

# Рабочая программа по алгебре и начала анализа 10 – 11 классы (углубленный уровень)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа углублённого уровня по алгебре и началам математического анализа для среднего общего образования разработаны на основе Фундаментального ядра содержания общего образования и в соответствии с требованиями ФГОС к структуре и результатам освоения основных образовательных программ среднего общего образования и с учетом программ для общеобразовательных школ с использованием рекомендаций авторских программ Ю.М. Колягина, М.В.Ткачевой.

В ней соблюдается преемственность с рабочей программой основного общего образования.

Реализация рабочей программы осуществляется с использованием учебников:

- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни. / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. – М.: Просвещение, 2020

- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни. / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. – М.: Просвещение, 2020

### **Общая характеристика учебного предмета.**

При изучении курса математики на базовом уровне продолжают развиваться содержательные линии: *«Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики»*, вводится линия *«Начала математического анализа»*.

### **Задачи учебного предмета.**

В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

- систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;
- расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;
- развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления
- систематическое изучение свойств геометрических тел в пространстве;
- формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;
- формирование умения логически обосновывать выводы для изучения школьных естественно-научных дисциплин на базовом уровне;
- развитие способности к преодолению трудностей.

### **Цели.**

Изучение математики в старшей школе на базовом уровне направлено на достижение следующих целей:

- формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры

ры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- воспитание средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

При организации процесса обучения в рамках данной программы предполагается применение следующих **педагогических технологий обучения**: личностно-ориентированная (педагогика сотрудничества), позволяющую увидеть уровень обученности каждого ученика и своевременно подкорректировать её; технология уровневой дифференциации, позволяющая ребенку выбирать уровень сложности, информационно-коммуникационная технология, обеспечивающая формирование учебно-познавательной и информационной деятельности учащихся. Использование компьютерных технологий в преподавании математики позволяет непрерывно менять формы работы на уроке, постоянно чередовать устные и письменные упражнения, осуществлять разные подходы к решению математических задач, а это постоянно создает и поддерживает интеллектуальное напряжение учащихся, формирует у них устойчивый интерес к изучению данного предмета.

**Основные типы учебных занятий:**

- урок изучения нового учебного материала;
- урок закрепления и применения знаний;
- урок обобщающего повторения и систематизации знаний;
- урок контроля знаний и умений.

Основным типом урока является комбинированный.

**Формы организации учебного процесса:** индивидуальные, групповые, фронтальные.

**Формы контроля:** текущий и итоговый.

- текущий контроль проводится в форме контрольных работ, рассчитанных на 40 минут, тестов, математических диктантов и самостоятельных работ на 15 – 20 минут с дифференцированным оцениванием.

Текущий контроль проводится с целью проверки усвоения, изучаемого и проверяемого программного материала; содержание определяются учителем с учетом степени сложности изучаемого материала, а также особенностей, обучающихся класса.

- итоговый контроль: контрольная работа.

**Повторение** на уроках проводится в следующих видах и формах:

- повторение и контроль теоретического материала;
- разбор и анализ домашнего задания;
- практикум;
- математический диктант;
- самостоятельная работа;
- контрольные срезы.

Особое внимание уделяется повторению при проведении самостоятельных и контрольных работ.

Внесены элементы дополнительного содержания, изменения в программу в связи с повторением тем, которые встречаются в ГИА:

- при повторении в каждый раздел включена отработка материалов ГИА;
- в итоговое повторение также внесены материалы экзаменационного материала.

**Уровень обучения:** углубленный.

**Главной целью школьного образования** является развитие ребенка как компетентной личности путем включения его в различные виды ценностной человеческой деятельности: учеба, познание, коммуникация, профессионально-трудовой выбор, личностное саморазвитие, ценностные ориентации, поиск смыслов жизнедеятельности. С этих позиций обучение рассматривается как процесс овладения не только определенной суммой знаний и системой соответствующих умений и навыков, но и как процесс овладения компетенциями. Это определило цели **обучения математики**:

- **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;
- **овладение** математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики.

На основании требований Государственного образовательного стандарта в содержании календарно-тематического планирования предлагается реализовать актуальные в настоящее время компетентностный, личностно ориентированный, деятельный подходы, которые определяют **задачи обучения**:

- приобретение математических знаний и умений;
- овладение обобщенными способами мыслительной, творческой деятельностью;
- освоение компетенций: учебно-познавательной, коммуникативной, рефлексивной, личностного саморазвития, ценностно-ориентационной и профессионально-трудового выбора.

