 2x}$ ; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}}$ ; 3) $\int (2x^3 - 3)^2 x^2 dx$ ; 4) $\int \frac{x^3 dx}{(5x^4 + 3)^5}$ .	<b>6 вариант</b> 1) $\int (x^3 + 1)x^2 dx$ ; 2) $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$ ; 3) $\int \frac{xdx}{(5x^2 + 1)^3}$ ; 4) $\int \frac{10}{1 - 4x} dx$ .
<b>7 вариант</b> 1) $\int g x dx$ ; 2) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^3}}$ ; 3) $\int 3x^2 \sqrt{2x^3 - 1} dx$ ; 4) $\int 2x \sqrt{(1 - 3x^2)^3} dx$ .	<b>8 вариант</b> 1) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx$ ; 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 - \sin x}}$ ; 3) $\int (x^4 - 2)^2 x^3 dx$ ; 4) $\int \frac{\sin x}{e^{5x}} dx$ .	<b>9 вариант</b> 1) $\int \sin 3x dx$ ; 2) $\int x \sqrt{1 - x^2} dx$ ; 3) $\int \frac{12x dx}{(5x^3 + 1)^2}$ ; 4) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + 3 \sin x}}$ .

Вычислите следующие интегралы методом интегрирования по частям:

<b>1 вариант</b> 1) $\int x \cos x dx$ ; 2) $\int x e^x dx$ ; 3) $\int e^{2x} \cos x dx$ .	<b>2 вариант</b> 1) $\int (1 - x) \sin x dx$ ; 2) $\int \operatorname{arctg} x dx$ ; 3) $\int e^x \cos(x - 3) dx$ .	<b>3 вариант</b> 1) $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$ ; 2) $\int x \cos 3x dx$ ; 3) $\int 2x e^x dx$ .
<b>4 вариант</b> 1) $\int n^2 x dx$ ; 2) $\int x \sin x dx$ ; 3) $\int e^{3x} \sin(2x - \frac{\rho}{4}) dx$ .	<b>5 вариант</b> 1) $\int n x dx$ ; 2) $\int x \cos(5x - 7) dx$ ; 3) $\int e^x \cos x dx$ .	<b>6 вариант</b> 1) $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$ ; 2) $\int x e^{-2x} dx$ ; 3) $\int \operatorname{arccos}^2 x dx$ .
<b>7 вариант</b> 1) $\int e^{3x} \sin 2x dx$ ; 2) $\int (3x - 4) \ln x dx$ ; 3) $\int \operatorname{arccos} x dx$ .	<b>8 вариант</b> 1) $\int x 2^x dx$ ; 2) $\int (x - 5) \sin 2x dx$ ; 3) $\int \operatorname{arcsin} x dx$ .	<b>9 вариант</b> 1) $\int \operatorname{arctg} x dx$ ; 2) $\int x^2 e^{-x} dx$ ; 3) $\int x^2 \sin x dx$ .

Задание выполнить в тетради для практических работ.

Объекты оценивания: У1

## Практическое занятие №29

## Вычисление интеграла с применением Теоремы Ньютона-Лейбница

## Цель:

знать:

- формулу Ньютона-Лейбница;
- суть методов вычисления определенных интегралов;

уметь:

- вычислять определенные интегралы методами: замены переменной, по частям.

**Письменный опрос для проверки остаточных знаний к теме 4.3.****1. Математический диктант. Содержание задания к диктанту:**

- 1) Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
- 2) Верно ли:
  - a) Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме их определенных интегралов;
  - b) Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла;
  - c) При перестановке пределов интегрирования, знак интеграла сохраняется.

Вычислите:

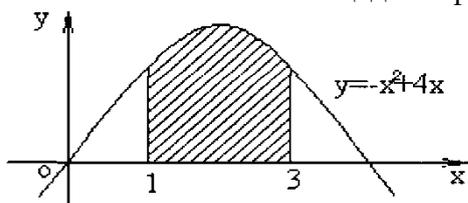
3)  $\int_1^2 4x^3 dx = 15$

4)  $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln 2$

5)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 1$

**2. Повторение вопросов теории:**

- 1) Как называется функция  $F(x)$  для функции  $f(x)$ ?
- 2) Неопределенный интеграл – это...
- 3) Каким действием можно проверить результат интегрирования?
- 4) Назовите основные методы интегрирования.
- 5) Криволинейная трапеция – это...
- 6) Как называется приращение первообразных функций  $F(b) - F(a)$  при изменении аргумента  $x$  от  $x=a$  до  $x=b$ ?
- 7) В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
- 8) Как вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями на рисунке?

**3. Алгоритм:**

- 1) Определяем границы плоской фигуры
- 2) Если границы не указаны, то находим их, решая уравнение  $f(x) = 0$  или  $f(x) = g(x)$
- 3) Строим график функции / функций /
- 4) Запишем формулу Ньютона-Лейбница.
- 5) Находим первообразную функции.
- 6) Вычисляем значение по формуле.

**Выполнение практических заданий.**

Вычислите следующие интегралы:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
1) Методом замены переменной: $\int_{-1}^2 (x^2 + 3)^5 dx$ .	1) Методом замены переменной: $\int_{-2}^3 4(x^4 - 1)^2 x^3 dx$ .	1) Методом замены переменной: $\int_{-1}^0 \frac{6x^2 dx}{(1 - 2x^3)^4}$ .
2) Методом интегрирования по частям:	2) Методом	2) Методом интегрирования по частям:

$\int_0^{p/2} x \cos x dx$	интегрирования по частям: $\int_{p/3}^{p/2} (1-x) \sin x dx$	$\int_1^e \frac{\ln x dx}{x^3}$
<b>4 вариант</b> 1) Методом замены переменной: $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(5x+1)^3}$ 2) Методом интегрирования по частям: $\int_1^e \ln^2 x dx$	<b>5 вариант</b> 1) Методом замены переменной: $\int_3^4 \frac{x}{x^2-1} dx$ 2) Методом интегрирования по частям: $\int_e^4 \ln x dx$	<b>6 вариант</b> 1) Методом замены переменной: $\int_1^3 (x^3+1)x^2 dx$ 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^1 x e^{-x} dx$
<b>7 вариант</b> 1) Методом замены переменной: $\int_{-2}^0 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$ 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^1 \arccos x dx$	<b>8 вариант</b> 1) Методом замены переменной: $\int_0^3 x^2 \sqrt{x^3+5} dx$ 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^1 \arcsin x dx$	<b>9 вариант</b> 1) Методом замены переменной: $\int_1^3 x \sqrt{10-x^2} dx$ 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^{p/2} x^2 \sin x dx$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У1**

### Практическое занятие №30

#### Вычисление физических величин и площадей с применением интеграла

**Цель:** Повторить знания о первообразной. Закрепить навыки нахождения табличных интегралов, площадей криволинейных трапеций с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Проверить уровень сформированности навыка нахождения первообразных. Способствовать выработке вычислительных навыков.

**Выполнение практических заданий.**

<b>1 вариант</b> Скорость движения точки изменяется по закону $V = (-3t^2 + 12t) \text{ м/с}$ . Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.	<b>2 вариант</b> Под действием силы $80 \text{ Н}$ пружина растягивается на $0,02 \text{ м}$ . Первоначальная длина пружины равна $0,15 \text{ м}$ . Какую работу надо совершить, чтобы растянуть её до $0,2 \text{ м}$ ?	<b>3 вариант</b> Пружина в спокойном состоянии имеет длину $0,2 \text{ м}$ . Сила в $50 \text{ Н}$ растягивает пружину на $0,01 \text{ м}$ . Какую работу надо совершить, чтобы растянуть её от $0,22$ до $0,32 \text{ м}$ ?
<b>4 вариант</b> При сжатии пружины на $0,05 \text{ м}$ затрачивается работа $25 \text{ Дж}$ . Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на $0,1 \text{ м}$ ?	<b>5 вариант</b> Скорость движения точки $V = (6t^2 + 4) \text{ м/с}$ . Найти путь, пройденный точкой за $5 \text{ с}$ от начала движения.	<b>6 вариант</b> Скорость движения точки $V = (-3t^2 + 18t) \text{ м/с}$ . Найти путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки.

<b>7 вариант</b> Скорость движения точки $V=(8t^2+2t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.	<b>8 вариант</b> Пружина растягивается на 0,02м под действием силы 60Н. Какую работу производит эта сила, растягивая пружину на 0,12м?	<b>9 вариант</b> Скорость движения точки изменяется по закону $V=(9t^2-8t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
--	---	---

**1. Вычислить определённый интеграл.**

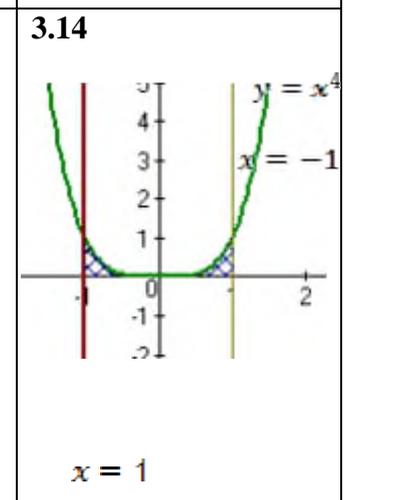
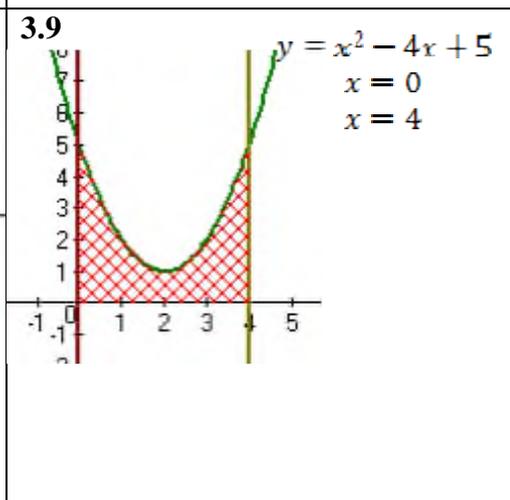
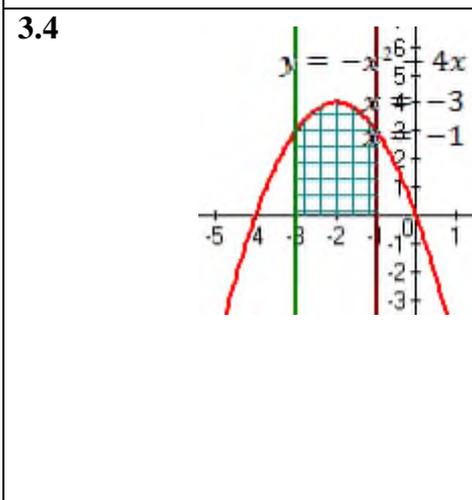
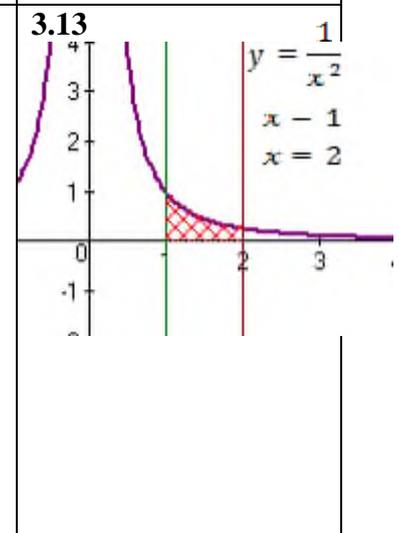
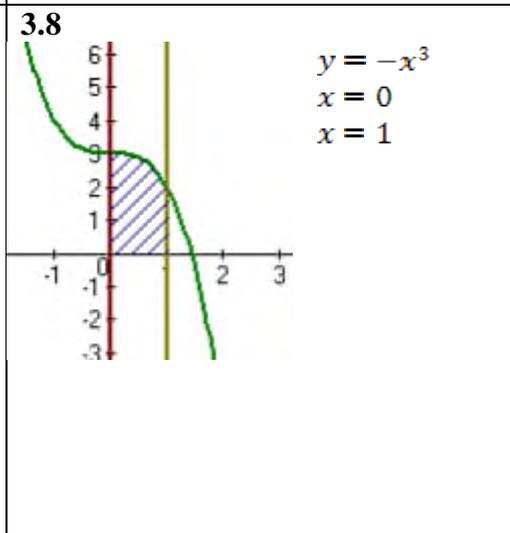
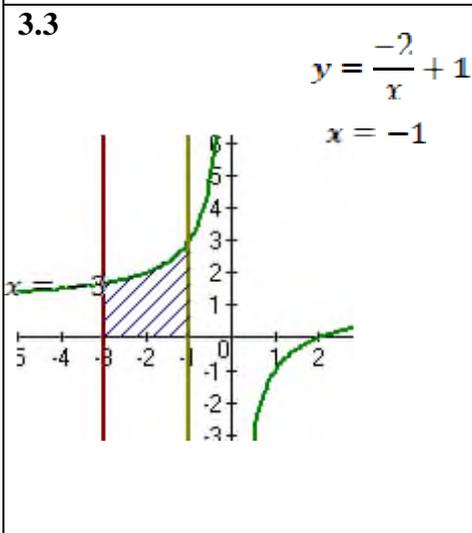
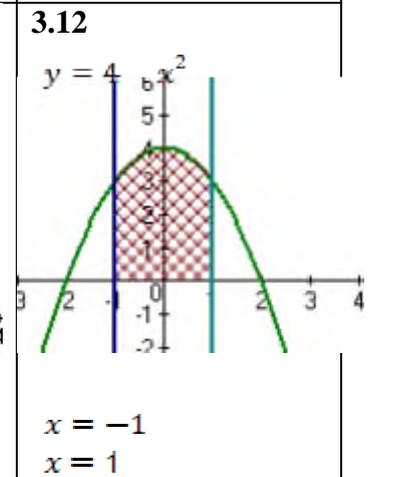
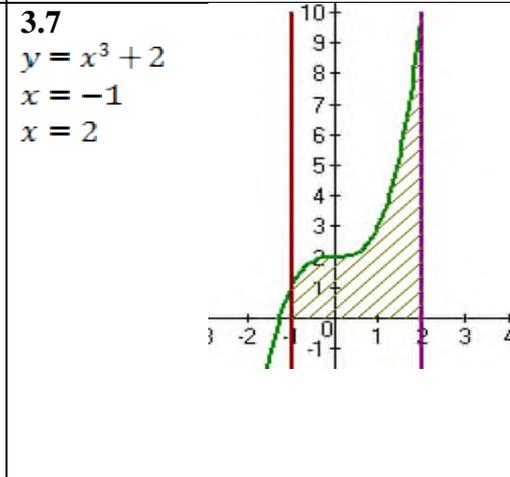
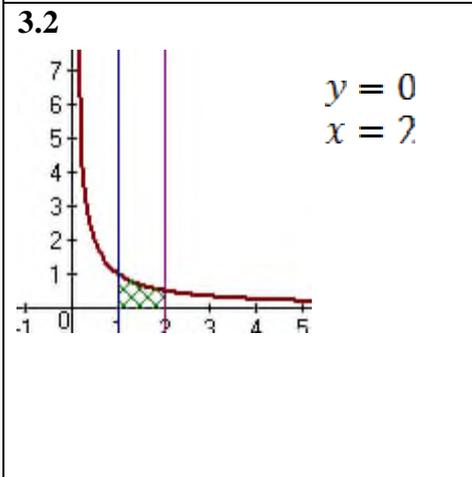
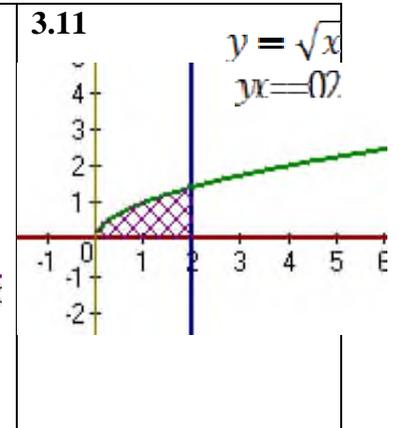
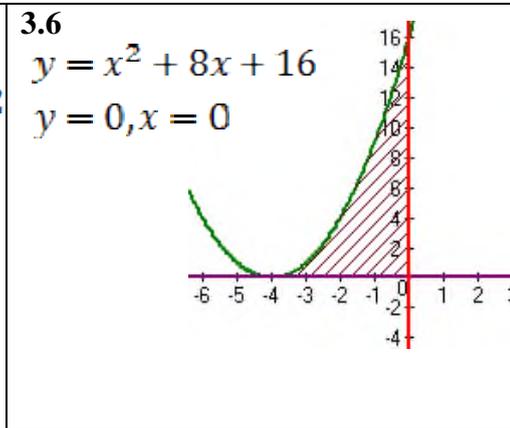
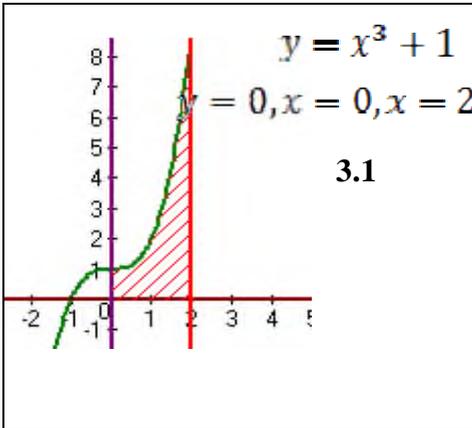
<b>1.1</b> $\int_{-1}^2 25x^4 dx$	<b>1.6</b> $\int_{-1}^2 8x^3 dx$	<b>1.11</b> $\int_{-1}^2 64x^7 dx$
<b>1.2</b> $\int_0^1 (2x^2 + x - 1) dx$	<b>1.7</b> $\int_0^2 (x^3 - 1) dx$	<b>1.12</b> $\int_0^4 (3 + x^3) dx$
<b>1.3</b> $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos x dx$	<b>1.8</b> $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$	<b>1.13</b> $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$
<b>1.4</b> $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$	<b>1.9</b> $\int_0^4 \frac{dx}{16 + x^2}$	<b>1.14</b> $\int_1^2 \frac{2dx}{x}$
<b>1.5</b> $\int_1^2 \frac{dx}{(2x+1)^2}$	<b>1.10</b> $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx$	<b>1.15</b> $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$

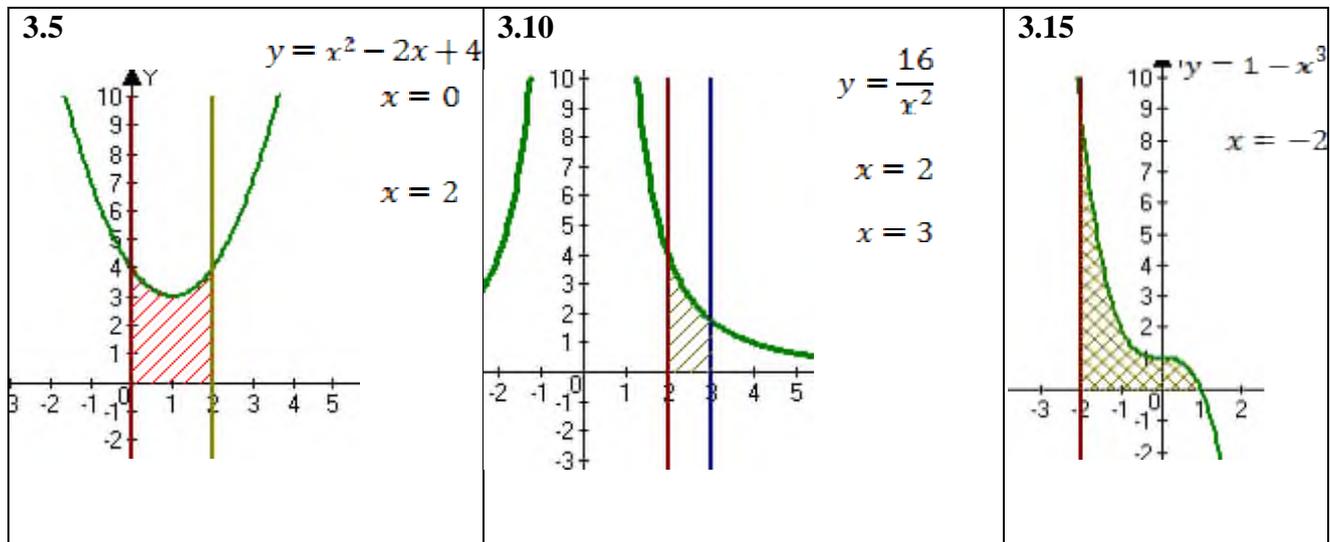
**2. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной заданными линиями. Результат округлить до  $10^{-2}$ .**

**3.**

<b>2.1</b> $y = x^2 - 4x + 3$ $x = 0 \quad y = 0$	<b>2.6</b> $y = x^2 - 4x + 3$ $x = 0 \quad y = 0$	<b>2.11</b> $y = x^2 + 5x + 6$ $x = 0 \quad y = 0$
<b>2.2</b> $y = x^2 - 4x + 3$ $x = -1 \quad y = 0$	<b>2.7</b> $y = x^2 + 5x + 6$ $x = -4 \quad y = 0$	<b>2.12</b> $y = x^2 - 6x + 8$ $x = 0 \quad y = 0$
<b>2.3</b> $y = x^2 - 6x + 8$ $x = 1 \quad y = 0$	<b>2.8</b> $y = 2x^2 + 4x + 7$ $x = -1 \quad x = 0$	<b>2.13</b> $y = -2x^2 + 4$ $x = -1 \quad x = 1$
<b>2.4</b> $y = 2x^2 + 4x + 7$ $x = -2 \quad x = -1$	<b>2.9</b> $y = 2\sqrt{x}$ $x = 1 \quad x = 4$	<b>2.14</b> $y = x^4$ $x = 0 \quad x = 1$
<b>2.5</b> $y = \frac{4}{x}$ $x = 2 \quad x = 3$	<b>2.10</b> $y = 2x + 3$ $x = 2 \quad x = 3$	<b>2.15</b> $y = -4x + 1$ $x = -2 \quad x = 0$

**4. Найти площадь криволинейной трапеции, изображённой на рисунке.**





5. Построить площадь криволинейной трапеции и вычислить её площадь, используя соответствующие формулы.

4.1	$y = x^2 - 4x + 4$ $y = 4 - x^2$	4.2	$y = x^2 - 2x + 2$ $y = 2 + 6x - x^2$	4.3	$y = x^2$ $y = x^3$
4.4	$y = x^2$ $y = 2x - x^2$	4.5	$y = x^2$ $y = 2x$	4.6	$y = 6 - 2x$ $y = 6 + x - x^2$

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

Объекты оценивания: У1

### Тема 5.1 Элементы комбинаторики

*Устный опрос для проверки усвоения нового учебного материала:*

1. Перестановки, размещения, сочетания.
2. Определение вероятности, события.
3. Зависимые, независимые события.
4. Совместные, несовместные события.
5. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Условная вероятность.
6. Генеральная совокупность, выборка?
7. Выборочное среднее, размах вариации?
8. Вариационный ряд, полигон частот?
9. Интервальный ряд, гистограмма?

*Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала:*

1. Пароль состоит из 4 букв: м, н, к, л. Каждая буква встречается ровно один раз. Найти максимальное количество возможных паролей.
2. Пароль состоит из 3 букв слова «код». Каждая буква может встречаться ровно один раз. Тогда максимальное количество возможных паролей равно ...
3. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3 человек. Сколько таких бригад можно составить из 7 человек?
4. Необходимо выбрать физорга, старосту и профорга из 23 учащихся. Сколькими способами можно это сделать?

5. Необходимо выбрать физорга, старосту и профорга из 29 учащихся. Сколькими способами можно это сделать?
6. Сколькими способами можно в группе из 30 человек направить пять студентов для участия в олимпиаде?
7. В чемпионате по футболу участвовало 7 команд. Каждая команда сыграла по одной игре с каждой командой. Сколько всего было игр?
8. В классе 27 учеников. К доске нужно вызвать двоих. Сколькими способами это можно сделать, если первый ученик должен решить задачу по алгебре, а второй- по геометрии?
9. В классе 27 учеников. К доске нужно вызвать двоих. Сколькими способами это можно сделать, если они должны быстро стереть с доски?
10. В классе 27 учеников, из них нужно выбрать троих. Сколькими способами это можно сделать, если первый ученик должен пойти за мелом, второй - решать задачу, а третий пойти дежурить в столовую?
11. Шесть студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
12. Восемь студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
13. Десять студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
14. Девять студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
15. Двенадцать студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
16. Три студента обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
17. Четырнадцать студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
18. Из набора, состоящего из 15 красок, надо выбрать 3 краски для окрашивания шкатулки. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
19. В магазине продаётся 8 различных наборов марок, посвящённых спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
20. На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?
21. Пин-код пластиковой карты состоит из 5 цифр: 1, 2, 3, 4, 5. Если бы каждая цифра встречалась ровно один раз, то максимальное количество карт с такими кодами было бы равно ...
22. Учащиеся 2 класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?
23. В классе 27 учеников, из них нужно выбрать троих. Сколькими способами это можно сделать, если им следует спеть хором?

**Объекты оценивания: 33**

### Практическое занятие №31

#### Решение задач на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний

#### Цель:

##### знать:

- определение соединений, их видов;
- определение вероятности;
- теоремы сложения, умножения вероятностей;

##### уметь:

- по условию задачи различать виды соединений;
- вычислять разные виды соединений;
- вычислять вероятность событий.

#### Выполнение практических заданий.

Решить следующие задачи, используя определение сочетаний, их видов:

<p><b>1 вариант</b></p> <p>1) Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 8, 9 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?</p> <p>2) Из 6 открыток надо выбрать 3. Сколькими способами это можно сделать?</p> <p>3) Решите уравнение: <math>A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4</math>.</p>	<p><b>2 вариант</b></p> <p>1) Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг круглого стола?</p> <p>2) Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал семи различных цветов?</p> <p>3) Решите уравнение: <math>30x = A_x^3</math>.</p>
<p><b>3 вариант</b></p> <p>1) Из 10 кандидатов нужно выбрать 3 человека на конференцию. Сколькими различными способами это можно сделать?</p> <p>2) Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?</p> <p>3) Решите уравнение: <math>30A_{x-2}^4 = A_x^5</math>.</p>	<p><b>4 вариант</b></p> <p>1) Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3 человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?</p> <p>2) На собрании должны выступить 5 человек (А, Б, В, Г, Д). Сколькими способами их можно разместить в списке выступающих, если А должен выступать первым?</p> <p>3) Решите уравнение: <math>20A_{x-2}^3 = A_x^5</math>.</p>
<p><b>5 вариант</b></p> <p>1) Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?</p> <p>2) Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «журнал»?</p> <p>3) Решите уравнение: <math>\frac{x}{A_x^3} = \frac{1}{12}</math>.</p>	<p><b>6 вариант</b></p> <p>1) Сколькими способами можно составить список из 6 человек?</p> <p>2) Сколькими способами собрание, состоящее из 18 человек, может из своего состава выбрать председателя собрания и секретаря?</p> <p>3) Решите уравнение: <math>4C_{x+2}^{x-1} = A_x^3</math>.</p>
<p><b>7 вариант</b></p> <p>1) Среди перестановок из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сколько таких, которые не начинаются цифрами 3 или 5?</p> <p>2) Из города А в город В ведут 6 дорог, а из города В в город С – 3 дороги. Сколькими способами можно попасть из города А в город С?</p>	<p><b>8 вариант</b></p> <p>1) В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий сыграно в этом турнире?</p> <p>2) Имеется 8 пар перчаток различных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на левую руку и одну перчатку на правую руку так,</p>

3) Решите систему: $\begin{cases} A_x^y = 9A_x^{y-1} \\ 2C_x^y = 3C_x^{y-1} \end{cases}$	чтобы эти перчатки были разных размеров? 3) Решите систему: $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 153 \end{cases}$
<b>9 вариант</b> 1) Группа учащихся изучает семь учебных дисциплин. сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот учебный день должно быть четыре различных урока? 2) Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз? 3) Вычислить: $\frac{A_{19}^5 + A_{20}^6}{A_{18}^4}$	

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

**Объекты оценивания: УЗ**

### Практическое занятие №32

#### Решение задач на перебор вариантов

**Цель:** Освоить механизм решения простейших комбинаторных задач; развивать логическое мышление, память, внимание и самостоятельность.

**Выполнение практических заданий.**

#### 1. Вычислить.

1.1 $\frac{5! - 3!}{4!}$	2.1 $\frac{p_6 - p_2}{4!}$	3.1 $C_8^3 + 3!$
1.2 $\frac{4!}{3! + 6!}$	2.2 $\frac{A_{12}^5}{4!}$	3.2 $C_7^2 \cdot 5! + A_4^2$
1.3 $\frac{5! \cdot 3!}{6!}$	2.3 $A_{12}^5 \cdot p_5$	3.3 $6! - C_{10}^8$

#### 2. Решить задачу.

2.1 Сколько трехбуквенных слов можно образовать из букв слова «АРБУЗ»?

2.2 Сколько различных слов, даже бессмысленных можно образовать, представляя буквы «АРБУЗ»?

2.3 Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 2;4;6;7;9?

2.4 Сколько трехбуквенных слов можно образовать из букв слова «ПЕРСИК» ?

2.5 Сколько различных слов, даже бессмысленных, можно образовать представляя буквы «ПЕРСИК» ?

2.6 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2;3;4;5;6?

2.7 В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

2.8 В хоровом кружке занимаются 9 человек. Необходимо выбрать двух солистов. Сколькими способами это можно сделать?

2.9 В спортивной команде 9 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

2.10 Сколько существует вариантов рассаживания вокруг стола 6 гостей на 6 стульях?

2.11 Сколькими способами 10 футбольных команд могут разыграть между собой золотые, бронзовые и серебряные медали?

**2.12** В магазине продаются блокноты 7 разных видов и ручки 4 разных видов. Сколькими разными способами можно выбрать покупку из одного блокнота и одной ручки?

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: УЗ**

### Практическое занятие №33

#### Решение задач с применением формулы Ньютона

**Цель:** иметь представление о биномиальной формуле Ньютона; принципе построения треугольника Паскаля; знать основные приемы разложения на биномиальные коэффициенты; уметь применять формулу бинома для решения практических заданий; возводить в любую степень двучлен.

**Выполнение практических заданий по вариантам:**

#### 1 вариант

1. Найдите значение: 1)  $2!$  2)  $5!$  3)  $10 \times \frac{8!}{4!}$  4)  $C_6^6$  5)  $C_4^2 \times C_2^1$

2. Вычислите значение бинома:

1)  $(2a + 3b)^4$  2)  $(a - 2b)^3$  3)  $\frac{a!}{c^2}c + 4\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$  4)  $\frac{a!}{c^3}c - 3\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$

3. Запишите, как называется многочлен вида  $(c + b)^n$  \_\_\_\_\_

4. Как располагаются биномиальные коэффициенты \_\_\_\_\_

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена  $(2a + 3)^4$  в виде треугольника Паскаля

#### 2 Вариант

1. Найдите значение: 1)  $3!$  2)  $1!$  3)  $2 \times \frac{8!}{4!}$  4)  $C_6^3$  5)  $C_5^2 \times C_4^2$

2. Вычислите значение бинома:

1)  $(a + 2b)^4$  2)  $(2a - b)^3$  3)  $\frac{a!}{c^3}c + 2\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$  4)  $\frac{a!}{c^4}c - 4\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$

3. Запишите, как называется многочлен вида  $(a - b)^n$  \_\_\_\_\_

4. Как располагаются биномиальные коэффициенты \_\_\_\_\_

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена  $(3a + 2)^4$  в виде треугольника Паскаля

#### 3 Вариант

1. Найдите значение: 1)  $4!$  2)  $0!$  3)  $4 \times \frac{6!}{3!}$  4)  $C_{10}^8$  5)  $C_6^2 \times C_6^4$

2. Вычислите значение бинома:

1)  $(2a + 3b)^4$  2)  $(a - b)^3$  3)  $\frac{a!}{c^4}c + 2\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$  4)  $\frac{a!}{c^4}c - 2\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$

3. Запишите, как называется многочлен вида  $(a + 3b)^n$  \_\_\_\_\_

4. Как располагаются биномиальные коэффициенты \_\_\_\_\_

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена  $(3a + 2)^4$  в виде треугольника Паскаля

#### 4 Вариант

1. Найдите значение : 1)  $5!$  2)  $0!$  3)  $3 \times \frac{5!}{2!}$  4)  $C_7^4$  5)  $C_8^5 \times C_6^3$

2. Вычислите значение бинома:

1)  $(2a - 3b)^4$  2)  $(a - 2b)^3$  3)  $\frac{a!}{c^3}c + 3\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$  4)  $\frac{a!}{c^4}c + 2\frac{\ddot{o}^4}{\emptyset}$

3 Запишите, как называется многочлен вида  $(a + 3b)^n$  \_\_\_\_\_

4. Как располагаются биномиальные коэффициенты \_\_\_\_\_

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена  $(5a + 2)^4$  в виде треугольника Паскаля

**ОТВЕТЫ НА РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ:**

**1 вариант**

1)  $(2a + 3b)^4 = 16a^4 + 96a^3b + 216a^2b^2 + 216ab^3 + 81b^4$

2)  $(a - 2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

3)  $\frac{a^4}{c^2}c + 4\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{16}c^4 + 2c^3 + 24c^2 + 128c + 256$

4)  $\frac{a^4}{c^3}c - 3\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{81}c^4 - \frac{4}{9}c^3 + 6c^2 - 36c + 81$

**2 вариант**

1)  $(a + 2b)^4 = a^4 + 8a^3b + 24a^2b^2 + 32ab^3 + 16b^4$

2)  $(2a - b)^3 = 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$

3)  $\frac{a^4}{c^3}c + 2\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{81}c^4 + \frac{8}{27}c^3 + \frac{8}{3}c^2 + \frac{32}{3}c + 16$

4)  $\frac{a^4}{c^4}c - 4\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{256}c^4 - \frac{1}{4}c^3 + 6c^2 - 64c + 256$

**3 вариант**

1)  $(2a + 3b)^4 = 16a^4 + 96a^3b + 216a^2b^2 + 216ab^3 + 81b^4$

2)  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3)  $\frac{a^4}{c^4}c + 2\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{256}c^4 + \frac{1}{8}c^3 + \frac{3}{2}c^2 + 8c + 16$

4)  $\frac{a^4}{c^4}c - 2\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{256}c^4 - \frac{1}{8}c^3 + \frac{3}{2}c^2 + 8c - 16$

**4 вариант**

1)  $(2a - 3b)^4 = 16a^4 - 96a^3b + 216a^2b^2 - 216ab^3 + 81b^4$

2)  $(a - 2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

1)  $3\frac{a^4}{c^3}c + 3\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{81}c^4 + \frac{4}{9}c^3 + 6c^2 + 36c + 81$

4)  $\frac{a^4}{c^4}c + 2\frac{0^4}{\emptyset} = \frac{1}{256}c^4 + \frac{1}{8}c^3 + \frac{3}{2}c^2 + 8c + 16$

**Домашнее задание (задание на листочках каждому студенту)**

· Вычислите степени бинома:

1)  $\left(x^{1/2} + y^{1/3}\right)^5 = x^2\sqrt{x} + 5x^2 \cdot \sqrt[3]{y} + 10x\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y^2} + 10xy + 5\sqrt{x} \cdot y \cdot \sqrt[3]{y} + y \cdot \sqrt[3]{y^2}$

2)  $\left(x^{1/2} - y^2\right)^6 = x^3 - 6x^2\sqrt{x}y^2 + 15x^2y^4 - 20x\sqrt{x} \cdot y^6 + 15xy^8 - 6\sqrt{x}y^{10} + y^{12}$

3)  $\left(x^{-2} - y^3\right)^5 = x^{-10} - 5x^{-8}y^3 + 10x^{-6}y^6 - 10x^{-4}y^9 + 5x^{-2}y^{12} - y^{15}$

**Задание выполнить в тетради для практических работ.****Объекты оценивания: УЗ**

## Тема 5.2 Элементы теории вероятностей

## Устный опрос для проверки знаний по теме 5.1.

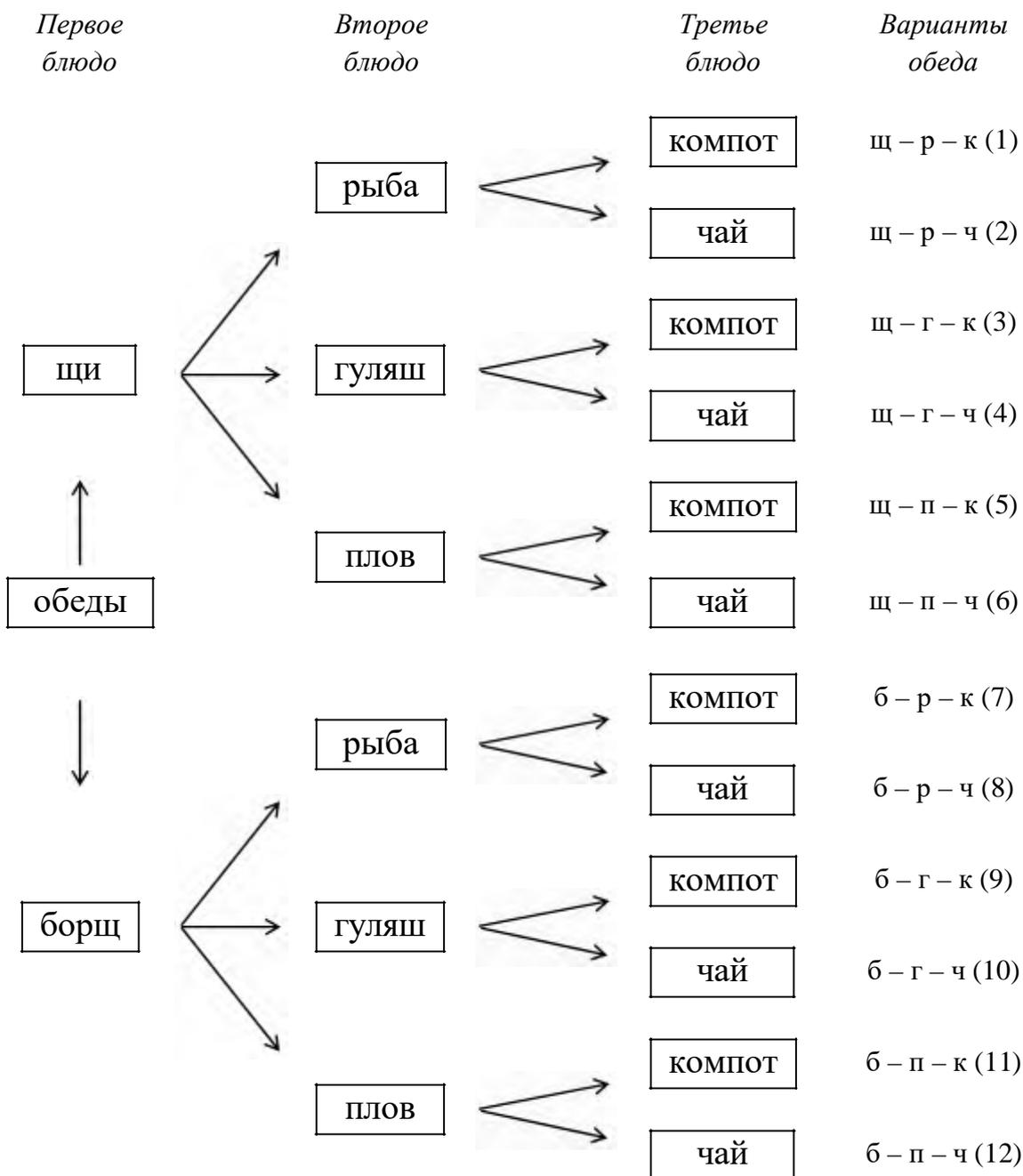
1. Приведите приемы решения комбинаторных задач:

- решение методом перебора;
- решение с помощью дерева возможных вариантов;
- решение с помощью комбинаторного правила умножения;
- решение с помощью таблиц;
- решение с помощью графов.