Математическое образование в основной школе складывается из следующих содержательных компонентов: арифметика; алгебра; геометрия; элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики. В своей совокупности они отражают богатый опыт обучения математике в нашей стране, учитывают современные тенденции отечественной и зарубежной школы и позволяют реализовать поставленные перед школьным образованием цели на информационно емком и практически значимом материале. Эти содержательные компоненты, развивались на протяжении всех лет обучения, естественным образом переплетаются и взаимодействуют в учебных курсах.

Таким образом, в ходе освоения содержания курса, учащиеся получают возможность:

- **развить** представление о числе и роли вычислений в человеческой практике; сформировать практические навыки выполнения устных, письменных, инструментальных вычислений, развить вычислительную культуру;
- **овладеть** символическим языком алгебры, выработать формально-оперативные алгебраические умения и научиться применять их к решению математических и нематематических задач;
- **изучить** свойства и графики элементарных функций, научиться использовать функционально-графические представления для описания и анализа реальных зависимостей;
- **развить** пространственные представления и изобразительные умения, освоить основные факты и методы планиметрии, познакомиться с простейшими пространственными телами и их свойствами;
- **получить** представления о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, об особенностях выводов и прогнозов, носящих вероятностный характер;

➤ **развить** логическое мышление и речь - умение логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры и контрпримеры, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

➤ **сформировать** представления об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений.

**Цели** обучения математике:

➤ **овладение системой математических знаний и умений**, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;

➤ **интеллектуальное развитие**, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, пространственные представления, способность к преодолению трудностей;

➤ **формирование представлений** об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

➤ **воспитание культуры личности**, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии.

В ходе преподавания математики в основной школе следует обратить внимание на овладение умениями **общеучебного характера**, разнообразными **способами деятельности**, приобретение опыта:

➤ планирования и осуществления алгоритмической деятельности, выполнения заданных и конструирования новых алгоритмов;

➤ решения разнообразных классов задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска путей и способов решения;

➤ исследовательской деятельности, развития идей, проведения экспериментов, обобщения, постановки и формулирования новых задач;

➤ ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

➤ проведения доказательных рассуждений, аргументации, выдвижения гипотез и их обоснования;

➤ поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу, современные информационные технологии.

Согласно федеральному базисному учебному плану для образовательных учреждений Российской Федерации на изучение алгебры и начал математического анализа отводится 272 часа за 2 года обучения (по 4 часа в неделю в 10 и 11 классе).

При изучении курса математики на базовом уровне продолжают и получают развитие содержательные линии: Алгебра, Функции, Уравнения и неравенства, Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики, вводится линия Начала математического анализа. В рамках указанных содержательных линий решаются следующие **задачи**:

✓ систематизация сведений о числах;

✓ изучение новых видов числовых выражений и формул;

✓ совершенствование практических навыков и вычислительной культуры,

✓ расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;

✓ расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;

✓ развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления;

✓ знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

Изучение математики на базовом уровне среднего (полного) общего образования направлено на достижение следующих **целей**:

#### **Общеучебные цели:**

✓ создание условий для формирования умения логически обосновывать суждения, выдвигать гипотезы и понимать необходимость их проверки;

✓ создание условий для формирования умения ясно, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи;

✓ формирование умения использовать различные языки математики: словесный, символический, графический;

✓ формирование умения свободно переходить с языка на язык для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

✓ создание условий для плодотворного участия в работе в группе

✓ формирование умения самостоятельно и мотивированно организовывать свою деятельность;

✓ формирование умения применять приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств при решении задач практического содержания, используя при необходимости справочники;

✓ создание условий для интегрирования в личный опыт новой, в том числе самостоятельно полученной информации.

#### **Общепредметные цели:**

✓ овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин (не требующих углубленной математической подготовки), продолжения образования;

✓ интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, пространственные представления, способность к преодолению трудностей;

✓ формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средствами моделирования явлений и процессов;

✓ воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

#### **Общеучебные умения, навыки и способы деятельности**

В ходе освоения содержания математического образования, учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

✓ построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

✓ выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчетов практического характера; использования

математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

✓ самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт;

✓ проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений;

✓ самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

На изучение предмета отводится 4 часа в неделю, итого 136 часов за учебный год в каждом классе. В ходе изучения материала планируется проведение в 10 классе 8 контрольных работ, и в 11 классе – 8 контрольных работ по основным темам и по одной итоговой контрольной работе в каждом классе.