2. Установи соответствие: Используем структуру **РЕЛЛИ ТЭЙБЛ**. Два участника по плечу поочередно записывают свои ответы на одном листе бумаги.

В столовой предлагают два первых блюда: щи и борщ; три вторых блюда: рыба, гуляш и плов; два третьих: компот и чай. Перечислите все возможные варианты обедов из трех блюд. Проиллюстрируйте ответ, построив дерево возможных вариантов.

## Р е ш е н и е



О т в е т: 12 вариантов.

## 3. Повторение формул.

При решении задач с большими числами удобно использовать формулы.

Особая примета комбинаторных задач – вопрос, который можно сформулировать так, чтобы он начинался словами «Сколькими способами...»

Перестановки	Размещения	Сочетания
$n$ элементов $n$ клеток	$n$ элементов $k$ клеток	$n$ элементов $k$ клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

*Решение задач по вариантам для проверки усвоения нового учебного материала:*

## Вариант 1

1. Вычислить  $\frac{6! - 4!}{3!}$

2. Упростить  $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$

3. Вычислить  $\frac{P_6 - P_5}{P_4}$

4. Вычислить  $A_8^4$ ;  $C_{10}^4$

5. Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг круглого стола?

6. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 8, 9 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

7. Решить уравнение

## Вариант 2

1. Вычислить  $\frac{5!}{6!}$

2. Упростить  $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

3. Вычислить  $\frac{P_4 + P_6}{P_3}$

4. Вычислить  $A_{13}^5$ ;  $C_8^4$

5. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?

6. Сколько флажков 3 разных цветов можно составить из 5 флажков разного цвета?

7. Решить уравнение  $C_x^2 = 153$

## Вариант 3

1. Вычислить  $\frac{5!}{3! + 4!}$

2. Упростить  $\frac{n!}{(n-2)!}$

3. Вычислить  $\frac{P_{20}}{P_4 \times P_{16}}$

4. Вычислить  $A_{25}^2$ ;  $C_{36}^5$

5. Сколькими способами можно выбрать 3х дежурных, если в классе 30 человек?

6. Решить уравнение  $C_{x-2}^2 = 21$

#### Вариант 4

1. Вычислить  $\frac{7!+5!}{6!}$

2. Упростить  $\frac{1}{(n-1)!}$

3. Вычислить  $\frac{P_6 - P_5}{5!}$

4. Вычислить  $A_{13}^5$ ;  $C_{10}^8$

5. Сколько вариантов распределения 3х путевок в санаторий различного профиля можно составить для 5 претендентов?

6. Решить уравнение  $A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4$

**Объекты оценивания: 33**

### Практическое занятие №34

#### Решение задач с применением вероятностных методов и свойств вероятностей

**Цель:** Сформировать навыки вычисления задач вероятностными методами; Развивать логическое мышление, память, внимание и самостоятельность.

**Выполнение практических заданий.**

#### 1. Классическая вероятность

В классической схеме вероятность любого события определяется как отношение числа  $m$  благоприятных для события  $A$  элементарных исходов к общему числу элементарных исходов  $n$ .

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пример 1:

**Некто, перетасовывая колоду из 36 карт, извлекает оттуда случайным образом одну карту. Какова вероятность того, что это будет туз?**

Решение:

Тузов всего 4. Это количество благоприятных исходов. Всего карт 36 - это количество всех исходов испытания. Искомая вероятность равна  $4/36 = 1/9$

Пример 2:

**В конверте среди 25 карточек находится разыскиваемая карточка. Из конверта наудачу извлечено 6 карточек. Какова вероятность, что среди них окажется нужная карточка?**

Решение:

Извлечь 6 карточек из 25 можно  $C_{25}^6$  способами. Это количество всех исходов. Подсчитаем количество благоприятных исходов. Если нужная карточка уже есть в наборе, то остальные пять карточек из 24 можно выбрать  $C_{24}^5$  способами.

$$P(A) = \frac{C_{24}^5}{C_{25}^6} = \frac{24!}{5!19!} = \frac{24!6!}{5!25!} = \frac{6}{25} = 0,24$$

**1.1** Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.

**1.2** На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

**1.3** Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?

**1.4** Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

#### 2. Вычисление вероятностей с помощью формул комбинаторики

Пример 1: В партии из  $N = 10$  деталей имеется  $L = 7$  стандартных.

Наудачу отобраны  $k = 6$  деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно  $r = 4$  стандартных.

Решение: Число  $n$  всех возможных элементарных исходов выбора равно числу способов,

которыми можно извлечь  $k$  деталей из  $N$  деталей, т.е.  $n = C_N^k$  - числу сочетаний из  $N$  элементов по  $k$ .

$$n = C_N^k = C_{10}^6 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$$

Подсчитаем число исходов, составляющих интересующее нас событие  $A$  - (среди  $k$  деталей

ровно  $r$  стандартных). Из  $k$  стандартных деталей взять  $r$  стандартных деталей можно  $C_k^r$  способами, при этом остальные  $k - r$  деталей должны быть нестандартными; взять их из  $N -$

$L$  нестандартных деталей можно  $C_{N-L}^{k-r}$  способами. Число  $m$  всех благоприятствующих  $A$  исходов равно произведению  $m = C_k^r \cdot C_{N-L}^{k-r}$ .

$$m = C_k^r \cdot C_{N-L}^{k-r} = C_7^4 \cdot C_3^2 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 105.$$

Вероятность события  $A$  равна отношению  $m$  – числа исходов, благоприятствующих событию  $A$ , к  $n$  – числу всех возможных элементарных исходов

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_k^r \cdot C_{N-L}^{k-r}}{C_N^k} = \frac{105}{210} = 0,5.$$

2.1 Из 100 изготовленных пальто оказалось 7 третьего сорта, а остальные пальто первого и второго сорта. Какова вероятность, что пять отобранных пальто будут первого или второго сорта.

2.2 Студент знает 30 из 40 вопросов программы. Каждый билет содержит два вопроса программы. Найти вероятность того, что студент знает оба вопроса билета.

2.3 Из урны, в которой 30 шаров белых и 4 красных, наудачу вынимаются 3 шара. Найти вероятность того, что среди них есть хотя бы один красный шар.

2.4 В партии из 10 приборов 8 не имеют дефекта. Найти вероятность того, что из двух наудачу взятых приборов хотя бы один без дефекта.

2.5 Из полного набора костей домино наугад берут 3 кости. Какова вероятность того, что хотя бы две из них дубли?

2.6 Открываются одна за другой карты колоды из 36 штук. Какова вероятность того, что первой картой пиковой масти окажется пятая карта?

2.7 В урне 6 белых и 5 красных шаров. Наугад последовательно без возврата вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара красные.

2.8 Среди 17 студентов группы, из которых восемь девушек, разыгрывается семь билетов, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся четыре девушки?

2.9 Партия из 100 изделий содержит 40 изделий 1-го сорта, а остальные второго сорта. Наудачу берут 4 изделия, найти вероятность того, что все они будут одного сорта.

2.10 Найти вероятность того, что в 4-х значном номере наудачу взятой машины: а) все цифры различны, б) все цифры одинаковы.

### 3. Вычисление вероятностей независимых событий

**Пример 1:** Для сообщения об аварии установлены два *независимо* работающих автомата – сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна  $p_1 = 0,95$ , второй –  $p_2 = 0,9$ . Найти вероятность события  $A$  – при аварии поступит сигнал хотя бы от одного сигнализатора.

**Решение:** Событие  $A$  может осуществиться, если произойдет одно из следующих событий: сработает первый сигнализатор и одновременно не сработает второй –  $A_1 \bar{A}_2$ ; сработает второй сигнализатор и одновременно не сработает первый –  $\bar{A}_1 A_2$ ; одновременно сработают оба сигнализатора –  $A_1 A_2$ , т.е.  $A = A_1 \bar{A}_2 + \bar{A}_1 A_2 + A_1 A_2$ . Вероятности противоположных событий  $\bar{A}_1$  и  $\bar{A}_2$  соответственно равны  $q_1 = 1 - p_1 = 0,05$  и  $q_2 = 1 - p_2 = 0,1$ . События, составляющие  $A$ , несовместны (не могут произойти одновременно), поэтому вероятность события  $A$  равна

$$P(A) = P(A_1 \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(A_1 A_2) = p_1 \cdot q_2 + q_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot p_2 = 0,995.$$

**2-й способ:** Событие  $\bar{A}$  противоположное  $A$  произойдет, если одновременно не сработают оба сигнализатора –  $\bar{A}_1 \bar{A}_2$ . Тогда вероятность события  $A$  равна

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2) = 1 - q_1 \cdot q_2 = 1 - 0,005 = 0,995$$

3.1 Трое охотников одновременно выстрелили в зайца. Найти вероятность того, что заяц будет убит, если каждый из охотников убивает зайца с вероятностью 0,5; 0,7 и 0,9 соответственно.

3.2 Два студента ищут нужную книгу в магазинах. Вероятность того, что книга будет найдена первым студентом, равна 0,6, а вторым - 0,7. Найти вероятность того, что только один студент найдет книгу.

3.3 В электрической цепи 3 элемента, которые выходят из строя независимо друг от друга с вероятностями 0,3; 0,2 и 0,1. Определить вероятность разрыва цепи при параллельном соединении элементов.

3.4 Вероятность наличия нужного материала на 1-й базе равна 0,9, на 2-й - 0,95, на 3-й - 0,8, на 4-й - 0,6. Найти вероятность того, что только на одной базе окажется нужный материал.

3.5 Два стрелка делают по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком 0,7, а вторым равна 0,6. Найти вероятность того, что а) мишень будет поражена; б) только одно попадание в цель.

3.6 Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,3, второй - 0,4, третий - 0,7. Найти вероятность того, что в течение часа только один станок не потребует внимания рабочего.

3.7 Вероятность наличия нужного материала на 1-й базе равна 0,9, на 2-й - 0,95, на 3-й - 0,8, на 4-й - 0,6. Найти вероятность того, что только на одной базе не окажется нужного материала.

3.8 В электрической цепи 3 элемента, которые выходят из строя независимо друг от друга с вероятностями 0,3; 0,2 и 0,1. Определить вероятность разрыва цепи при последовательном соединении этих элементов.

3.9 Вероятность безотказной работы блока, входящего в систему, составляет 0,8. Для повышения надежности устанавливают такой же резервный блок. Найти вероятность безотказной работы блока.

3.10 Три спортсмена участвуют в отборочных соревнованиях. Вероятности зачисления в сборную команду первого, второго и третьего спортсмена соответственно равны 0,8; 0,7; 0,6. Найти вероятность того, что хотя бы один из этих спортсменов войдет в сборную.

#### 4. Формула полной вероятности

Пример 1: За различными материалами послана автомашина наудачу на одну из трех баз. Вероятность наличия нужного материала на первой базе равна 0,9, на второй - 0,8, на третьей - 0,6. Найти вероятность того, что автомашина не привезет нужного материала.

Решение: Для получения нужного материала необходимо выбрать одну из баз. События  $H_1, H_2, H_3$  - взятие материала с определенных баз составляют полную группу событий, примем эти события за гипотезы, их вероятности равны  $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = 1/3$ , т.к. гипотезы равновозможные. Условные вероятности события  $A$  - (нет нужного материала) соответственно равны  $P(A|H_1) = 1 - 0,9 = 0,1$ ,  $P(A|H_2) = 0,2$ ,  $P(A|H_3) = 0,4$ . Тогда по формуле полной вероятности получим

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_3) \cdot P(H_3) = 0,175.$$

4.1 В одной урне 5 белых и 8 красных, а в другой 10 белых и 6 красных шаров. Наудачу вынимают один шар. Какова вероятность того, что он белого цвета?

4.2 Вероятность выполнить работу без ошибок для 10-ти студентов из группы равна 0,95; для 15-ти - 0,7, а для 3-х остальных - 0,2. Преподаватель берет наудачу одну тетрадь для проверки. Какова вероятность того, что работа выполнена без ошибок?

4.3 На сборку поступило 3000 деталей с первого станка и 2000 со второго. Первый станок дает 0,2%, а второй 0,3% брака. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь из не рассортированной продукции станков окажется бракованной.

4.4 Имеется 2 партии одинаковых изделий из 10 и 12 штук, причем в каждой партии по одному бракованному изделию. Наудачу взятое изделие из первой партии переложили во вторую, после чего наудачу взяли изделие из 2-й партии. Найти вероятность того, что оно бракованное.

4.5 В сосуд, содержащий 5 шаров, опущен белый шар. Какова вероятность извлечь из него белый шар, если предположения о первоначальном присутствии в сосуде от 0 до 5 белых шаров равновозможны?

4.6 Радиолампа, вставленная в телевизор, может принадлежать к одной из партий с вероятностями: 0,3; 0,2; 0,5. Вероятности того, что лампа проработает заданное число часов, для этих партий равны соответственно: 0,9; 0,8; 0,6. Найти вероятность того, что лампа проработает заданное число часов, если она выбрана наудачу.

4.7 Студенту нужна книга, которая может находиться в одной из 4-х библиотек с вероятностями 0,8; 0,7; 0,9; 0,75. Студент пошел в наудачу выбранную библиотеку. Какова вероятность того, что он получит книгу?

4.8 Команда разделена на 3 группы: старшая – 5 человек, средняя – 4 человека, младшая – 10 человек. Вероятности занять первое место для членов каждой группы равны соответственно 0,2; 0,15; 0,1. Какова вероятность того, что наудачу выбранный спортсмен станет чемпионом?

4.9 В ящиках находятся соответственно: 1) 2 белых и 3 черных шара; 2) 4 белых и 3 черных шара; 3) 6 белых и 2 черных шара. Из наудачу выбранного ящика вынимают шар. Найти вероятность того, что он белый.

4.10 Легковые и грузовые автомобили в транспортном потоке мимо АЗС встречаются в отношении 5:3. На заправку заезжает каждая 8-я легковая и каждая 12-я грузовая. Какова вероятность того, что подъезжающая машина заедет на заправку?

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: УЗ**

### Практическое занятие №35

#### Вычисление вероятностей: сложение и умножение

**Цель:** Формирование основных представлений теории вероятностей: случайные события, совместные и несовместные события, вероятность и т.д. Расчет вероятности на основе классического определения вероятности. Решение задач с использованием теорем сложения и умножения вероятностей.

**Выполнение практических заданий.**

#### Задачи для самостоятельного решения

1. В урне находятся 16 белых и 8 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым?

2. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5.

3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором 3 вопроса.

4. Преступник знает, что шифр сейфа составлен из цифр 1, 3, 5 и 8, но не знает, в каком порядке их набирать. Какова вероятность того, что преступник откроет сейф с первой попытки?

5. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что а) все пять шаров белые; б) 2 из них белые, а 3 черные?

6. Из колоды в 36 карты наугад одна за другой вынимаются две карты. Найти вероятность того, что а) обе карты оказались пиковые, б) вынули валет и короля.

7. Какова вероятность того, что в компании из  $n$  человек хотя бы у двоих совпадут дни рождения? (Для простоты предполагается, что 29 февраля не является днем рождения).

8. Студент сдает два экзамена: экономику и математику. Вероятность сдачи экономики равна  $p(A) = 0,7$ , а математики –  $p(B) = 0,65$ . Найти вероятность того, что студент:

а) сдаст два экзамена; б) сдаст один экзамен; в) сдаст хотя бы один экзамен; г) не сдаст ни одного экзамена; д) не сдаст сессию?

9. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

10. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,85, для третьего – 0,6. Определить вероятность того, что один стрелок попадет в цель.

11. Из четырех человек  $A, B, C, D$  один ( $A$ ) получил информацию, которую в виде сигнала «да» или «нет» сообщает второму ( $B$ ), второй – третьему ( $C$ ), третий – четвертому ( $D$ ), а последний ( $D$ ) объявляет результат полученной информации таким же образом, как и все другие. Известно, что каждый из них говорит правду только в одном случае из трех. Какова вероятность того, что первый из лгунов сказал правду, если четвертый сказал правду?

12. Владелец одной карточки лотереи «Спортлото» (6 из 49) зачеркивает 6 номеров. Какова вероятность того, что им будет угадано все 6 номеров в очередном тираже.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У 3**

### Тема 5.3 Элементы математической статистики

**Блиц-опрос для проверки остаточных знаний:**

- 1) Какие статистические данные вам известны?
- 2) Каким образом их получают?
- 3) Можем ли мы с вами получить информацию, обработать ее, применить для своей осведомленности и использовать знания при необходимости?

Давайте вспомним известные вам примеры, в которых информируется об итогах обработанной информации. (Средний прожиточный минимум на данный период, средняя продолжительность жизни, средняя зарплата по области, по стране; средняя успеваемость по группе, по техникуму; среднемесячная температура воздуха и т.д.)

**Решение задач на закрепление нового материала:**

**Задача 1.** В небольшой фирме 10 сотрудников: 7 рабочих, мастер, бухгалтер, директор. Зарплата у рабочих: 2000, у мастера 4000, у бухгалтера 16000, у директора 40000. Найдите, чему будет равна средняя зарплата на этом предприятии?

Решение:

$$\bar{x} = \frac{2000 + 2000 + 2000 + 2000 + 2000 + 2000 + 2000 + 4000 + 16000 + 40000}{10} = 7400$$

Но достаточно ли этой характеристики работнику, который устраивается работать рабочим? (Нет)

В этом случае используют другую статистическую характеристику – медиану.

**Задача 2.** В таблице приведена информация о длине некоторых рек, протекающих по территории Ивановской области, впадающих в реку Волга

9, 34, 45, 54, 58, 132, 152.

а) Найдите среднюю длину рек (среднее арифметическое);  $(484:7=69,14)$

б) Найдите длину рек в среднем (медиану данных=54);

в) Найти размах длины рек  $(152 - 9=143)$

Ответ: а) 69км, б) 54 км, в) 143

Итак, для характеристики статистической информации используют среднее арифметическое и медиану. Во многих случаях одна из характеристик может не иметь никакого содержательного смысла.

**Задача 3.** В женском обувном магазине провели статистические исследования и составили соответствующую таблицу по цене обуви и количества продаж:

Первый и второй этап статистического исследования уже пройдены: данные собраны и систематизированы. Осталось произвести анализ данных.

Для данных показателей надо найти статистические характеристики и объяснить их значение.

$$n = 8+9+14+15+3+1=50$$

$$= = = 1426$$

$$M_o = 1500 \quad M_o = 1800$$

$$M_e = 1500$$

После ученики должны ответить на следующие вопросы:

1. Из данных ценовых категорий, обувь за какую цену не следует продавать магазину?
2. Обувь, по какой цене следует распространять?
3. К какой цене лучше стремиться?

По каким параметрам еще можно провести статистические исследования в обувном магазине?