Основная форма организации образовательного процесса – классно-урочная система.

Предусматривается применение следующих технологий обучения:

- традиционная классно-урочная;
- лекции;
- практические работы;
- элементы проблемного обучения;
- технологии уровневой дифференциации;
- здоровьесберегающие технологии;
- ИКТ.

Виды и формы контроля: переводная аттестация, промежуточный, самостоятельные работы, контрольные работы, тесты.

В профильном курсе содержание образования, представленное в основной школе, развивается в следующих **направлениях**:

- систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до комплексных как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики; совершенствование техники вычислений;
  - развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;
  - систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;
  - развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления;
- знакомство с основными идеями и методами математического анализа;
  - совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;
  - формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

### ***Общеучебные умения, навыки и способы деятельности***

В ходе изучения математики в профильном курсе старшей школы учащиеся продолжают овладение разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

- проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, использования различных языков математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- решения широкого класса задач из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач;
- планирования и осуществления алгоритмической деятельности: выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; использования и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и результатов эксперимента; выполнения расчетов практического характера;
- построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной жизни; проверки и оценки результатов своей работы, соотнесения их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;
- самостоятельной работы с источниками информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт.

### **Требования к предметным результатам освоения углубленного курса**

В результате изучения математики на профильном уровне в старшей школе ученик должен

*Знать/понимать*

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

### **Числовые и буквенные выражения**

*Уметь:*

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, при необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

### **Функции и графики**

#### **Уметь:**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

### **Начала математического анализа**

#### **Уметь:**

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной,
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

### **Уравнения и неравенства**

#### **Уметь:**

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- построения и исследования простейших математических моделей.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

#### **Уметь:**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;

- вычислять, в простейших случаях, вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

### **Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.**

#### **10 класс**

Разделы, темы	Количество часов	
	авторская программа	рабочая программа
Глава I. Алгебра 7—9 классов (повторение)	4	4
Глава II. Делимость чисел	12	12
Глава III. Многочлены. Алгебраические уравнения	17	17
Глава IV. Степень с действительным показателем	11	11
Глава V. Степенная функция	16	16
Глава VI. Показательная функция	11	11
Глава VII. Логарифмическая функция	17	17
Глава VIII. Тригонометрические формулы	24	24
Глава IX. Тригонометрические уравнения	21	21
Итоговое повторение	3	3
Итого:	136	136

#### **11 класс**

Разделы, темы	Количество часов	
	авторская программа	рабочая программа
Глава I. Тригонометрические функции	19	19
Глава II. Производная и её геометрический смысл	22	22
Глава III. Применение производной к исследованию функций	16	16
Глава IV. Первообразная и интеграл	15	15
Глава V. Комбинаторика	13	13
Глава VI. Элементы теории вероятностей	11	11
Глава VII. Комплексные числа	14	14
Итоговое повторение курса	26	26

Итого:	136	136
--------	-----	-----

## Алгебра и начала анализа

### *Содержание обучения*

#### 10 класс

#### **1. Делимость чисел**

*Понятие делимости. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком. Признаки делимости. Сравнения. Решение уравнений в целых числах.*

*Основная цель* — ознакомить с методами решения задач теории чисел, связанных с понятием делимости.

В данной теме рассматриваются основные свойства делимости целых чисел на натуральные числа и решаются задачи на определение факта делимости чисел с опорой на эти свойства и признаки делимости.

Рассматриваются свойства сравнений. Так как сравнение по модулю  $m$  есть не что иное, как «равенство с точностью до кратных  $m$ », то многие свойства сравнений схожи со свойствами знакомых учащимся равенств (сравнения по одному модулю почленно складывают, вычитают, перемножают).

Задачи на исследование делимости чисел в теории чисел считаются менее сложными, чем задачи, возникающие при сложении и умножении натуральных чисел. К таким задачам, например, относится теорема Ферма о представлении  $n$ -й степени числа в виде суммы  $g$ -х степеней двух других чисел.

Рассказывая учащимся о проблемах теории чисел, желательно сообщить, что решению уравнений в целых и рациональных числах (так называемых диафантовых уравнений) посвящен большой раздел теории чисел. Здесь же рассматривается теорема о целочисленных решениях уравнения первой степени с двумя неизвестными и приводятся примеры решения в целых числах уравнения второй степени.