**Задача 4.** На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки:

$$5,2 \ 5,4 \ 5,5 \ 5,4 \ 5,1 \ 5,1 \ 5,4 \ 5,5 \ 5,3$$

Для полученного ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах, медиану и моду. Что характеризует каждый из этих показателей?

Среднее арифметическое 5,2 характеризует средний уровень оценок.

Размах  $R = = 5,5 - 5,1 = 0,4$  характеризует разброс оценок.

Мода  $M_o = 5,4$  показывает оценку, которая встречается чаще других.

Медиана  $M_e = 5,4$  показывает, что половина членов ряда не превосходит по величине 5,4.

**Задача 5.** Двух футболистов, один из которых участвовал в пяти игровых сезонах, а другой – в шести, сравнить по результативности и стабильности в забивании голов, если количество мячей, забитых первым футболистом по сезонам образует ряд:

$$17, 21, 20, 16, 15, 19, \text{ а вторым: } 17, 20, 18, 21, 14.$$

Находим числовые характеристики двух выборок:

$$\text{Первый футболист: } = 18, D(X)$$

$$\text{Второй футболист: } = 18, D(X)$$

Таким образом, оба футболиста показывают одинаковую результативность (среднее число голов за сезон), но первый футболист более стабилен, так как дисперсия первой выборки меньше.

### Задача 6.

4. На рис. 113 изображена гистограмма числа учащихся, получивших данную оценку. Какие из утверждений, приведенных в таблице, верны?

№ п/п	Утверждение	Да/нет
1	Общее число учащихся равно 20	
2	Частота оценки 2 равна 25 %	
3	Наиболее частая оценка — 4	
4	Медиана равна 3	
5	Средний балл равен 2,6	
6	Если увеличить все оценки на один балл, то средний балл увеличится на 1	
7	Если всем получившим единицу поставить двойку, то средний балл возрастет на 0,2	
8	Невозможно выполнить требование директора, чтобы каждый ученик имел оценку выше среднего балла	

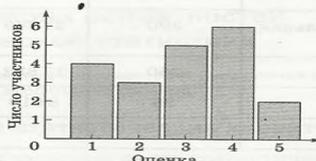


Рис. 113

1)да 2)нет 3) да 4)да 5)нет 6)да 7)да 8)да

**Самостоятельная работа решения задач по вариантам:****Вариант №1**

1. Рост учащихся нашего класса  
157,165,165,168,165,161,165,160,162,169,171, 170,170,175,173,170,177,182,186,182,160,173,  
165,162,174,177.

- 1) составить ранжированный ряд ;
- 2) определить средний рост, моду ряда, медиану ряда.

2. Среднее арифметическое ряда, состоящего из десяти чисел, равно 15. К этому ряду приписали число 37. Чему равно среднее арифметическое нового ряда чисел?

3. При изучении качества продукции, выпущенной цехом, определяли число бракованных деталей в каждом из 55 произвольным образом выбранных ящиков с одинаковым числом деталей. Получили такую таблицу:

Число бракованных деталей	0	1	2	3	4
Число ящиков	8	20	13	6	8

Найдите среднее арифметическое, размах и моду полученного ряда данных. Ответ округлите до сотых.

4. В таблице показан расход электроэнергии некоторой семьей в течение года:

1. Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2. Расход электроэнергии, кВт*ч	85	80	74	61	54	34	32	32	62	78	81	83

Найдите средний ежемесячный расход электроэнергии этой семьей.

5. Среднее арифметическое ряда, состоящего из девяти чисел, равно 13. Из этого ряда вычеркнули число 3. Чему равно среднее арифметическое нового ряда чисел?

**Вариант №2**

1. Зная свои оценки за три четверти, составить ранжированный ряд и определить среднее арифметическое, моду ряда, медиану ряда.
2. На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки: 5,2, 5,4, 5,5, 5,4, 5,1, 5,1, 5,4, 5,5, 5,3. Для полученного ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах и моду.
3. При изучении качества продукции, выпущенной цехом, определяли число бракованных деталей в каждом из 50 произвольным образом выбранных ящиков с одинаковым числом деталей. Получили такую таблицу:

Число бракованных деталей	0	1	2	3	4
Число ящиков	8	22	13	5	2

Найдите среднее арифметическое, размах и моду полученного ряда данных.

4. Среднее арифметическое ряда, состоящего из девяти чисел, равно 13. Из этого ряда вычеркнули число 6. Чему равно среднее арифметическое нового ряда чисел?
5. Имеются следующие данные о распределении попадания в цель:

Очки	0-10	10-20	20-30	30-40
Число участников	2	18	18	12

Заменив каждый интервал его серединой, найдите среднее количество очков при попадании

6. Имеются следующие данные о распределении результатов тестирования:

Результат, балл	0-10	10-20	20-30	30-40
Число участников	2	8	18	22

Заменив каждый интервал его серединой, найдите среднее количество баллов, полученное участником тестирования.

**Объекты оценивания: 33**

### Практическое занятие №36

#### Решение прикладных задач на представление числовых данных

**Цель:** в ходе выполнения практической работы применить теоретические знания по выполнению арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы на практике

#### Выполнение практических заданий.

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
<p>1. Что называется средним арифметическим, размахом, модой, медианой ряда чисел?</p> <p>2. Определить статистические характеристики для ряда чисел: 8, 3, 8, 5, 1.</p> <p>3. Сколько чисел в ряду, если его медианой служит:</p> <p>а) пятнадцатый член;</p> <p>б) среднее арифметическое пятого и шестого членов?</p> <p>4. В ряду данных, состоящем из 12 чисел, наибольшее число увеличили на 6. Изменятся ли при этом и как:</p> <p>а) среднее арифметическое;</p> <p>б) размах;</p> <p>в) мода;</p> <p>г) медиана?</p> <p>5*. Президент компании получает зарплату 100000 руб., четверо его заместителей получают по 20000 руб., а 20 служащих компании – по 10000 руб. Найдите статистические характеристики (среднее арифметическое, моду, медиану) зарплат в компании. Какую из этих характеристик выгоднее использовать президенту в рекламных целях?</p>	<p>1. Что называется средним арифметическим, размахом, модой, медианой ряда чисел?</p> <p>2. Определить статистические характеристики для ряда чисел: 7, 5, 6, 10, 2.</p> <p>3. Сколько чисел в ряду, если его медианой служит:</p> <p>а) девятый член;</p> <p>б) среднее арифметическое семнадцатого и восемнадцатого членов?</p> <p>4. В ряду данных, состоящем из 12 чисел, наибольшее число уменьшили на 4. Изменятся ли при этом и как:</p> <p>а) среднее арифметическое;</p> <p>б) размах;</p> <p>в) мода;</p> <p>г) медиана?</p> <p>5*. Президент компании получает зарплату 100000 руб., пятеро его заместителей получают по 20000 руб., а 14 служащих компании – по 10000 руб. Найдите статистические характеристики (среднее арифметическое, моду, медиану) зарплат в компании. Какую из этих характеристик выгоднее использовать президенту в рекламных целях?</p>

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: УЗ**

#### Тема 6.1 Прямые и плоскости в пространстве.

##### Устный опрос в виде вводная эвристической беседы.

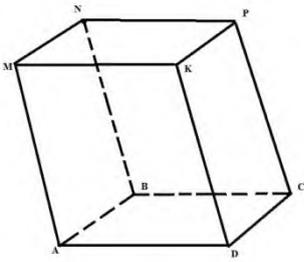
Стереометрия – раздел геометрии. Основные понятия

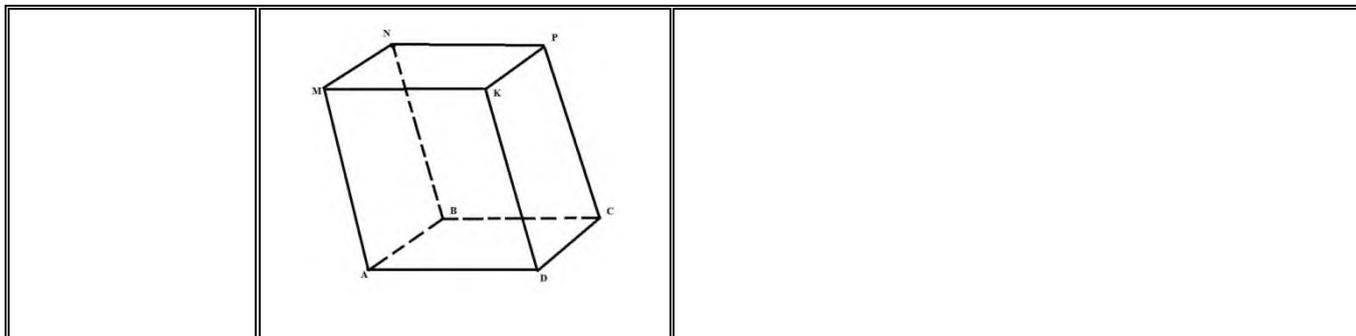
- Что изучает стереометрия (Стереометрия – раздел геометрии, в котором изучают фигуры в пространстве).
- Перечислите основные понятия стереометрии. (Точка, прямая, плоскость).
- Существует ли в действительности точка, прямая, плоскость? (Нет).
- В окружающих нас реальных объектах найдите образы абстрактных понятий точки, прямой, плоскости. (Примеры приводят).

**Вывод:** Основные понятия стереометрии – это абстрактные понятия точки, прямой, плоскости. Но конкретных примеров в окружающей нас действительности бесконечное множество. Следовательно, изучая отношения между реальными стереометрическими объектами, мы изучаем отношения между реальными предметами в пространстве.

**Тестирование для проверки изучения нового материала:**

№ п/п	Вопросы	Ответы
-------	---------	--------

1	Через сколько точек можно провести прямую?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. через 2;</li> <li>2. через 3</li> <li>3. через 1</li> </ol>
2	Как пересекаются плоскости?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. в точке</li> <li>2. по прямой</li> <li>3. в трёх точках</li> </ol>
3	Если две прямые имеют общую точку, то через них можно провести только ...	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. одну прямую</li> <li>2. одно пространство</li> <li>3. одну плоскость</li> </ol>
4	Что такое аксиома?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Утверждение, которое доказывается с помощью теорем</li> <li>2. Утверждение не требующее доказательств</li> <li>3. Утверждение которое доказывается с помощью определений</li> </ol>
5	Сколько прямых можно провести через две точки?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 4</li> <li>2. 3</li> <li>3. 1</li> </ol>
6	Что может принадлежать плоскости?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. прямая</li> <li>2. плоскость</li> <li>3. прямая и точка</li> </ol>
7	Что может принадлежать прямой?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. точка</li> <li>2. прямая</li> <li>3. плоскость</li> </ol>
8	Теорема – это утверждение...	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. не требующее доказательств</li> <li>2. доказывается с помощью аксиом</li> <li>3. доказывается с помощью аксиом, определений и других теорем</li> </ol>
9	Прямые называются параллельными, если они...	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. не пересекаются</li> <li>2. пересекаются под прямым углом</li> <li>3. лежат в одной плоскости и не пересекаются</li> </ol>
10	Примеры параллельных прямых.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. шпалы</li> <li>2. провода</li> <li>3. швабра</li> </ol>
11	<p>Определите взаимное расположение прямых MA и DC</p> 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. пересекающиеся</li> <li>2. скрещивающиеся</li> <li>3. параллельные</li> </ol>
12	Определите взаимное расположение прямой MN и плоскости KPCD	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. MN пересекает KPCD</li> <li>2. MN скрещивается с KPCD</li> <li>3. MN параллельна KPCD</li> </ol>



Взаимопроверка:

вопросы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ответы												
1	•						•			•		
2		•		•							•	
3			•		•	•		•	•			•

Объекты оценивания: 34

### Практическое занятие №37

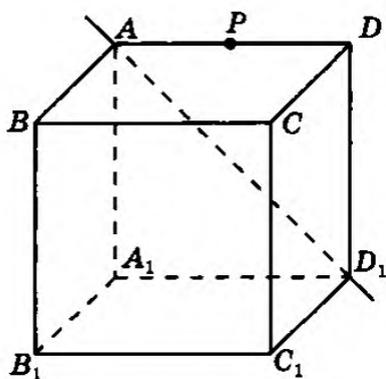
**Нахождение угла между прямыми. Признаки взаимного расположения прямых**

**Цель:** повторение и систематизация знаний по теме признаки взаимного расположения прямых и систематизация знаний по теме угол между прямыми

**Выполнение практических заданий.**

*Выполнить задания по вариантам:*

<i>Вариант 1.</i>	
	<p>1. Через точку <math>P</math> — середину <math>A_1A</math> проведите прямую:  а) <math>PQ \parallel AD_1</math>;      б) <math>PL \perp AD_1</math>;  <math>PR \cdot AD_1</math>, где знак <math>\times</math> означает пересекающиеся прямые, а знак <math>\cdot</math> — скрещивающиеся прямые.</p> <p>2. Изобразите плоскость и в ней пересекающиеся прямые <math>a</math> и <math>b</math>. Изобразите прямые <math>c</math>, <math>d</math> и <math>m</math>, такие, что: а) <math>c \parallel a</math> и <math>c \times b</math>; б) <math>d \cdot a</math> и <math>d \times b</math>; в) <math>m \cdot a</math> и <math>m \cdot b</math>.</p> <p>3. Изобразите две пересекающиеся по прямой <math>a</math> плоскости <math>\alpha</math> и <math>\beta</math>. Верно ли утверждение, что если <math>M</math> — точка плоскости <math>\alpha</math>, а <math>K</math> — точка плоскости <math>\beta</math>, то прямые <math>MK</math> и <math>a</math> скрещиваются? Ответ обоснуйте.</p>
<i>Вариант 2.</i>	



1. Через точку  $P$  — середину  $AD$  проведите прямую: а)  $PQ \parallel AD_1$ ; б)  $PL \times AD_1$ ;  $PR \cdot AD_1$ , где знак  $\times$  означает пересекающиеся прямые, а знак  $\cdot$  — скрещивающиеся прямые.

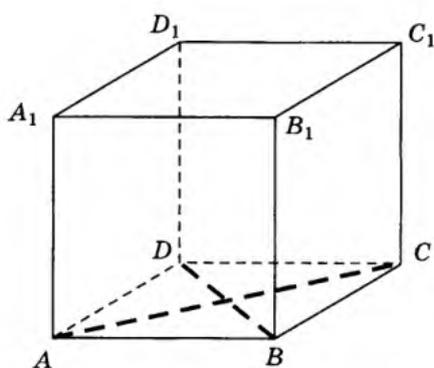
2. Изобразите плоскость и в ней параллельные прямые  $a$  и  $b$ . Изобразите прямые  $c$ ,  $d$  и  $m$ , такие, что: а)  $c \cdot a$  и  $c \times b$ ; б)  $d \cdot a$  и  $d \cdot b$ ; в)  $m \times a$  и  $m \times b$ .

3. Изобразите две пересекающиеся по прямой  $m$  плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Верно ли утверждение, что если  $A$  — точка плоскости  $\beta$ , а  $B$  и  $C$  — точки плоскости  $\alpha$ , причем  $BC \parallel m$ , то прямые  $AB$  и  $m$  скрещиваются? Ответ обоснуйте.

Выполнить задания по вариантам:

1

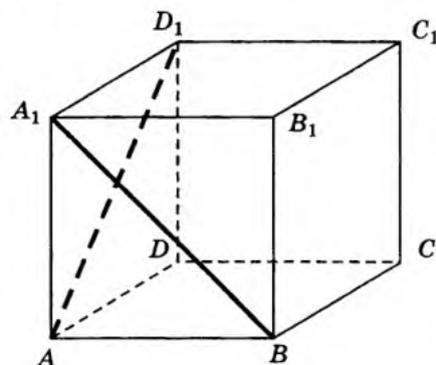
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ .



90

1

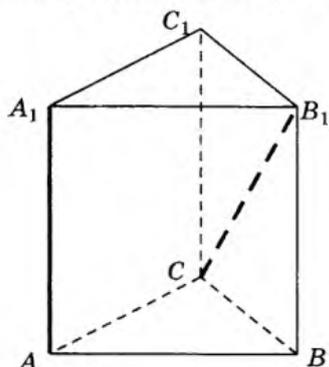
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $A_1B$ .



60

2

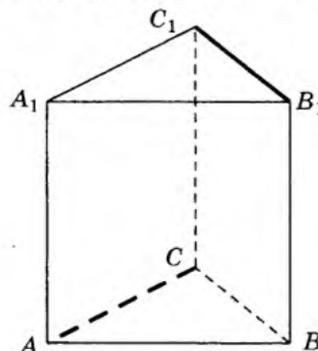
В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $B_1C$ .



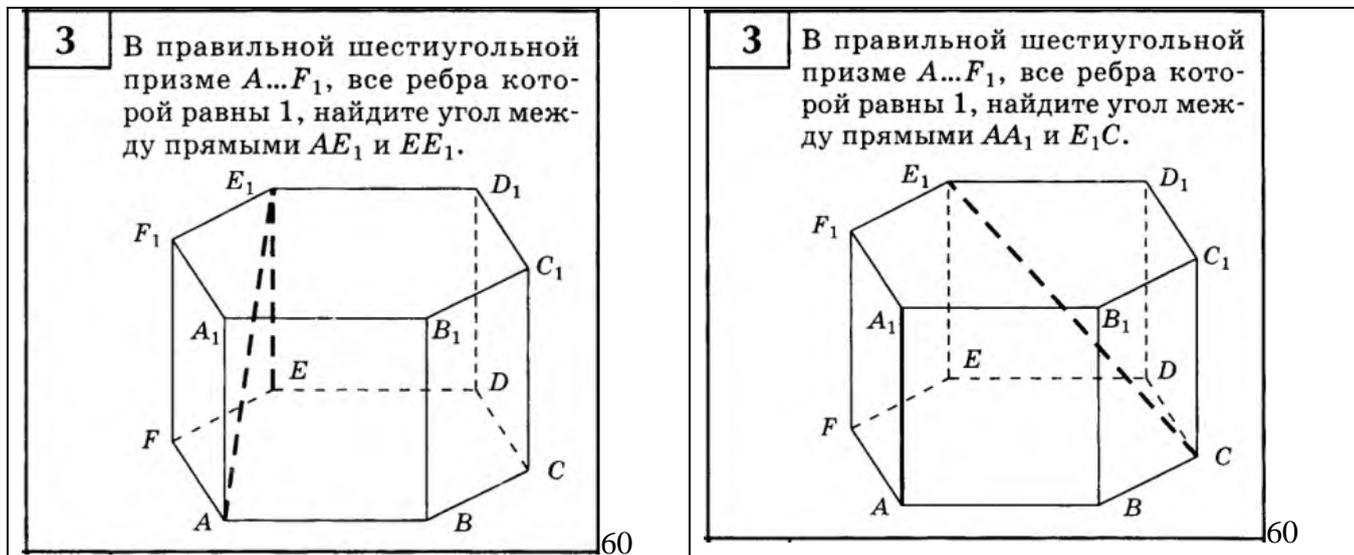
45

2

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AC$  и  $B_1C_1$ .



90



Задание выполнить в тетради для практических работ.

Объекты оценивания: У4

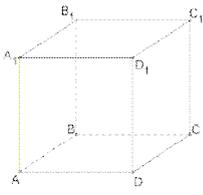
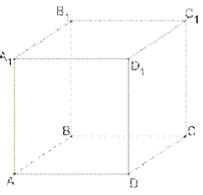
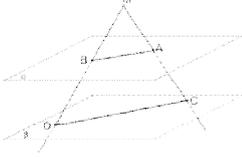
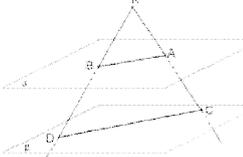
### Практическое занятие №38

#### Вычисление угла между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости.

**Цель:** повторить и систематизировать знания по теме признак и свойства параллельных плоскостей, умение вычислять угол между прямой и плоскостью.

**Выполнение практических заданий.**

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Плоскость <math>\alpha</math> пересекает стороны <math>AB</math> и <math>BC</math> треугольника <math>ABC</math> соответственно в точках <math>D</math> и <math>E</math>, причем <math>AC \parallel \alpha</math>. Найдите <math>AC</math>, если <math>BD:AD=3:2</math> и <math>DE=9</math> см.</p> <p>2. Ребро куба равно 8 см. Найдите: а) диагональ куба; б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.</p> <p>3. Точка <math>O</math> – центр вписанной в треугольник <math>ABC</math> окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр <math>OK</math>. Найдите расстояние от точки <math>K</math> до сторон треугольника, если <math>AB=BC=20</math> см., <math>AC=24</math> см., <math>OK=12</math> см.</p> <p>4. В прямоугольном параллелепипеде <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> дано: <math>AB=BC=3\sqrt{2}</math> см., <math>BD_1=12</math> см. Найдите: а) расстояние между прямыми <math>BD_1</math> и <math>AA_1</math>; б) угол между прямой <math>BD_1</math> и плоскостью <math>ABC</math>.</p>	<p>1. Плоскость <math>\alpha</math> пересекает стороны <math>AB</math> и <math>BC</math> треугольника <math>ABC</math> соответственно в точках <math>D</math> и <math>E</math>, причем <math>AC \parallel \alpha</math>. Найдите <math>AC</math>, если <math>BD:AD=4:3</math> и <math>DE=12</math> см.</p> <p>2. Ребро куба равно 6 см. Найдите: а) диагональ куба; б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.</p> <p>3. Точка <math>O</math> – центр вписанной в треугольник <math>ABC</math> окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр <math>OK</math>. Найдите расстояние от точки <math>K</math> до сторон треугольника, если <math>AB=BC=30</math> см., <math>AC=48</math> см., <math>OK=16</math> см.</p> <p>4. В прямоугольном параллелепипеде <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> дано: <math>AB=BC=4\sqrt{2}</math> см., <math>BD_1=16</math> см. Найдите: а) расстояние между прямыми <math>BD_1</math> и <math>AA_1</math>; б) угол между прямой <math>BD_1</math> и плоскостью <math>ABC</math>.</p>

<b>Вариант 1</b>		<b>Вариант 2</b>	
	1. Дан куб. Назови плоскость, которая проходит через $AA_1$ параллельно плоскости $BB_1C_1C$ .		Дан куб. Назови плоскость, которая проходит через $AA_1$ параллельно плоскости $BB_1C_1C$ .
	2. Стороны $\triangle M$ пересекают параллельные плоскости $\alpha$ и $\beta$ в точках $A, B$ и $C, D$ . Вычисли длину отрезка $AB$ , если $MA=15$ см, $MC=20$ см и $CD=56$ см. Стороны $\triangle M$ пересекают параллельные плоскости $\alpha$ и $\beta$ . Найти $AB$ .		2. Стороны $\triangle K$ пересекают параллельные плоскости $\alpha$ и $\beta$ в точках $A, B$ и $C, D$ . Вычисли длину отрезка $AB$ , если $KA=13$ см, $KC=20$ см и $CD=56$ см. Стороны $\triangle K$ пересекают параллельные плоскости $\alpha$ и $\beta$ . Найти $AB$ .
3. Даны три параллельные плоскости $\alpha, \beta$ и $\gamma$ . В каждой из них соответственно проведены прямые $a, b$ и $c$ . Угол между прямыми $a$ и $b$ равен $83^\circ$ , угол между прямыми $b$ и $c$ равен $70^\circ$ . Определи угол между прямыми $a$ и $c$ .		3. Даны три параллельные плоскости $\alpha, \beta$ и $\gamma$ . В каждой из них соответственно проведены прямые $a, b$ и $c$ . Угол между прямыми $a$ и $b$ равен $52^\circ$ , угол между прямыми $b$ и $c$ равен $46^\circ$ . Определи угол между прямыми $a$ и $c$ .	
4. Выбери правильный ответ из предложенных: 1. Как могут быть расположены две плоскости $\alpha$ и $\beta$ , если: 1.1. одна из двух параллельных прямых находится в одной плоскости, а вторая прямая в другой плоскости; 1.2. ни одна прямая, которая находится в одной плоскости, не находится в другой плоскости. 2. Как могут быть расположены две прямые, если они: 2.1. находятся каждая в одной из параллельных плоскостей; 2.2. находятся в одной плоскости.		4. Выбери правильный ответ из предложенных: 1. Как могут быть расположены две плоскости $\alpha$ и $\beta$ , если: 1.1. прямая находится в одной плоскости, но не находится в другой плоскости; 1.2. у каждой прямой, которая находится в одной плоскости, можно найти параллельную прямую в другой плоскости. 2. Как могут быть расположены две прямые, если они: 2.1. находятся каждая в одной из параллельных плоскостей; 2.2. находятся в одной плоскости.	

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

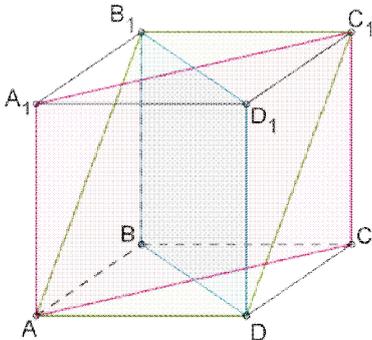
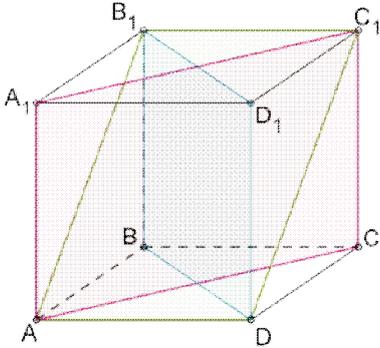
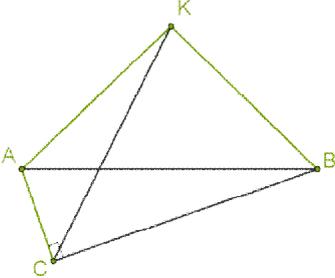
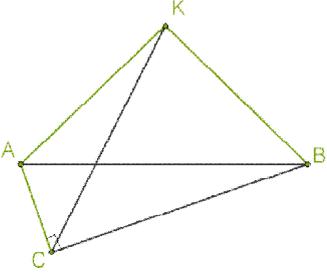
**Объекты оценивания: У4**

### Практическое занятие №39

#### Решение задач на нахождение двугранных углов

**Цель:** Корректировать знания, умения решать задачи на нахождение двугранного угла. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Выполнение практических заданий.**

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
<p>Двугранный угол равен <math>30^\circ</math>. На одной грани двугранного угла дана точка <math>B</math>, расстояние от которой до ребра равно 22 см. Чему равно расстояние от точки <math>B</math> до второй грани двугранного угла?</p>	<p>Двугранный угол равен <math>45^\circ</math>. На одной грани двугранного угла дана точка <math>B</math>, расстояние от которой до ребра равно 20 см. Чему равно расстояние от точки <math>B</math> до второй грани двугранного угла?</p>
<p>Дан куб с некоторыми плоскостями сечений. Определи величины двугранных углов между плоскостями.</p>	<p>Дан куб с некоторыми плоскостями сечений. Определи величины двугранных углов между плоскостями.</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>(A_1B_1C_1)</math> и <math>(ABC)</math></li> <li>2. <math>(ABB_1)</math> и <math>(ABC)</math></li> <li>3. <math>(A_1B_1C_1)</math> и <math>(ADC_1)</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>(A_1B_1C_1)</math> и <math>(ABC)</math></li> <li>2. <math>(ADD_1)</math> и <math>(CDD_1)</math></li> <li>3. <math>(BDD_1)</math> и <math>(ADD_1)</math></li> </ol>
	
<p>Плоскости равнобедренного треугольника <math>AKB</math> и прямоугольного треугольника <math>ACB</math> образуют прямой двугранный угол.</p>	<p>Плоскости равнобедренного треугольника <math>AKB</math> и прямоугольного треугольника <math>ACB</math> образуют прямой двугранный угол.</p>
	
<p>Рассчитай расстояние <math>CK</math>, если <math>KA=KB=CA=42</math> см, <math>CB=56</math> см, <math>AB=70</math> см.</p>	<p>Рассчитай расстояние <math>CK</math>, если <math>KA=KB=CA=42</math> см, <math>CB=56</math> см, <math>AB=70</math> см.</p>

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

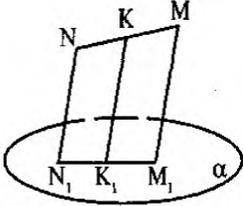
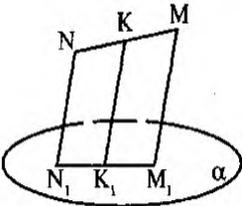
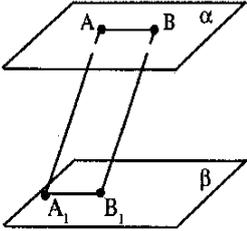
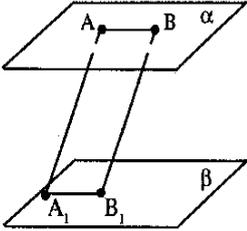
**Объекты оценивания: У4**

## Практическое занятие №40

## Решение задач на нахождение углов и расстояний в пространстве

**Цель:** повторить и систематизировать знания по теме «Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве», повторить и систематизировать знания по теме признак и свойства параллельных плоскостей.

**Выполнение практических заданий.**

 <p>1. Через концы отрезка <math>MN</math> и его середину <math>K</math> проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость <math>\alpha</math> в точках <math>M_1</math>, <math>N_1</math> и <math>K_1</math>. Найдите длину отрезка <math>KK_1</math>, если отрезок <math>MN</math> не пересекает <math>\alpha</math> и <math>MM_1 = 6</math> см, <math>NN_1 = 2</math> см. 4 см</p>	<p>1. Через концы отрезка <math>MN</math> и его середину <math>K</math> проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость <math>\alpha</math> в точках <math>M_1</math>, <math>N_1</math> и <math>K_1</math>. Найдите длину отрезка <math>KK_1</math>, если отрезок <math>MN</math> не пересекает <math>\alpha</math> и <math>MM_1 = 12</math> см, <math>NN_1 = 4</math> см.</p>  <p>8 см</p>
<p>2. Даны две параллельные плоскости. Через точки <math>A</math> и <math>B</math> одной из плоскостей проведены две параллельные прямые до пересечения в точках <math>A_1</math> и <math>B_1</math>. Найдите длину отрезка <math>A_1B_1</math> если <math>AB = 10</math> см.</p>  <p>10 см</p>	<p>2. Даны две параллельные плоскости. Через точки <math>A</math> и <math>B</math> одной из плоскостей проведены две параллельные прямые до пересечения в точках <math>A_1</math> и <math>B_1</math>. Найдите длину отрезка <math>AA_1</math> если <math>BB_1 = 16</math> см.</p>  <p>16 см</p>
<p>3. Из точки <math>M</math> проведены к плоскости <math>\alpha</math> до пересечения в точках <math>N</math> и <math>K</math> два отрезка. Точки <math>D</math> и <math>E</math> – середины отрезков <math>MN</math> и <math>MK</math>. Найдите длину отрезка <math>NK</math>, если <math>DE = 4</math> см.</p>	<p>3. Из точки <math>M</math> проведены к плоскости <math>\alpha</math> до пересечения в точках <math>N</math> и <math>K</math> два отрезка. Точки <math>D</math> и <math>E</math> – середины отрезков <math>MN</math> и <math>MK</math>. Найдите длину отрезка <math>DE</math>, если <math>NK = 4</math> см.</p>
<p>4. Через вершину острого угла прямоугольного треугольника <math>ABC</math> с прямым углом <math>C</math> проведена прямая <math>AD</math>, перпендикулярная плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки <math>D</math> до вершины <math>C</math>, если <math>AC = 6</math> см; <math>AD = 8</math> см.</p>	<p>4. Через вершину острого угла прямоугольного треугольника <math>ABC</math> с прямым углом <math>C</math> проведена прямая <math>AD</math>, перпендикулярная плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки <math>D</math> до вершины <math>C</math>, если <math>AC = 3</math> см; <math>AD = 4</math> см.</p>

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
<p>Равнобедренный треугольник <math>ABE</math> находится в плоскости <math>\alpha</math>. Боковые стороны треугольника <math>ABE</math> равны по 13 см, а сторона основания <math>AE = 10</math> см. К этой плоскости проведены перпендикуляр <math>CB</math>, который равен 5 см, и наклонные <math>CA</math> и <math>CE</math>. Вычислите расстояние от точки <math>C</math> до стороны треугольника <math>AE</math>.</p>	<p>Равнобедренный треугольник <math>ABE</math> находится в плоскости <math>\alpha</math>. Боковые стороны треугольника <math>ABE</math> равны по 10 см, а сторона основания <math>AE = 12</math> см. К этой плоскости проведены перпендикуляр <math>CB</math>, который равен 5 см, и наклонные <math>CA</math> и <math>CE</math>. Вычислите расстояние от точки <math>C</math> до стороны треугольника <math>AE</math>.</p>

<p>Прямоугольный треугольник <math>MBE</math> (<math>\sphericalangle M=90^\circ</math>) находится в плоскости <math>\alpha</math>.  <math>BE=10</math> см, а <math>ME=8</math> см. К этой плоскости проведён перпендикуляр <math>CB</math> длиной 4 см. Вычисли расстояние от точки <math>C</math> до стороны треугольника <math>ME</math>.</p>	<p>Прямоугольный треугольник <math>MBE</math> (<math>\sphericalangle M=90^\circ</math>) находится в плоскости <math>\alpha</math>.  <math>BE=10</math> см, а <math>ME=6</math> см. К этой плоскости проведён перпендикуляр <math>CB</math> длиной 6 см. Вычисли расстояние от точки <math>C</math> до стороны треугольника <math>ME</math>.</p>
---	---

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

### Практическое занятие №41

#### Нахождение площади ортогональной проекции многоугольника

**Цель:** формирование знаний о параллельное проектирование

#### Выполнение практических заданий.

Решить задачи:

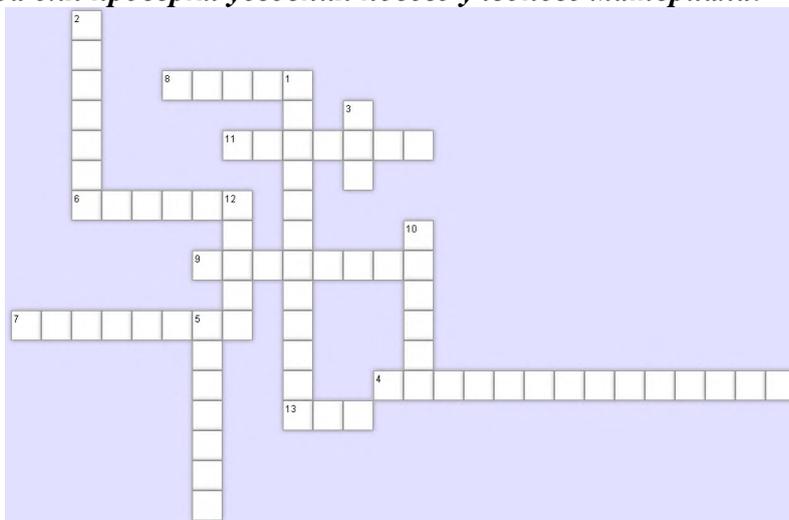
- 1) Каковы проекции двух прямых на плоскость, если: а) прямые пересекаются; б) прямые скрещиваются; в) прямые параллельны.
- 2) На модели куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  укажите проекции на плоскость грани  $AA_1 B_1 B$  отрезков  $C_1 D_1$ ,  $AD$ ,  $C_1 D$  и  $DB_1$ , треугольников  $C_1 CD$  и  $ACD$ , квадрата  $BB_1 C_1 C$ .
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см, а острый угол  $60^\circ$ . Найдите площадь проекции этого треугольника на плоскость, составляющую с плоскостью треугольника угол  $30^\circ$ .
- 4) Стороны треугольника равны 3,9 см, 4,1 см и 2,8 см. Найдите площадь его проекции на плоскость, составляющую с плоскостью треугольника угол  $60^\circ$ .

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

### Тема 6.2 Многогранники и круглые тела.

**Решение кроссворда для проверки усвоения нового учебного материала:**



#### Вопросы:

- 1) Геометрическое тело, составленное из многоугольников.
- 2) Тело, составленное из восьми равносторонних треугольников.
- 3) Тело, ограниченное сферой.
- 4) Тело, составленное из шести параллелограммов.
- 5) Отрезок, соединяющий две точки сферы, проходящий через ее центр.
- 6) Половина диаметра.
- 7) Многогранник, составленный из  $n$ -угольника и  $n$  треугольников.
- 8) ... прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.

- 9) Тело, составленное из четырех треугольников.  
 10) Многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и  $n$  параллелограммов.  
 11) ... круга равна произведению числа "пи" на квадрат радиуса.  
 12) Поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на равном расстоянии от данной точки.  
 13) Параллелепипед, все грани которого являются квадратами.

**Ответы:**

- 1) Многогранник  
 2) Октаэдр  
 3) Шар  
 4) Параллелепипед  
 5) Диаметр  
 6) Радиус  
 7) Пирамида  
 8) Объем  
 9) Тетраэдр  
 10) Призма  
 11) Площадь  
 12) Сфера  
 13) Куб

**Тестирование по вариантам для проверки усвоения нового учебного материала:****1 вариант**

1. Верное утверждение  
 а) параллелепипед состоит из шести треугольников;  
 б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку;  
 в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.
2. Количество ребер шестиугольной призмы  
 а) 18  
 б) 6  
 в) 24  
 г) 12  
 д) 15
3. Наименьшее число граней призмы  
 а) 3  
 б) 4  
 в) 5  
 г) 6  
 д) 9
4. Не является правильным многогранником  
 а) правильный тетраэдр;  
 б) правильная призма;  
 в) правильный додекаэдр;  
 г) правильный октаэдр.
5. Верное утверждение:  
 а) выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер;  
 б) правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр – это одно и то же;  
 в) площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту.
6. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется

- а) диагональю;
- б) медианой;
- в) апофемой.

7. Свойство пирамиды: если две грани пирамиды перпендикулярны основанию, то их линия пересечения является
- а) высотой пирамиды
  - б) апофемой пирамиды
  - в) радиусом окружности, описанной около основания
8. Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий
- а) любые две вершины многогранника;
  - б) две вершины, не принадлежащие одной грани;
  - в) две вершины, принадлежащие одной грани.

### 2 вариант

1. Верное утверждение
- а) тетраэдр состоит из четырех параллелограммов;
  - б) отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелепипеда, называется его диагональю;
  - в) параллелепипед имеет всего шесть ребер.
2. Количество граней шестиугольной призмы
- а) 6
  - б) 8
  - в) 10
  - г) 12
  - д) 16
3. Наименьшее число ребер призмы
- а) 9
  - б) 8
  - в) 7
  - г) 6
  - д) 5
4. Не является правильным многогранником
- а) правильный тетраэдр;
  - б) правильный додекаэдр;
  - в) правильная пирамида;
  - г) правильный октаэдр.
5. Верное утверждение:
- а) правильный додекаэдр состоит из восьми правильных треугольников;
  - б) правильный тетраэдр состоит из восьми правильных треугольников;
  - в) правильный октаэдр состоит из восьми правильных треугольников.
6. Усеченная пирамида называется правильной, если
- а) ее основания – правильные многоугольники;
  - б) она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию;
  - в) ее боковые грани – прямоугольники.
7. Свойство пирамиды: если боковые ребра пирамиды равнонаклонены к основанию, то они равны, а вершина пирамиды проектируется в центр окружности
- а) описанной около основания;
  - б) вписанной в основание;
  - в) основания.
8. Апофема – это
- а) высота пирамиды;
  - б) высота боковой грани пирамиды;
  - в) высота боковой грани правильной пирамиды

**Объекты оценивания: 34**

### Практическое занятие №42

#### Нахождение основных элементов призм и пирамид.

**Цель:** закрепление понятий: пирамида, площадь боковой и полной поверхности пирамиды; воспитание познавательной активности, показать возможность применения пирамиды в различных областях. **Закрепление понятий:** прямоугольный параллелепипед, линейные размеры, диагональ, площадь боковой и полной поверхности призмы; содействовать воспитанию интереса к математике и ее приложениям.