#### **2. Многочлены. Алгебраические уравнения**

*Многочлены от одного переменного. Схема Горнера. Многочлен  $P(x)$  и его корень. Теорема Везу. Следствия из теоремы Везу. Алгебраические уравнения. Делимость двучленов  $x^m \pm a^m$  на  $x \pm a$ . Симметрические многочлены.*

*Многочлены от нескольких переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Системы уравнений.*

*Основная цель* — обобщить и систематизировать знания о многочленах, известные из основной школы; научить выполнять деление многочленов, возведение двучленов в натуральную степень, решать алгебраические уравнения, имеющие целые корни, решать системы уравнений, содержащие уравнения степени выше второй; ознакомить с решением уравнений, имеющих рациональные корни.

Продолжается изучение многочленов, алгебраических уравнений и их систем, которые рассматривались в школьном курсе алгебры. От рассмотрения линейных и квадратных уравнений учащиеся переходят к алгебраическим уравнениям общего вида  $P_n(x) = 0$ , где  $P_n(x)$  — многочлен степени  $n$ . В связи с этим вводятся понятия степени многочлена и его корня.

Отыскание корней многочлена осуществляется разложением его на множители. Для этого сначала подробно рассматривается алгоритм деления многочленов уголком, который использовался в арифметике при делении рациональных чисел.

На конкретных примерах показывается, как получается формула деления многочленов  $P(x) = M(x)Q(x)$  и как с ее помощью можно проверить результаты деления многочленов. Эта формула принимается в качестве определения операции деления многочленов по аналогии с делением натуральных чисел, с которым учащиеся знакомы в курсе арифметики.

Деление многочленов обычно выполняется уголком или по схеме Горнера. Иногда это удается сделать разложением делимого и делителя на множители. Схема Горнера не является обязательным

материалом для всех учащихся, но, как показывает опыт, она легко усваивается и ее можно рассмотреть, не требуя от всех умения ее применять. Можно также использовать метод неопределенных коэффициентов.

Способ решения алгебраического уравнения разложением его левой части на множители фактически опирается на следствия из теоремы Безу: «Если  $x_2$  — корень уравнения  $P_n(x) = 0$ , то многочлен  $P_n(x)$  делится на двучлен  $x - x_2$ ». Изучается теорема Безу, формулируются следствия из нее, являющиеся необходимым и достаточным условием деления многочлена на двучлен.

Рассматривается первый способ нахождения целых корней алгебраического уравнения с целыми коэффициентами, если такие корни есть: их следует искать среди делителей свободного члена. Для учащихся, интересующихся математикой, приводится пример отыскания рациональных кор-

ней многочлена с первым коэффициентом, отличным от 1. Среди уравнений, сводящихся к алгебраическим, рассматриваются рациональные уравнения. Хотя при решении рациональных уравнений могут появиться посторонние корни, они легко обнаруживаются проверкой. Поэтому понятия равносильности и следствия уравнения на этом этапе не являются необходимыми; эти понятия вводятся позже при рассмотрении иррациональных уравнений и неравенств.

Решение систем нелинейных уравнений проводится как известными учащимся способами (подстановкой или сложением), так и делением уравнений, и введением вспомогательных неизвестных.

### **3. Степень с действительным показателем**

Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с натуральным и действительным показателями.

*Основная цель* — обобщить и систематизировать знания о действительных числах; сформировать понятие степени с действительным показателем; научить применять определения арифметического корня и степени, а также их свойства при выполнении вычислений и преобразовании выражений; *ознакомить с понятием предела последовательности.*

Необходимость расширения множества натуральных чисел до действительных мотивируется возможностью выполнять действия, обратные сложению, умножению и возведению в степень, а значит, возможностью решать уравнения  $x + a = b$ ,  $ax = b$ ,  $x^a = b$ .

Рассмотренный в начале темы способ обращения бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную обосновывается свойствами сходящихся числовых рядов, в частности, нахождением суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Действия над иррациональными числами строго не определяются, а заменяются действиями над их приближенными значениями — рациональными числами.

В связи с рассмотрением последовательных рациональных приближений иррационального числа, а затем и степени с иррациональным показателем на интуитивном уровне вводится понятие предела последовательности. *Формулируется и строгое определение предела. Разбирается задача на доказательство того, что данное число является пределом последовательности с помощью определения предела. На данном этапе элементы теории пределов не изучаются.*

Арифметический корень натуральной степени  $n > 2$  из неотрицательного числа и его свойства излагаются традиционно. Учащиеся должны уметь вычислять значения корня с помощью определения и свойств и выполнять преобразования выражений, содержащих корни.