**Выполнение практических заданий для нахождения основных элементов пирамиды:**

#### Вариант 1

1. Сколько ребер у шестиугольной пирамиды:

а)6; б)12; в)18; г)24;

2. Какое наименьшее число граней может иметь пирамида:

а)5; б)4 в)10; г)6

3. Подтвердите или опровергните следующие утверждения: Да ^ нет

а) Многогранник, составленный из n-треугольников, называется пирамидой;

б) Пирамида называется правильной, если ее основание – правильный многоугольник;

в) Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется апофемой;

**4.Задача.** Крыша башни имеет вид правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания равна 12 м, а высота 18 м. Сколько понадобится плиток на покрытие этой крыши, если каждая плитка имеет вид прямоугольника со сторонами 22 см и 18 см.

#### Вариант 2

1. Сколько граней у шестиугольной пирамиды:

а)6; б)7; в)8; г)10;

2. Какое наименьшее число ребер может иметь пирамида:

а)6; б)5; в)4; г)7;

3 Подтвердите или опровергните следующие утверждения: Да ^ нет

а) Высота пирамиды называется высотой грани;

б) Площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту;

в) Пирамида называется правильной, если ее основание – правильный многоугольник;

**4.Задачи.** Одно из самых грандиозных сооружений древности – пирамида Хеопса – имеет форму правильной четырехугольной пирамиды с высотой 150 м и боковым ребром 220 м. Найдите площадь боковой поверхности

#### Вариант 3

1. Сколько ребер у четырехугольной пирамиды:

а)6; б)12; в) 8

2. Какое наименьшее число граней может иметь пирамида:

а)5; б)4 в)10; г)6

3.Подтвердите или опровергните следующие утверждения: Да ^ нет

а)Существует ли четырехугольная пирамида, у которой противоположные боковые грани перпендикулярны к основанию?

б)Высота пирамиды, это перпендикуляр, проведенный из вершины к основанию.

в)Общая точка боковых граней пирамиды называется вершиной

**4.Задача.** Крыша имеет форму пирамиды с квадратным основанием 4,5 м x 4,5 м и высотой 4 м. Сколько листов железа размером 70 см x 140 см нужно для покрытия крыши, если на отходы нужно добавить 10% площади крыши?

**Выполнение практических заданий для нахождения основных элементов призмы:**

#### Вариант 1

1. Сколько ребер у шестиугольной призмы?

Ответ: а)18, б)24, в)12.

2.Выберите верное утверждение.

а) призма называется правильной, если ее основания - правильные многоугольники;

- б) у треугольной призмы две диагонали;  
в) высота призмы равна ее боковому ребру;

**3.Задача** . Найдите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 2м, 3м, 5м.

**4. Задача.** Коллекционер заказал аквариум, имеющий форму правильной четырехугольной призмы. Сколько квадратных метров стекла необходимо для изготовления аквариума, если сторона основания 70 см, а высота 60 см?

#### Вариант 2

1.Сколько граней у шестиугольной призмы?

Ответ: а)6, б)8, в)10

2. Выберите верное утверждение.

а) площадь полной поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней и основания;

б) у треугольной призмы нет диагоналей;

в) высота прямой призмы равна ее боковому ребру;

**3.Задача.** Найдите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 3см, 4см, 5см.

**4. Задача** Необходимо изготовить короб с крышкой для хранения картофеля в форме прямой призмы высотой 0,7 м. В основании призмы лежит прямоугольник со сторонами 0,4 м и 0,6 м. Сколько фанеры понадобится для изготовления короба?

#### Вариант 3

1.Сколько граней у четырехугольной призмы?

Ответ: а)6, б)8, в)10

2. Выберите верное утверждение.

а) У  $n$  – угольной призмы  $2n$  ребер;

б) площадь полной поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней;

в) у треугольной призмы три диагонали;

**3.Задача.** Сколько необходимо купить листов 8 – волнового шифера размером 1750\*1130 мм на покрытие крыши здания длиной 10 м. Фронтон имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 м и катетом 7 м.

**4. Задача.** Нужно оклеить обоями типа «рогожка», комнату, длина которой 6м, ширина 4м, высота 3м, площадь окон и дверей составляет  $\frac{1}{5}$  всей площади стен. Сколько нужно рулонов обоев для оклейки комнаты, если длина рулона 12 м, а ширина 50 см?

*Задание выполнить в тетради для практических работ.*

**Объекты оценивания:У4**

### Практическое занятие №43

#### Нахождение площади сечения многогранников.

**Цель:** Закрепление умения и знания нахождения площади сечения многогранников.

**Выполнение практических заданий.**

Вариант 1	Вариант 2
<p>Какой многоугольник с наибольшим числом сторон может получиться в сечении тетраэдра?</p> <p><input type="radio"/> шестиугольник</p> <p><input type="radio"/> четырехугольник</p> <p><input type="radio"/> пятиугольник</p> <p><input type="radio"/> треугольник</p>	<p>Какой многоугольник с наибольшим числом сторон может получиться в сечении <math>n</math>-угольной призмы?</p> <p><input type="radio"/> <math>n - 1</math>-угольник</p> <p><input type="radio"/> <math>n + 2</math>-угольник</p> <p><input type="radio"/> <math>n + 1</math>-угольник</p> <p><input type="radio"/> <math>n</math>-угольник</p>

<p><b>Может ли в сечении куба <math>A...D_1</math> плоскостью получиться квадрат?</b></p> <p><input type="radio"/> да, например, сечение, проходящее через вершины куба <math>a, a_1, c</math></p> <p><input type="radio"/> нет</p> <p><input type="radio"/> да, это любое сечение, перпендикулярное грани куба</p> <p><input type="radio"/> да, это любое сечение, параллельное грани куба</p>	<p><b>Может ли в сечении куба <math>A...D_1</math> плоскостью получиться равнобедренный треугольник?</b></p> <p><input type="radio"/> да, например, сечение, проходящее через вершины куба <math>a, a_1, c</math></p> <p><input type="radio"/> да, например, сечение, проходящее через вершину куба <math>a_1</math> и точки <math>e, f</math> — середины ребер <math>av</math> и <math>vc</math></p> <p><input type="radio"/> да, например, сечение, проходящее через вершину куба <math>v_1</math> и точки <math>e, f</math> — середины ребер <math>av</math> и <math>vc</math></p> <p><input type="radio"/> нет</p>
Построить сечение	
Треугольной пирамиды $PABC$ плоскостью $\alpha = (MKH)$ , где $M \in PC, K \in AB, H \in PB$ .	Четырехугольной пирамиды $PABCD$ плоскостью $\alpha = (MKH)$ , где $M \in PD, K \in PC, H \in PA$ .
Прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью $\alpha = (MKH)$ , где $M \in BB_1, K \in CC_1, H \in AB$ .	Прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью $\alpha = (MKH)$ , где $M \in B_1 C_1, K \in CC_1, H \in AA_1$
Построить развертку	
трехгранной призмы	Наклонного цилиндра

### Задание

1. В прямой треугольной призме стороны основания равны 10 см, 17 см и 21 см, а высота призмы 18 см. Найдите площадь сечения, проведенного через боковое ребро и меньшую высоту основания.
2. Боковое ребро наклонной призмы равно 15 см и наклонено к плоскости основания под углом 30 градусов. Найдите высоту призмы.
3. В правильной четырехугольной призме площадь основания  $144 \text{ см}^2$ , а высота 14 см. Найдите диагональ призмы.
4. Расстояние между параллельными прямыми, содержащими боковые ребра наклонной треугольной призмы, равны 2 см, 3 см и 4 см, а боковые ребра 5 см. Найдите боковую поверхность призмы.
5. У параллелепипеда три грани имеют площади  $1 \text{ м}^2$ ,  $2 \text{ м}^2$  и  $3 \text{ м}^2$ . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?
6. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол в 60 градусов.
7. В прямом параллелепипеде боковое ребро 1 м, стороны основания 23 дм и 11 дм, а диагонали основания относятся, как 2:3. Найдите площади диагональных сечений.
8. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда 8 дм. Найдите площадь диагонального сечения.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

## Тема 6.3. Тела и поверхности вращения

Заполнение таблицы для проверки усвоения нового учебного материала:

Формулы площади поверхности и объема тел вращения			
Название тела	Формула площади бок. поверхности	Формула площади полной поверхности	Формула объема
Цилиндр			
Конус			
Усеченный конус			
Шар			

Решение задач для усвоения нового учебного материала:

- Объем цилиндра  $1,92 \text{ м}^2$ , а площадь боковой поверхности равна  $0,48 \text{ м}^2$ . Найти радиус основания цилиндра.
- В прямой треугольной призме стороны основания равны  $5,2 \text{ дм}$ ;  $14,8 \text{ дм}$ ;  $16 \text{ дм}$ . Найти площадь боковой поверхности призмы, если высота её равна  $20 \text{ дм}$ .
- Дана правильная четырехугольная пирамида, высота которой  $5 \text{ см}$ , а апофема  $13 \text{ см}$ . Найдите периметр основания.
- Найти площадь полной поверхности конуса, образующая которого равна  $10 \text{ см}$ , а высота  $6 \text{ см}$ .
- Найти площадь полной поверхности конуса радиуса  $3 \text{ м}$  и высотой  $4 \text{ м}$ .
- В прямой треугольной призме стороны основания равны  $5,2 \text{ дм}$ ;  $14,8 \text{ дм}$ ;  $16 \text{ дм}$ . Найти площадь полной поверхности призмы, если высота её равна  $20 \text{ дм}$ .
- Найти площадь полной поверхности правильной 6-угольной призмы, все стороны которой по  $3 \text{ м}$ .
- Найти площадь боковой поверхности пирамиды, в основании которой лежит ромб с диагоналями  $8 \text{ м}$  и  $6 \text{ м}$ ; высота пирамиды, равная  $1 \text{ м}$ , проходит через точку пересечения диагоналей ромба.
- В конусе образующая равна  $l = 10$  и составляет с высотой конуса угол  $\alpha = 45^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности конуса.
- Диаметр основания конуса равен  $48 \text{ см}$ , а его высота  $18 \text{ см}$ . Найти площадь боковой поверхности конуса.
- В прямоугольном параллелепипеде измерения относятся, как  $3:6:22$ , а его диагональ равна  $23 \text{ см}$ . Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда.
- Образующая конуса равна  $6 \text{ см}$ , а угол между нею и плоскостью основания равен  $60^\circ$ . Найдите объем конуса.
- Образующая конуса равна  $6 \text{ см}$ , а угол между нею и плоскостью основания равен  $60^\circ$ . Найдите объем конуса.
- Объем цилиндра  $1,92 \text{ м}^2$ , а площадь боковой поверхности равна  $0,48 \text{ м}^2$ . Найти радиус основания цилиндра.
- Найти площадь полной поверхности правильной 4-угольной призмы, все стороны которой равны  $3 \text{ м}$ .

Объекты оценивания: 34

### Практическое занятие №44

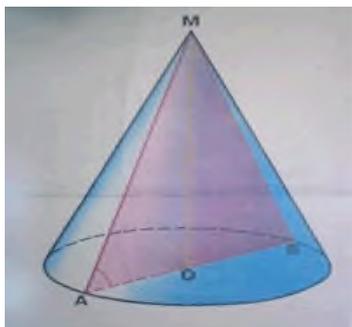
#### Нахождение основных элементов цилиндра, конуса, шара

**Цель:** Способствовать формированию умений и навыков по вычислению площади поверхности цилиндра, конуса, шара.

**Выполнение практических заданий.**

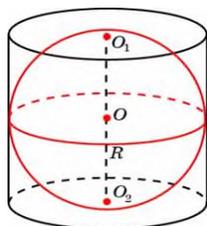
#### 1 вариант

1. Площадь осевого сечения прямого круглого цилиндра равна 24. Найдите площадь его боковой поверхности.
2. Высота цилиндра 6дм, радиус основания 5дм. Найдите боковую поверхность цилиндра.
3. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$  и равна 20 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
4. Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

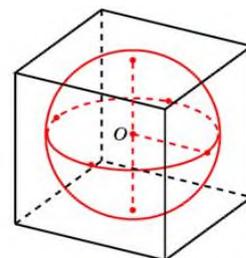


5. Образующая конуса равна 18 см и наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.
6. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 1,5 раза?
7. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в три раза?
8. Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

9. Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.
10. Объем шара равен  $972\pi$ . Найдите площадь его поверхности.

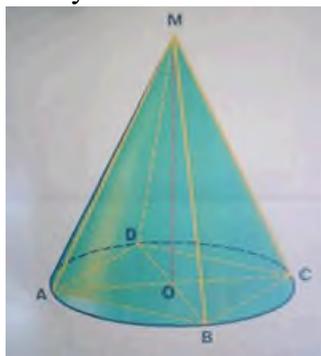


11. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 81. Найдите площадь поверхности шара.
12. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите площадь поверхности этого шара.



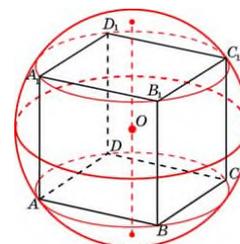
#### 2 вариант

1. Площадь осевого сечения прямого круглого цилиндра равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 13 см, высота 5см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна  $8\sqrt{2}$  см и образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
4. Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

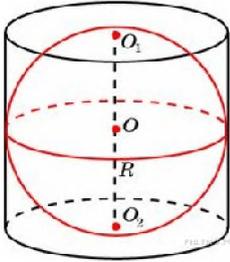


5. В конус, высота которого 20 см, вписана пирамида. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 18 см и 20 см. Найдите образующую и радиус основания конуса, площадь поверхности конуса.
6. Площадь осевого сечения конуса равна  $0,6\text{ см}^2$ . Высота конуса равна 1,2 см. Вычислить площадь полной поверхности конуса.
7. Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если его радиус увеличить в два раза?
8. Радиусы двух шаров равны 6, 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.

9. Площадь большого круга шара равна 1. Найдите площадь поверхности шара.
10. Объем шара равен  $36\pi$ . Найдите площадь его поверхности



11. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 54. Найдите площадь поверхности шара.



12. Около куба с ребром  $\sqrt{3}$  описан шар. Найдите площадь поверхности этого шара.

За каждое задание практической работы получаете 2 баллов.

#### Вопросы для самоконтроля

1. Как вычисляется площадь поверхности цилиндра?
2. Как вычисляется площадь поверхности конуса?
3. Как вычисляется площадь поверхности шара?

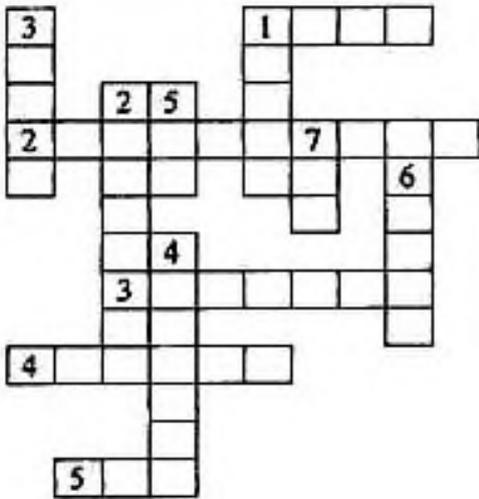
**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

### Тема 6.4. Измерения в геометрии

**Решение кроссворда для проверки знаний по темам 6.1, 6.2, 6.3.**

**Вопросы к кроссворду:**



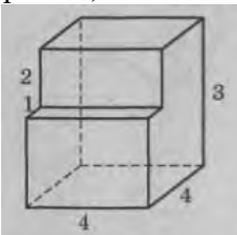
**По горизонтали.** 1. Фигура на плоскости, все точки которой расположены не далее данного расстояния от одной точки. 2. Прямая, при вращении которой вокруг оси образуется боковая поверхность цилиндра, конуса. 3. Тело, полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон. 4. Угол между высотой и плоскостью основания конуса. 5. Тело, полученное вращением круга вокруг оси, лежащей в плоскости круга и не пересекающей его.

**По вертикали.** 1. Тело, полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов. 2. Плоская фигура, при вращении которой образуется усечённый конус. 3. Тело вращения, являющееся верхней частью архитектурного сооружения. 4. Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через центр шара. 5. Тело, полученное вращением полукруга вокруг его диаметра. 6. Фигура, полученная вращением полуокружности вокруг её диаметра. 7. Тело вращения, об устойчивости движения которого написана известная работа великой русской женщины – математика.

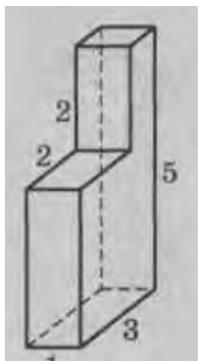
диаметра. 6. Фигура, полученная вращением полуокружности вокруг её диаметра. 7. Тело вращения, об устойчивости движения которого написана известная работа великой русской женщины – математика.

**Решение задач для усвоения нового учебного материала:**

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

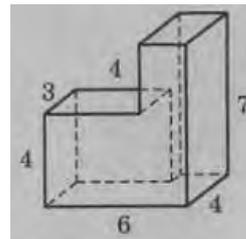


2. Во сколько раз нужно увеличить высоту цилиндра, не меняя его основание, чтобы объем увеличился в 4 раза?
3. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 литров воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали?

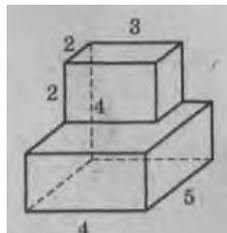


4. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).
5. Найдите объем конуса, если его образующая равна 13 см, радиус основания 5 см.
6. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 9 см и 10 см, одна из диагоналей которого 17 см; боковое ребро 6 см. Вычислить его объём.

7. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

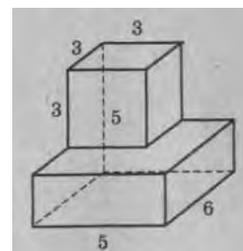
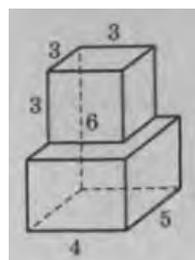


9. В конусе площадь осевого сечения равна 6, а высота равна 2. Найдите объем конуса.

б, а высота равна 2. Найдите

10.

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые). Образующая конуса равна 8 см, а угол между нею и плоскостью основания равен  $60^\circ$ . Найдите объем конуса.



11. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

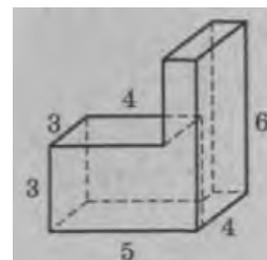
двугранные углы прямые).

12. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10 м, а образующая равна 6 м. Найдите объем цилиндра.

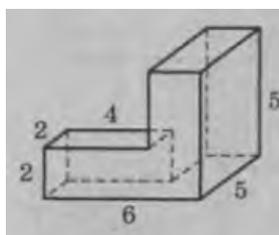
13. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 6 см, а высота 10 см. Найдите объем призмы.

14. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 9 см и 10 см, одна из диагоналей которого 17 см; боковое ребро 6 см. Вычислить его объём.

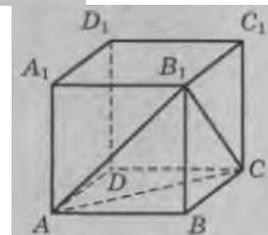
15. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



16. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



17. Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 1,8. Найдите объем треугольной пирамиды  $ABC B_1$ .
18. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 4 и 6 дм, а наименьшая диагональ параллелепипеда равна 10 дм. Найдите объем параллелепипеда.
19. Найдите объем конуса, если его образующая равна 13 см, радиус основания 5 см.
20. В равнобокий цилиндр с основанием радиуса 8 м вписана правильная треугольная призма. Найдите объем призмы.
21. Диаметр основания конуса равен 48 см, а его высота 18 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
22. В конусе образующая равна  $l = 10$  м и составляет с высотой конуса угол  $\alpha = 30^\circ$ . Найдите площадь поверхности конуса.

**Объекты оценивания: 34**

### Практическое занятие №45

#### Решение задач на нахождение площадей поверхностей геометрических тел

**Цель:** Знание и применение формул для вычислений площадей поверхностей геометрических тел.

**Выполнение практических заданий:**

Вариант 1	Вариант 2
Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 12 см и острый угол равен $30^\circ$ . Все двугранные углы при основании равны $60^\circ$ . Вычисли высоту и площадь боковой поверхности пирамиды.	Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 32 см и острый угол равен $30^\circ$ . Все углы, которые образуют боковые грани с плоскостью основания, равны $60^\circ$ . Вычисли высоту и площадь боковой поверхности пирамиды.
Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.	Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$ , а высота равна 2.
Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 6 мм и 8 мм. Боковое ребро равно 5 мм. Вычисли площадь диагонального сечения.	Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 15 м и 20 м. Боковое ребро равно 9 м. Вычисли площадь диагонального сечения.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

### Практическое занятие №46

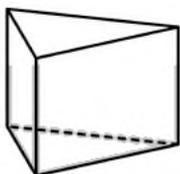
#### Решение задач на нахождение объемов геометрических тел.

**Цель:** способствовать развитию логического мышления и пространственного воображения обучающихся при решении задач на нахождение объема.

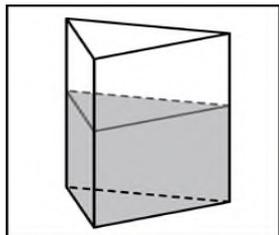
**Выполнение практических заданий.**

- Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 3, боковое ребро равно 6. Найдите объем призмы.
2. Сторона основания правильной треугольной призмы равна  $2\sqrt{3}$  см, а высота – 5 см. Найдите объем призмы.

3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 8. Объем призмы равен 80. Найдите ее боковое ребро.



4. В основании правильной четырёхугольной призмы лежит квадрат со стороной 6 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объём призмы.



5. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого?

#### Задания для самостоятельного решения:

1. Если высота конуса 15 см, а радиус основания 8 см, то чему равна образующая конуса?
2. Образующая конуса равна 7 см, а высота – 6 см. Вычислите объём конуса.
3. Равнобедренный треугольник с основанием 8 см и боковыми сторонами по 5 см вращается вокруг высоты, проведенной к основанию. Вычислите объём тела вращения.
4. В цилиндрическую банку диаметром 10 см опустили в жидкость деталь. Вычислите объём детали, если высота жидкости в банке поднялась на 4 см.
5. Прямоугольник со сторонами 5 см и 4 см вращается вокруг большей стороны. Вычислите объём тела вращения.
6. Высота цилиндра равна 10 см, а радиус его основания – 5 см. Плоскость пересекает цилиндр параллельно его оси и удалена от нее на 4 см. Вычислите площадь сечения.
7. Радиус шара равен 3 см. Найдите объём шара.
8. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен  $288\pi$ , а площадь сечения равна  $27\pi$ .
9. Найдите объём шара, площадь поверхности которого равна  $108\pi \text{ см}^2$ .
10. Площадь большого круга шара равна  $3\pi \text{ см}^2$ . Найдите объём шара.
11. Найдите объём шарового сектора, если радиус шара равен  $3\sqrt{2}$  см, а радиус окружности основания -  $\sqrt{10}$  см.
12. Измерения прямоугольного параллелепипеда: 15 м, 50 м и 36 м. Найти ребро равновеликого ему куба.
13. Измерения прямоугольного бруса: 3 см, 4 см и 5 см. Если увеличить каждое его ребро на  $x$  см, то поверхность увеличится на  $54 \text{ см}^2$ . Как увеличится его объём?
14. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4. Найти объём цилиндра.
15. Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, каждое из боковых ребер равно 12,5 м. Найти объём пирамиды.
16. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны по 6 см, а основание 8 см. Боковые ребра равны между собой и равны 9 см. Найти объём пирамиды.
17. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 8 см и 15 см и образуют угол в  $60^\circ$ . Меньшая диагональ параллелепипеда составляем с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найти объём параллелепипеда.
18. Высота и образующая конуса относятся как 4:5, а объём конуса равен  $96\pi \text{ см}^3$ . Найти полную поверхность конуса.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

## Тема 6.5 Координаты и векторы

**Устный опрос для проверки усвоения нового учебного материала:**

1. Действия над векторами в координатной форме.
2. Сложение, вычитание векторов.
3. Правило параллелограмма.
4. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Постройте векторы:

$$1) 2\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b};$$

$$2) -2(\vec{a} + \vec{b});$$

$$3) -2\vec{a} - 2\vec{b};$$

$$4) \frac{1}{2}(3\vec{a})$$

**Решение задач для проверки усвоения нового учебного материала:**

$$1. \text{ Дано } \vec{a} = i - 3j + k; \vec{b} = -2i + k. \text{ Найти } \vec{c} = \vec{a} - \vec{b}.$$

2. Даны векторы  $\vec{a} = \{5; 1; 3\}$  и  $\vec{b} = \{-2; 1; 1\}$ . Тогда сумма координат вектора  $\vec{a} - 2\vec{b}$  равна ...

$$3. \text{ Дано } \vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, m = a + b. \text{ Найти } |m|.$$

$$4. \text{ Дано } p = (6; 4); q = (-4; 3). \text{ Найти } |p + q|.$$

$$5. \text{ Дано } a = \{3; 5\}; b = \{-5; -3\}. \text{ Найти } |2\vec{a} + b|.$$

$$6. \text{ Дано } a = \{3; 4\}; b = \{-4; -3\}. \text{ Найти } (a; b). \text{ Ответ округлите до целых.}$$

$$7. \text{ Дано } a = i - 2j + k; b = -2i + 5k. \text{ Найти } c = 4a - 3b.$$

$$8. \text{ Дано } p = (10; -5); q = (0; 5). \text{ Найти } |p - 3q|.$$

$$9. \text{ Дано } a = i - 2j + k; b = -2i + 5k. \text{ Найти } c = 2a - 4b.$$

$$10. \text{ Дано } p = (5; -3); q = (-3; 8). \text{ Найти } |p - 2q|. \text{ Ответ округлите до целых.}$$

$$11. \text{ Дано } a = i - 2j + k; b = -2i + 5k. \text{ Найти } c = 2a - 3b.$$

$$12. \text{ Дано } a = \frac{5}{2}i - 4j + 3k; b = 2i - 5j - 7k. \text{ Найти } a - b.$$

$$13. \text{ Дано } p = (2; -4); q = (-3; 3). \text{ Найти } |p - 2q|. \text{ Ответ округлите до целых.}$$

**Объекты оценивания: 34**

**Практическое занятие №47****Выполнение действий над векторами. Декартова система координат в пространстве.  
Действия с векторами, заданными координатами.****Цель:***знать:*

- формулы для вычисления расстояния между двумя точками;
- формулы для вычисления координат середины отрезка;

*уметь:* вычислять расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка.**Выполнение практических заданий.****Задания:**

- 1) Вычислите периметр треугольника  $ABC$ , если  $A(4; 0)$ ,  $B(12; -2)$ ,  $C(5; -9)$ .
- 2) Вычислите длину медианы  $AM$  треугольника  $ABC$ , вершины которого имеют координаты  $A(0; 1)$ ,  $B(1; -4)$ ,  $C(5; 2)$ .
- 3) Докажите, что треугольник  $ABC$  – равнобедренный и вычислите его площадь, если вершины которого имеют координаты  $A(-4; 1)$ ,  $B(-2; 4)$ ,  $C(0; 1)$ .
- 4) Докажите, что четырехугольник  $ABCD$  является параллелограммом, и вычислите его диагонали, если  $A(1; 1)$ ,  $B(6; 1)$ ,  $C(7; 4)$ ,  $D(2; 4)$ .
- 5) Докажите, что четырехугольник  $ABCD$  является прямоугольником, и вычислите его площадь, если  $A(-3; -1)$ ,  $B(1; -1)$ ,  $C(1; -3)$ ,  $D(-3; -3)$ .

**Устные вопросы для проверки знаний:**

1. Запишите формулу для вычисления координат середины отрезка.
2. Запишите формулу для вычисления расстояния между двумя точками.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.****Объекты оценивания: У4****Практическое занятие №48****Нахождение величины угла между двумя векторами****Цель:***знать:*

- формулы для вычисления расстояния между двумя точками;
- формулы для вычисления координат середины отрезка;

*уметь:*

- использовать формулы расстояния между двумя точками и формулу для вычисления координат середины отрезка при решении задач координатным методом.

**Выполнение практических заданий.****Задания:**

- 1) Доказать, что треугольник с вершинами  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(0; -2; 2)$ ,  $C(-3; 2; 1)$  равнобедренный.
- 2) На оси абсцисс найти точку, расстояние от которой до точки  $A(-3; 4; 8)$  равно 12.
- 3) На оси ординат найти точку, равноудаленную от точек  $A(1; -3; 7)$  и  $B(5; 7; -5)$ .
- 4) Даны вершины  $A(2; -1; 4)$ ,  $B(3; 2; -6)$ ,  $C(-5; 0; 2)$  треугольника. Вычислить длину его медианы, проведенной из вершины  $A$ .
- 5) Даны две вершины  $A(2; -3; -5)$ ,  $B(-1; 3; 2)$  параллелограмма  $ABCD$  и точка пересечения его диагоналей  $E(4; -1; 7)$ . Определить две другие вершины этого параллелограмма.
- 6) Вычислить координаты концов отрезка, который разделен точками  $C(2; 0; 2)$  и  $D(5; -2; 0)$  на три равные части.

**Устные вопросы для проверки знаний:**

1. Запишите формулы для вычисления расстояния между двумя точками.
2. Запишите формулы для вычисления координат середины отрезка.
3. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.****Объекты оценивания: У4**

## Практическое занятие №49

## Нахождение скалярного произведения векторов

**Цель :**

*знать:* формулы для вычисления скалярного произведения векторов;

*уметь:* вычислять скалярное произведение векторов, угол между векторами.

Выполнение практических заданий.

**Задания**

1) Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны; вектор  $\vec{c}$  образует с ними углы, равные  $j = \frac{\rho}{3}$ ;

зная, что  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{c}| = 8$ , вычислить:  $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$ ,  $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c})^2$ .

2) Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен  $60^\circ$ .

Зная, что  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 6$ , определить модуль вектора  $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

3) Даны векторы  $\vec{a} = (4; -2; 4)$  и  $\vec{b} = (6; -3; 2)$ . Вычислить:  $\vec{a}\vec{b}$ ,  $\sqrt{\vec{a}^2}$ ,  $\sqrt{\vec{b}^2}$ ,  $(2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$ ,  $(\vec{a} + \vec{b})^2$ ,  $(\vec{a} - \vec{b})^2$ .

4) Даны точки  $A(-1; 3; -7)$ ,  $B(2; -1; 5)$ ,  $C(0; 1; -5)$ . Вычислить:  $\sqrt{AB^2}$ ,  $\sqrt{AC^2}$ ,  $(2\vec{AB} - \vec{CB})(2\vec{BC} + \vec{BA})$ .

**Устные вопросы для проверки знаний:**

1. Запишите формулы для вычисления скалярного произведения векторов.
2. Запишите формулу для вычисления угла между векторами.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

## Практическое занятие №50

## Использование координат и векторов при решении математических задач.

**Цель:**

*знать:* векторы и простейшие действия над ними;

*уметь:* применять правила действия над векторами при решении математических и прикладных задач.

**Выполнение практических заданий.**

Рассмотрим задачи трёх типов, которые целесообразно решать с помощью векторов.

*Первый тип: задачи, связанные с доказательством параллельности прямых и отрезков, прямых и плоскости*

**Пример**

Доказать что вектор, концами которого являются середины двух противоположных сторон четырехугольника, равен половине векторной суммы двух других противоположных сторон.

Решение:

пусть  $ABCD$  – четырехугольник,  $M$  – середина  $AB$ ,  $N$  – середина  $CD$ . Тогда необходимо

доказать, что  $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$ .

Пусть  $O$  – произвольная точка плоскости, соединим ее с вершинами и серединами двух сторон четырехугольника, выполним рисунок (рис. 86):

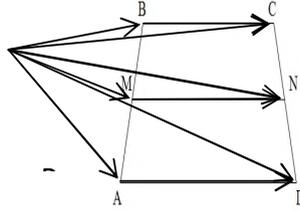


Рисунок 86.

По правилу деления отрезка в заданном отношении, имеем:

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}),$$

$$\overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$$

По правилу треугольника, имеем:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) - \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}). \end{aligned}$$

**Задача для самостоятельного решения №1.** Доказать, что средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

*Второй тип: задачи, в которых доказывается, что некоторая точка делит отрезок в заданном отношении*

### Пример

На стороне AC треугольника ABC взята точка M так, что  $|\overrightarrow{AM}| = \frac{1}{4}|\overrightarrow{AC}|$ , а на продолжении стороны BC такая точка N что  $|\overrightarrow{BN}| = |\overrightarrow{BC}|$ . В каком отношении точка P пересечения AB и MN делит каждый из этих отрезков.

Решение:

выполним рисунок (рис. 87), соответствующий условию задачи:

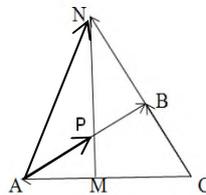


Рисунок 87.

Пусть и  $\frac{\overrightarrow{MP}}{\overrightarrow{PN}} = x$ ,  $\frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}} = y$ .

Выберем базисные векторы  $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$ .

Разложим вектор  $\overrightarrow{AP}$  по базисным двумя различными способами:

a)  $\frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}} = y$ , тогда  $\frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{AB}} = \frac{y}{y+1}$ , т.к. векторы  $\overrightarrow{AP}$  и  $\overrightarrow{AB}$  сонаправлены, то

$$\overrightarrow{AP} = \frac{y}{y+1} \overrightarrow{AB} = \frac{y}{y+1} (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) = \frac{y}{y+1} (\vec{a} - \vec{b}).$$

Т.е.

$$\overrightarrow{AP} = \frac{y}{y+1} \vec{a} - \frac{y}{y+1} \vec{b}.$$

б)  $\frac{\overrightarrow{MP}}{\overrightarrow{PN}} = x$ , тогда,  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{x+1} \overrightarrow{AM} + \frac{x}{x+1} \overrightarrow{AN}$ .

Но, по условию задачи  $|\overrightarrow{AM}| = \frac{1}{4} |\overrightarrow{AC}| = \frac{1}{4} |\vec{b}|$ ,  $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CA} = 2\vec{a} - \vec{b}$ , поэтому

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{x+1} \frac{1}{4} \vec{b} + \frac{x}{x+1} (2\vec{a} - \vec{b}).$$

В полученном выражении раскроем скобки, упростим, тогда получим:

$$\overrightarrow{AP} = \frac{2x}{x+1} \vec{a} - \frac{1+4x}{4(x+1)} \vec{b}.$$

Учитывая единственность разложения вектора по двум неколлинеарным векторам, получим систему:

$$\begin{cases} \frac{y}{y+1} = \frac{2x}{x+1}, \\ \frac{y}{y+1} = \frac{1+4x}{4(x+1)}. \end{cases}$$

Решая систему любым известным способом (сложением, подстановкой), получим:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}, \\ y = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Следовательно, точка  $P$  делит отрезок  $AB$  в отношении 2:3 и отрезок  $MN$  в отношении 1:4.

**Задача для самостоятельного решения №2.** На диагоналях  $AB_1$  и  $BC_1$  граней  $AA_1B_1B$  и  $BB_1C_1C$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взяты точки соответственно  $H$  и  $M$  так, что отрезки  $MN$  и  $A_1C$  параллельны. Найдите отношение длин этих отрезков (воспользуйтесь предложенным рис. 88).

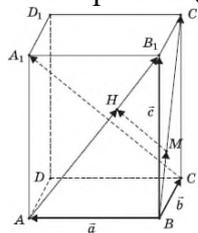


Рисунок 88.

*Третий тип: задачи на доказательство принадлежности трех и более точек одной прямой*

**Пример**

Точки  $M$  и  $N$  лежат соответственно на сторонах  $AD$  и  $BC$  четырехугольника  $ABCD$ , причем  $AM:MD=BN:NC=3:4$ . Докажите, что середины отрезков  $AB$ ,  $MN$  и  $CD$  лежат на одной прямой.

Решение:

выполним рисунок (рис. 89), соответствующий условию задачи

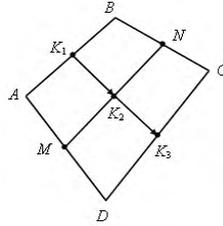


Рисунок 89.

Пусть  $K_1$  – середина  $AB$ ,  $K_2$  – середина  $MN$ ,  $K_3$  – середина  $CD$ . Используя формулы деления отрезка в заданном отношении, имеем:

$$\overrightarrow{K_1K_2} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN}),$$

$$\overrightarrow{K_1K_3} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}).$$

Из условия  $AM:MD=BN:NC=3:4$  следует, что

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{7}\overrightarrow{BC}.$$

Следовательно,

$$\overrightarrow{K_1K_2} = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{3}{7}\overrightarrow{K_1K_3}.$$

Т.о., векторы  $\overrightarrow{K_1K_2}$  и  $\overrightarrow{K_1K_3}$  коллинеарны, и, значит, точки  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  лежат на одной прямой.

**Задача для самостоятельного решения №3.** В пространстве расположены отрезки  $AB$  и  $A_1B_1$ . Точка  $M$  есть середина отрезка  $AB$ , точка  $M_1$  – середина  $A_1B_1$ . Докажите, что середины отрезков  $AA_1$ ,  $BB_1$ , и  $MM_1$  расположены на одной прямой.

**Задание выполнить в тетради для практических работ.**

**Объекты оценивания: У4**

## Контрольная работа №1 «Вычисление логарифмов»

Вариант №1

1. Решите показательные уравнения и неравенства: а)  $3^{2-x} = 1\frac{7}{9}$ ;

б)  $9^{3+x} + 9^{x+1} = 738 \times \frac{1}{81}$ ;

в)  $3^{x+1} + \frac{18}{3^x} - 29 = 0$ ;

г)  $2 \times \sqrt{\frac{1}{32}} \times 3^{2-\frac{1}{3}x} = 1\frac{1}{512}$ .

2. Решите логарифмические уравнения и неравенства:

а)  $\log_4(x+3) + \log_4(x-1) = 2 + \log_4 0,3125$ ;

б)  $\log_3^2(4x+1) - \log_3(4x+1)^3 + 2 = 0$ ;

в)  $\log_{\frac{1}{4}}(4x-5) < \log_{\frac{1}{4}}(2-x)$ .