Степень с иррациональным показателем поясняется на конкретном примере: число  $3^{\sqrt{2}}$  рассматривается как последовательность рациональных приближений  $3^{1,4}$ ,  $3^{1,41}$ , .... Здесь же формулируются и доказываются свойства степени с действительным показателем, которые будут использоваться при решении уравнений, неравенств, исследовании функций.

### **4. Степенная функция**

Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Сложные функции. Дробно-линейная функция. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Ирраци-

*ональные неравенства.*

*Основная цель* — обобщить и систематизировать известные из курса алгебры основной школы свойства функций; изучить свойства степенных функций и научить применять их при решении уравнений и неравенств; сформировать понятие равносильности уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств.

Рассмотрение свойств степенных функций и их графиков проводится поэтапно, в зависимости от того, каким числом является показатель: 1) четным натуральным числом; 2) нечетным натуральным числом; 3) числом, противоположным четному натуральному числу; 4) числом, противоположным нечетному натуральному числу; 5) *положительным нецелым числом*; 6) *отрицательным нецелым числом*.

Обоснования свойств степенной функции не проводятся, они следуют из свойств степени с действительным показателем. Например, возрастание функции  $y = x^p$  на промежутке  $x > 0$ , где  $p$  — положительное нецелое число, следует из свойства: «Если  $0 < x_1 < x_2$ ,  $p > 0$ , то  $y(x_1) < y(x_2)$ ». На примере степенных функций учащиеся знакомятся с понятием ограниченной функции, *учатся доказывать, как ограниченность, так и неограниченность функции*.

Рассматриваются функции, называемые взаимно обратными. Важно обратить внимание на то, что не всякая функция имеет обратную. *Доказывается симметрия графиков взаимно обратных функции относительно прямой  $y = x$ .*

Знакомство со сложными и дробно-линейными функциями начинается сразу после изучения взаимно обратных функций. Вводятся разные термины для обозначения сложной функции (суперпозиция, композиция), но употребляется лишь один. Этот материал в классах базового уровня изучается лишь в ознакомительном плане. *Обращается внимание учащихся на отыскание области определения сложной функции и промежутков ее монотонности. Доказывается теорема о промежутках монотонности с опорой на определения возрастающей или убывающей функции, что позволяет изложить суть алгоритма доказательства монотонности сложной функции.*

*Учащиеся знакомятся с дробно-линейными функциями. В основной школе учащиеся учились строить график*

*функции  $y = k/x$  и графики функций, которые получались*

*сдвигом этого графика. Выделение целой части из дробно-линейного выражения приводит к знакомому учащимся виду функции.*

Определения равносильности уравнений, неравенств и систем уравнений и свойств равносильности дается в связи с предстоящим изучением иррациональных уравнений, неравенств и систем иррациональных уравнений.

Основным методом решения иррациональных уравнений является возведение обеих частей уравнения в степень с целью перехода к рациональному уравнению-следствию данного.

С помощью графиков решается вопрос о наличии корней и их числе, а также о нахождении приближенных корней, если аналитически решить уравнение трудно.

Изучение иррациональных неравенств не является обязательным для всех учащихся. При их изучении на базовом уровне основным способом решения является сведение неравенства к системе рациональных неравенств, равносильной данному. *После решения задач по данной теме учащиеся выводят на теоретическое обобщение решения иррациональных неравенств, содержащих в условии единственный корень второй степени.*

### **5. Показательная функция**

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства. Системы показательных уравнений и неравенств.

*Основная цель* — изучить свойства показательной функции; научить решать показательные уравнения и неравенства, системы показательных уравнений.

Свойства показательной функции  $y = a^x$  полностью следуют из свойств степени с действительным показателем. Например, возрастание функции  $y = a^x$ , если  $a > 1$ , следует из свойства степени: «Если  $x_1 < x_2$ , то  $a^{x_1} < a^{x_2}$  при  $a > 1$ ».

Решение большинства показательных уравнений и неравенств сводится к решению простейших.

Так как в ходе решения предлагаемых в этой теме показательных уравнений равносильность не нарушается, то проверка найденных корней необязательна. Здесь системы уравнений и неравенств решаются с помощью равносильных преобразований: подстановкой, сложением или умножением, заменой переменных и т. д.