3. Решите графически неравенство  $\log_{\frac{1}{4}} x^3 \geq 2x - 2$ .4. Найдите область определения логарифмической функции  $y = \lg(4^x - 2^x - 12) + \lg(4-x)$ .

Вариант №2

1. Вычислите:

а)  $\frac{2^{-2} + 5^0}{(0,5)^{-2} - 5 \times (-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75$ ;

б)  $4 : \frac{0,6 \times \sqrt{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} - 10 \sqrt[4]{1,5} : (0,25 \sqrt[4]{216 \sqrt[3]{9}})$ ;

в)  $81^{\frac{1}{\log_2 3}} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$ ;

г)  $\log_{\sqrt{3}} 27 + \log_{0,5} 4 - 4 \log_3^2 \sqrt{3}$ .

2. Укажите наименьшее значение функции на отрезке  $[0,5; 2]$ .

а)  $y = \frac{1}{2x}$ ;

б)  $y = \frac{9 \cdot 3^x}{4}$ ;

в)  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ .

3. Найдите область определения логарифмической функции  $y = \lg(x^2 - x - 12) + \lg(x - 4)$ .

## Контрольная работа №2 «Вычисление тригонометрических функций»

Вариант №1

1. Упростите выражение  $\frac{\sqrt{2} \cos a - 2 \cos \frac{a}{2} + a}{2 \sin \frac{a}{2} + a - \sqrt{2} \sin a}$ .

2. Вычислите  $\frac{1}{\cos 20^\circ} - 4 \sin 50^\circ$ .

3. Не вычисляя, определите знак выражения:

а)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \frac{23\pi}{12}$ ;

б)  $\sin 1 - \sin 9$ .

4. Укажите наименьший положительный период функции  $y = 2(1 - \cos 3x \cdot \sin 3x)$ . Докажите.

5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 1 + \sqrt{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$  и укажите, при каких значениях  $x$  оно достигается.

Вариант №2

1. Вычислите  $\cos(\beta - \alpha)$ , если  $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ ;  $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$  и  $\cos \beta = -\frac{3}{5}$ ;  $\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \pi$ .

2. Упростите  $\frac{\sin a + \cos \frac{a}{2}}{1 - \cos a + \sin \frac{a}{2}}$ .

3. Расположить числа в порядке убывания:

$\cos 40^\circ$ ;  $\cos \frac{14\pi}{9}$ ;  $\cos 1000^\circ$ ;  $\cos 1,6$ .

4. Постройте график функции  $y = 2 \sin x$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}]$  и укажите для значений  $x$ ,

принадлежащих этому отрезку:

а) множество значений функции;

б) промежутки возрастания и убывания;

в) точки, в которых функция принимает наименьшее значение;

г) нули функции;

д) участки постоянного знака;

е) количество корней уравнения  $2 \sin x = a$  в зависимости от  $a$ .

5.  $\frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} + 2 \times \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} - 3 = 0$ .

## Контрольная работа №3 «Вычисление производных функции».

## Вариант №1

1. Вычислите производные функций и найдите значение производной в точке  $x = 1$ :

а)  $y = 4x - 18$ ;

б)  $y = x^5 + 3x^3 - 12x^2$ ;

в)  $y = 2x^{-\frac{5}{2}}$ ;

г)  $y = 3\sqrt[3]{2x^4}$ ;

д)  $y = \sin 2x$ ;

е)  $y = \sqrt{x(x-1)}$ . 2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

функции  $y = \cos 2x$  в точке с абсциссой  $x = \frac{3\pi}{4}$ .

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x^2 - 4$ , которая наклонена к оси  $Ox$  под углом  $45^\circ$ .

## Вариант №2

1. Последовательность чисел задана формулой  $a_n = \frac{-n^2 + 4}{2n^2 - n + 2}$ .

а) Найдите, начиная с какого номера, члены последовательности будут являться отрицательными числами.

б) Определите предел этой последовательности.

2. Вычислите производные функций и найдите значение производной при  $x = 1$ :

а)  $y = 3x^4 - x^3 - 3 \cdot \frac{x^2}{7} + 5x + 9$ ;

б)  $y = 6\sqrt[3]{4x^2} - \frac{7}{x^3}$ ;

в)  $y = \frac{4x + 4}{x^2 - 2}$ ;

г)  $y = e^{2-x} \times \ln(2x)$ .

3. Определите, под какими углами парабола  $y = x^2 - x - 6$  пересекает ось абсцисс.

### 2.3 Оценка освоения учебной дисциплины

Предметом оценки освоения дисциплины являются умения, знания, профессиональные и общие компетенции, способность применять их в практической деятельности и повседневной жизни.

#### Критерии оценивания решения задач:

**Отметка «5»:** в логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом;

**Отметка «4»:** в логическом рассуждении и решения нет существенных ошибок, но задача решена нерациональным способом, или допущено не более двух несущественных ошибок.

**Отметка «3»:** в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущена существенная ошибка в математических расчетах.

**Отметка «2»:** имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении отсутствие ответа на задание.

#### Критерии оценки тестовых заданий:

Критерием оценки является уровень усвоения студентом материала, предусмотренного программой дисциплины, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания.

При верных ответах на:

60% тестовых заданий – оценка 3 (удовлетворительно);

75% тестовых заданий – оценка 4 (хорошо);

95% тестовых заданий – оценка 5(отлично).

#### Критерии оценки блиц-опроса:

Оценка «5» ставится, если:

1) студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;

3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

«4» – студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

«3» – студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «2» ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.

#### Критерии оценки при составлении алгоритма:

5 баллов - оценка «5» - письменное задание выполнено полностью, правильно и полно составлен алгоритм

4 балла - оценка «4» - письменное задание выполнено полностью, в основном правильно составлен алгоритм, но не совсем полно

3 балла - оценка «3» - письменное задание выполнено полностью, алгоритм составлен с замечаниями

2 балла - оценка «2» - письменное задание выполнено полностью, алгоритм не составлен

#### Критерии оценки кроссворда:

При верных ответах на:

60% заданий – оценка 3 (удовлетворительно);

75% заданий – оценка 4 (хорошо);

95% заданий – оценка 5(отлично).

**Критерии оценивания устных ответов:**

**Отметка «5»**

Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по теме, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Ответ изложен литературным языком с использованием современной терминологии. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.

**Отметка "4"**

Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен литературным языком с использованием современной терминологии. Могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя.

**Отметка "3"**

Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть значение обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.

**Критерии оценивания контрольной работы:**

«5» - 100-90% правильных вариантов (или 1 ошибка)

«4» - 89-70% правильных ответов (или 2-3 ошибки)

«3» - 69-50% верных вариантов (или 4-6 ошибок)

«2» - ниже (или 6-13 ошибок; от 13 ошибок –«1»)

**Критерии оценивания практических занятий:**

**Отметка «5» ставится, если:**

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

**Отметка «4» ставится, если:**

- выполнено 75-90% заданий;
- либо работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).

**Отметка «3» ставится, если:**

- выполнено 51-75% заданий;
- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

**Отметка «2» ставится, если:**

- выполнено менее 50% заданий;
- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

**Критерии оценивания промежуточной аттестации в форме экзамена.**

*Критерии оценивания решения задач.*

**Отметка «5»:** в логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом;

**Отметка «4»:** в логическом рассуждении и решения нет существенных ошибок, но задача решена нерациональным способом, или допущено не более двух несущественных ошибок.

**Отметка «3»:** в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущена существенная ошибка в математических расчетах.

**Отметка «2»:** имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении отсутствие ответа на задание.

## 2.4 Задания для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена

### Задания для проведения экзамена.

Место (время) выполнения задания в учебном кабинете

Максимальное время выполнения задания: 60 мин./час.,

Формируются экзаменационные билеты по 7 задач в каждом варианте. Задания выполняются письменно.

### Экзаменационные задания

#### 1 вариант

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}$$

2. Упростите выражение

$$\frac{\sqrt{2} \cos a - 2 \cos \frac{a}{4} + a}{2 \sin \frac{a}{4} + a - \sqrt{2} \sin a}$$

3. Решите уравнение

$$\log_2(6 - x^2) = \log_2 5x$$

4. Решите неравенство

$$4^{2x} + 2 \times 4^x - 24 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

#### 2 вариант

1. Вычислите

$$\log_3 \frac{\pi}{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$$

2. Вычислите  $\frac{1}{\cos 20^\circ} - 4 \sin 50^\circ$

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 3x + 10} = 2x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} - 6 \times 2^x - 16 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{6}}$$

2. Упростите  $\frac{\sin a + \cos \frac{a}{2}}{1 - \cos a + \sin \frac{a}{2}}$ .

3. Решите уравнение

$$\log_4(12 - x^2) = \log_4 x$$

4. Решите неравенство

$$5^{2x} + 2 \times 5^x - 35 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

4 вариант

1. Вычислите

$$\log_3 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

2. Вычислите производные функций и найдите значение производной в точке  $x = 1$ :

а)  $y = 4x - 18$ ;

б)  $y = x^5 + 3x^3 - 12x^2$ ;

в)  $y = 2x^{-\frac{5}{2}}$ ;

г)  $y = 3\sqrt[3]{2x^4}$ ;

д)  $y = \sin 2x$ ;

е)  $y = \sqrt{x}(x - 1)$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{8x^2 + 2x + 8} = 3x$$

4. Решите неравенство

$$3^{2x} - 7 \times 3^x - 18 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{\infty}{e} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\ddot{o}}{\emptyset}$$

2. Вычислите производные функций и найдите значение производной при  $x = 1$ :

а)  $y = 3x^4 - x^3 - 3 \cdot \frac{x^2}{7} + 5x + 9$ ;

б)  $y = 6 \sqrt[3]{4x^2} - \frac{7}{x^3}$ ;

в)  $y = \frac{4x + 4}{x^2 - 2}$ ;

3. Решите уравнение

$$\log_6(x^2 - 5) = \log_6 4x$$

4. Решите неравенство

$$7^{2x} - 3 \cdot 7^x - 28 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

6 вариант

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{\infty}{e} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \frac{\ddot{o}}{\emptyset}$$

2. Значение выражения  $\sqrt{2} + 3\sqrt{32} + 0,5\sqrt{128} - 6\sqrt{18} - \sqrt{2a^2} + \sqrt[4]{a^4} 4$  равно.

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 2x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} + 5 \cdot 2^x - 36 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4}$$

2. Корень уравнения  $\frac{x^2 - 1}{x} = x^2 - \frac{1}{x}$  равен

3. Решите уравнение

$$\log_3(10 - x^2) = \log_3 3x$$

4. Решите неравенство

$$6^{2x} - 4 \times 6^x - 12 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

8 вариант

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$$

2. Вычислите:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 81^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{-\frac{1}{3}}$

3. Решите уравнение

$$\sqrt{15x^2 - x + 12} = 4x$$

4. Решите неравенство

$$3^{2x} - 6 \times 3^x - 27 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}}{e} \cdot \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{\emptyset}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 2^{-1}}{64^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}$$

2. Вычислите:

3. Решите уравнение

$$\log_5(x^2 - 8) = \log_5 2x .$$

4. Решите неравенство

$$8^{2x} - 5 \times 8^x - 24 > 0 .$$

5. В вазе лежат яблоки: 8 зеленых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 зеленых и 2 красных яблока?

10 вариант

1. Вычислите

$$\log_3 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}}{e} \cdot \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{\emptyset}} \cdot \left( 49^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{1}{7} \right)^{-2} + 2^{-1} \cdot (-2)^{-2} \right)$$

2. Вычислите:

3. Решите уравнение

$$\sqrt{8x^2 + 4x + 5} = 3x .$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} - 3 \times 2^x - 40 > 0 .$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 8 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\cos \frac{\pi}{3}}{e}$$

2. Вычислите:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} - 2^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}}$

3. Решите уравнение

$$\log_4(12 - x^2) = \log_4 x$$

4. Решите неравенство

$$3^{2x} - 7 \times 3^x - 18 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

12 вариант

1. Вычислите

$$\log_3 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}}{e}$$

2. Вычислите:  $49^{-\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{12}} \cdot 7^{-\frac{3}{4}}$

3. Решите уравнение

$$\sqrt{8x^2 + 2x + 8} = 3x$$

4. Решите неравенство

$$5^{2x} + 2 \times 5^x - 35 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 7 зеленых и 9 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_3 \frac{\pi}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите:  $2\sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{15x^2 - x + 12} = 4x$$

4. Решите неравенство

$$6^{2x} - 4 \times 6^x - 12 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

14 вариант

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите  $\operatorname{tg} 60^\circ + 2\cos 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 45^\circ$ .

3. Решите уравнение

$$\log_3(10 - x^2) = \log_3 3x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} + 5 \times 2^x - 36 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$$

2. Вычислите:  $6\cos 30^\circ - 3\operatorname{tg} 60^\circ + 2\sin 45^\circ$

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 2x$$

4. Решите неравенство

$$7^{2x} - 3 \times 7^x - 28 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 9 зеленых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

16 вариант

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите  $\sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ + 4\sin 30^\circ - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 30^\circ$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{8x^2 + 2x + 8} = 3x$$

4. Решите неравенство

$$3^{2x} - 7 \times 3^x - 18 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{3}} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$$

2. Вычислите  $\sqrt{3} \sin \frac{\rho}{3} - 2 \cos \frac{\rho}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \frac{\rho}{3}$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{8x^2 + 2x + 8} = 3x$$

4. Решите неравенство

$$5^{2x} + 2 \times 5^x - 35 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

18 вариант

1. Вычислите

$$\log_3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$$

2. Вычислите  $2 \cos \frac{\rho}{3} + 2 \sin \frac{\rho}{6} - 2 \sin \frac{\rho}{4}$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 2x$$

4. Решите неравенство

$$6^{2x} - 4 \times 6^x - 12 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$$

2. Вычислите  $\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 2 \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$

3. Решите уравнение

$$\log_6(x^2 - 5) = \log_6 4x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} + 5 \times 2^x - 36 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 8 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

20 вариант

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите  $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - 2 \sin \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$

3. Решите уравнение

$$\log_3(10 - x^2) = \log_3 3x$$

4. Решите неравенство

$$3^{2x} - 6 \times 3^x - 27 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 11 зеленых и 4 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите  $2 \sin p - \cos 0 + \operatorname{tg} 0 + 3 \cos \frac{p}{2} - \sin \frac{3p}{3}$ .

3. Решите уравнение

$$\log_5(x^2 - 8) = \log_5 2x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} - 3 \times 2^x - 40 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 9 зеленых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

22 вариант

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{3}} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$$

2. Вычислите  $5 \sin 90^\circ + 2 \cos 0^\circ - 2 \sin 270^\circ + 10 \cos 180^\circ$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{8x^2 + 4x + 5} = 3x$$

4. Решите неравенство

$$3^{2x} - 7 \times 3^x - 18 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 9 зеленых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{4}$$

2. Найдите область определения функции

$$f(x) = \log_5 \frac{4x - x^2}{x + 9}$$

3. Решите уравнение

$$\log_4(12 - x^2) = \log_4 x$$

4. Решите неравенство

$$5^{2x} + 2 \times 5^x - 35 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

24 вариант

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{4}$$

2. Найдите область определения функции

$$f(x) = \log_5 \frac{4x - x^2}{x + 9}$$

3. Решите уравнение

$$\log_4(12 - x^2) = \log_4 x$$

4. Решите неравенство

$$5^{2x} + 2 \times 5^x - 35 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

1. Вычислите

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$$

2. Найдите область определения функции

$$f(x) = \log_5 \frac{x - 6}{x^2 + 3x}$$

3. Решите уравнение

$$\log_3(10 - x^2) = \log_3 3x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} + 5 \times 2^x - 36 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

26 вариант

1. Вычислите

$$\log_2 \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}$$

2. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{x + 4}{x^2 - 49}}$$

3. Решите уравнение

$$\sqrt{15x^2 - x + 12} = 4x$$

4. Решите неравенство

$$2^{2x} + 5 \times 2^x - 36 > 0$$

5. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

## 1.5 Пакет экзаменатора для промежуточной аттестации в форме экзамена

<b>ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА</b>		
<p><b>Задание практическое для экзамена в четвертом семестре.</b>            Формируются экзаменационные билеты по вариантам .            Задания выполняются письменно .            Место (время) выполнения задания в учебном кабинете            Максимальное время выполнения задания:60 мин./час.,</p>		
Результаты освоения (объекты оценивания)	Критерии оценки результата	Отметка о выполнении
У1 Умение решать задачи алгебры и начала анализа	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Выполнены арифметические действия над числами, с сочетанием устных и письменных приемов;</li> <li>- выполнены сравнения числовых выражений;</li> <li>- найдены значения корня, степени, логарифма, тригонометрических функций;</li> <li>-выполнены преобразования выражений, с применением формул, связанных со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;</li> <li><math>\frac{3}{4}</math> вычислены значения функций по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;</li> <li><math>\frac{3}{4}</math> определены основные свойства числовых функций, с иллюстрацией их на графиках;</li> <li><math>\frac{3}{4}</math> описаны с использованием понятия и анализа функции зависимости величин;</li> <li><math>\frac{3}{4}</math> решены рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, аналогичные неравенства;</li> </ul>	
У 2 Умение решать задачи тригонометрии	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Изображение углов вращения на окружности, соотношение величины угла с его расположением;</li> <li>-применение основных тригонометрических тождеств, формул приведения и основных формул тригонометрии: формул сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его;</li> <li>-обозначение на круге решения простейших тригонометрических неравенств;</li> <li>-применение при решении уравнений определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа.</li> </ul>	
У3 Умение решать задачи комбинаторик и, статистики и теории вероятностей.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- решены простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;</li> <li>-вычислены в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>- решены практические задачи на обработку числовых данных, вычислены их характеристик.</li> </ul>	

<p>У 4 Умение решать задачи геометрии</p>	<p>- Определены на чертежах и моделях различные случаи взаимного расположения прямых и плоскостей; - использована теория параллельного проектирования для обоснования построений и вычислений; - изображены многогранники и выполнены построения на изображениях и на моделях многогранников; - вычислены линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях ; - выполнена характеристика и изображены сечения, развертка многогранников, вычислены площади поверхностей; - решены задачи на вычисление площадей плоских фигур, с применением формул и фактов из планиметрии; - решены задачи на действия с векторами</p>	
---	--	--

### 3 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башмаков, М. И., Математика : учебник / М. И. Башмаков. — Москва : КноРус, 2019. — 394 с. — ISBN 978-5-406-06554-9. — URL: <https://book.ru/book/929528> — Текст : электронный.
2. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / Башмаков М.И., Энтина С.Б. — Москва: КноРус, 2021\* <https://www.book.ru/book/939104>
1. Об образовании в Российской Федерации. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ
2. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. Утв. Приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413
3. Приказ Минобрнауки России от 29 декабря 2014 г. № 1645 « О внесении изменений в приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования».
4. Рекомендации по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования (письмо Департамента государственной политики в сфере подготовки рабочих кадров и ДПО Минобрнауки России от 17.03.2015 № 06-259).
5. Математика: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.
6. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10-11. – М.: 2012
7. Башмаков М.И. Математика. Книга для преподавателя. Методическое пособие. – М.:2013
8. Башмаков М.И. Ш.И. Цыганов. Методическое пособие для подготовки к ЕГЭ. – М.: 2011
9. Колягин Ю.М., Ткачева М.В, Федерова Н.Е. и др. под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 10 кл. – М.: 2011

#### **Дополнительные источники**

10. <http://school-collection.edu.ru> – Электронный учебник «Математика в школе, XXI век».
11. <http://fcior.edu.ru> - информационные, тренировочные и контрольные материалы.
12. [www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru) – Единая коллекции Цифровых образовательных ресурсов