## 6. Логарифмическая функция

Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Логарифмические уравнения. Логарифмические неравенства.

Основная цель — сформировать понятие логарифма числа; научить применять свойства логарифмов при решении уравнений; изучить свойства логарифмической функции и научить применять ее свойства при решении логарифмических уравнений и неравенств.

До этой темы в курсе алгебры изучались такие функции, вычисление значений которых сводилось к четырем арифметическим действиям и возведению в степень. Для вычисления значений логарифмической функции нужно уметь находить логарифмы чисел, т. е. выполнять новое для учащихся действие — логарифмирование.

При знакомстве с логарифмами чисел и их свойствами полезны подробные и наглядные объяснения даже в профильных классах.

Доказательство свойств логарифма опирается на его определение. На практике рассматриваются логарифмы по различным основаниям, в частности по основанию 10 (десятичный логарифм) и по основанию  $e$  (натуральный логарифм), отсюда возникает необходимость формулы перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию. Так как на инженерном микрокалькуляторе есть клавиши  $\lg$  и  $\ln$ , то для вычисления логарифма по основаниям, отличным от 10 и  $e$ , нужно применить формулу перехода.

Свойства логарифмической функции активно используются при решении логарифмических уравнений и неравенств. Изучение свойств логарифмической функции проходит совместно с решением уравнений и неравенств.

При решении логарифмических уравнений и неравенств выполняются различные их преобразования. При этом часто нарушается равносильность. Поэтому при решении логарифмических уравнений необходимо либо делать проверку найденных корней, либо строго следить за выполненными преобразованиями, выявляя полученные уравнения-следствия и обосновывая каждый этап преобразования. При решении логарифмических неравенств нужно следить за тем, чтобы равносильность не нарушалась, так как проверку решения неравенства осуществить сложно, а в ряде случаев невозможно.

## 7. Тригонометрические формулы

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов  $\alpha$  и  $-\alpha$ . Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, косинус и тангенс половинного угла. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов. Произведение синусов и косинусов.

Основная цель — сформировать понятия синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа; научить применять формулы тригонометрии для вычисления значений тригонометрических функций и выполнения преобразований тригонометрических выражений; научить решать простейшие тригонометрические уравнения  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$  при  $a = 1, -1, 0$ .

Рассматривая определения синуса и косинуса действительного числа  $a$ , естественно решить самые простые уравнения, в которых требуется найти число  $a$ , если синус или косинус его известен, например уравнения  $\sin a = 0$ ,  $\cos a = 1$  и т. п. Поскольку для обозначения неизвестного по традиции используется буква  $x$ , то эти уравнения записывают как обычно:  $\sin x = 0$ ,  $\cos x = 1$  и т. п. Решения этих уравнений находятся с помощью единичной окружности.

При изучении степеней чисел рассматривались их свойства  $a^{p+q} = a^p a^q$ ,  $a^p \cdot a^q = a^p : a^q$ . Подобные свойства справедливы и для синуса, косинуса и тангенса. Эти свойства называют формулами сложения. Формулы сложения доказываются для косинуса суммы или разности, все остальные формулы сложения получаются как следствия.

Формулы сложения являются основными формулами тригонометрии, так как все другие можно получить как следствия: формулы двойного и половинного углов (для классов базового уровня не являются обязательными), формулы приведения, преобразования суммы и разности в произведение. Из формул сложения выводятся и формулы замены произведения синусов и косинусов их суммой, что применяется при решении уравнений.

### **8. Тригонометрические уравнения**

Уравнения  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ . Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. *Однородные и линейные уравнения.* Методы замены неизвестного и разложения на множители. Метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения. Системы тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства.

*Основная цель* — сформировать понятия арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа; научить решать тригонометрические уравнения и системы тригонометрических уравнений, используя различные приемы решения; ознакомить с приемами решения тригонометрических неравенств.

Как и при решении алгебраических, показательных и логарифмических уравнений, решение тригонометрических уравнений путем различных преобразований сводится к решению простейших:  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ .

Рассмотрение простейших уравнений начинается с уравнения  $\cos x = a$ , так как формула его корней проще, чем формула корней уравнения  $\sin x = a$  (в их записи часто используется необычный для учащихся указатель знака  $(-1)^n$ ). Решение более сложных тригонометрических уравнений, когда выполняются алгебраические и тригонометрические преобразования, сводится к решению простейших.

Рассматриваются следующие типы тригонометрических уравнений: линейные относительно  $\sin x$ ,  $\cos x$  или  $\operatorname{tg} x$ ; сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного; сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители.

На профильном уровне дополнительно изучаются однородные (первой и второй степеней) уравнения относительно  $\sin x$  и  $\cos x$ , а также сводящиеся к однородным уравнениям. При этом используется метод введения вспомогательного угла.

При углубленном изучении рассматривается метод предварительной оценки левой и правой частей уравнения, который в ряде случаев позволяет легко найти его корни или установить, что их нет.

На профильном уровне рассматриваются тригонометрические уравнения, для решения которых необходимо применение нескольких методов. Показывается анализ уравнения не по неизвестному, а по значениям синуса и косинуса неизвестного, что часто сужает поиск корней уравнения. Также показывается метод объединения серий корней тригонометрических уравнений. Разбираются подходы к решению несложных систем тригонометрических уравнений.

Рассматриваются простейшие тригонометрические неравенства, которые решаются с помощью единичной окружности.

## **11 класс**

### **1. Тригонометрические функции**

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства функции  $y=\cos x$  и её график. Свойства функции  $y=\sin x$  и её график. Свойства функции  $y=\operatorname{tg} x$  и её график. Обратные тригонометрические функции.

*Основная цель* – изучить свойства тригонометрических функций, научить учащихся применять эти свойства при решении уравнений и неравенств; научить строить графики тригонометрических функций, используя различные приемы построения графиков.

Среди тригонометрических формул следует особо выделить те формулы, которые непосредственно относятся к исследованию тригонометрических функций и построению их графиков. Так, формулы  $\sin(-x)=-\sin x$  и  $\cos(-x)=\cos x$  выражают свойства нечетности и четности функций  $y=\sin x$  и  $y=\cos x$  соответственно.

Построение графиков тригонометрических функций проводится с использованием их свойств и начинается с построения графика функции  $y=\cos x$ . С помощью графиков тригонометрических функций решаются простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Учебная цель – введение понятия тригонометрической функции, формирование умений находить область определения и множество значения тригонометрических функций; обучение исследованию тригонометрических функций на четность и нечетность и нахождению периода функции; изучение свойств функции  $y = \cos x$ , обучение построению графика функции и применению свойств функции при решении уравнений и неравенств; изучение свойств функции  $y = \sin x$ , обучение построению графика функции и применению свойств функции при решении уравнений и неравенств; ознакомление со свойствами функций  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ , изучение свойств функции  $y = \cos x$ , обучение построению графиков функций и применению свойств функций при решении уравнений и неравенств;

На профильном уровне дополнительно изучаются обратные тригонометрическими функциями, их свойствами и графиками.

В результате изучения главы «Тригонометрические функции» учащиеся должны знать основные свойства тригонометрических функций, уметь строить их графики и распознавать функции по данному графику, уметь отвечать на вопросы к главе, а также решать задачи этого типа.

## **2. Производная и её геометрический смысл**

Изложение материала ведется на наглядно-интуитивном уровне: многие формулы не доказываются, а только поясняются или принимаются без доказательств.

Придел последовательности. Непрерывность функции. Определение производной. Правило дифференцирования. Производная степенной функции. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

*Основная цель* – показать учащимся целесообразность изучения производной и в дальнейшем первообразной (интеграла), так как это необходимо при решении многих практических задач, связанных с исследованием физических явлений, вычислением площадей криволинейных фигур и объемов тел с производными границами, с построением графиков функций. Прежде всего, следует показать, что функции, графиками которых являются кривые, описывают важные физические и технические процессы.

Усвоение геометрического смысла производной и написание уравнения касательной к графику функции в заданной точке является обязательным для всех учащихся.

*Основная цель* (профильный уровень) дополнительно – знакомство с определением предела числовой последовательности, свойствами сходящихся последовательностей, обучение нахождению пределов последовательностей, доказательству сходимости последовательности к заданному числу; обучение выявлению непрерывных функций с опорой на определение непрерывности функции; знакомство с понятием производной функции в точке и её физическим смыслом, формирование

начальных умений находить производные элементарных функций на основе определения производной.

Овладение правилами дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, вынесения постоянного множителя за знак производной; знакомство с дифференцированием сложных функций и *правилам нахождения производной обратной функции*; обучение использованию формулы производной степенной функции  $f(x) = x^p$  для любого действительного  $p$ ; формирование умений находить производные элементарных функций; знакомство с геометрическим смыслом производной обучение составлению уравнений касательной к графику функции в заданной точке.

В результате изучения главы «Производная и её геометрический смысл» учащиеся должны знать определение производной, основные правила дифференцирования и формулы производных элементарных функций; понимать геометрический смысл производной; уметь записывать уравнение касательной к графику функции в заданной точке решать упражнения данного типа. Иметь представление о пределе последовательности, пределе и непрерывности функции и уметь решать упражнения на применение понятия производной.

### **3. Применение производной к исследованию функций**

При изучении материала широко используются знания, полученные учащимися в ходе работы над предыдущей темой. Показать возможности производной в исследовании свойств функций и построении их графиков.

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. *Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба*. Построение графиков функций.

*Основная цель* – является демонстрация возможностей производной в исследовании свойств функций и построении их графиков и применение производной к решению прикладных задач на оптимизацию, дополнительно – применение теоремы Лагранжа для обоснования достаточного условия возрастания и убывания функции, теоремы Ферма и её геометрическому смыслу, а также достаточному условию экстремума, знакомство с понятием асимптоты, производной второго порядка и её приложение к выявлению интегралов выпуклости функции, знакомство с различными прикладными программами, позволяющими построить график функции и исследовать его с помощью компьютера.

*Учебная цель* – обучение применению достаточных условий возрастания и убывания к нахождению промежутков монотонности функции; знакомство с понятиями точек экстремума функции, стационарных и критических точек, с необходимыми и достаточными условиями экстремума функции; обучение нахождению точек экстремума функции; обучение нахождению наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной; знакомство с понятием второй производной функции и её физическим смыслом; с применением второй производной для нахождения интегралов выпуклости и точек перегиба функции; формирование умения строить графики функций – многочленов с помощью первой производной, с привлечением аппарата второй производной.

В результате изучения главы «Применение производной к исследованию функций» учащиеся должны знать, какие свойства функции выявляются с помощью производной, уметь строить графики функций, решать задачи на нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции данного типа упражнений.

### **4. Первообразная и интеграл**

Рассматриваются первообразные конкретных функций и правила нахождения первообразных.

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление. *Применение интегралов для решения физических задач*.

*Основная цель* – ознакомление учащихся с понятием первообразной и обучение нахождению площадей криволинейных трапеций. Площадь криволинейной трапеции определяется как предел ин-

тегральных сумм. Большое внимание уделяется приложениям интегрального исчисления к физическим и геометрическим задачам. Связь между первообразной и площадью криволинейной трапеции устанавливается формулой Ньютона-Лейбница. Далее возникает определенный интеграл как предел интегральной суммы; при этом формула Ньютона-Лейбница также оказывается справедливой. Таким образом, эта формула является главной: с её помощью вычисляются определенные интегралы и находятся площади криволинейных трапеций. Знакомство с простейшими дифференциальными уравнениями.

*Учебная цель* – ознакомление с понятием первообразной, обучение нахождению первообразной для степеней и тригонометрических функций; ознакомление с понятием интегрирования и обучение применению правил интегрирования при нахождении первообразных; формирование понятия криволинейной трапеции, ознакомление с понятием определенного интеграла, обучение вычислению площади криволинейной трапеции в простейших случаях; ознакомить учащихся с применением интегралов для физических задач, научить решать задачи на движение с применением интегралов.

В результате изучения главы «Первообразная и интеграл» учащиеся должны знать правила нахождения первообразных основных элементарных функций, формулу Ньютона-Лейбница и уметь их применять к вычислению площадей криволинейных трапеций при решении задач данного типа.

### **5. Комбинаторика.**

Содержит основные формулы комбинаторики, применение знаний при выводе формул алгебры, вероятность и статистическая частота наступления события. Тема не насыщена теоретическими сведениями и доказательствами, она имеет, прежде всего, общекультурное и общеобразовательное значение.

Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и бином Ньютона.

*Основная цель* – ознакомление с основными формулами комбинаторики и их применением при решении задач, развивать комбинаторное мышление учащихся, ознакомить с теорией соединений, обосновать формулу бинома Ньютона. Основной при выводе формул числа перестановок и размещений является правило умножения, понимание которого формируется при решении различных прикладных задач. Свойства числа сочетаний доказываются и затем применяются при организации и исследовании треугольника Паскаля.

*Учебная цель* – овладение одним из основных средств подсчета числа различных соединений, знакомство учащихся с размещениями с повторениями. Знакомство с первым видом соединений – перестановками; демонстрация применения правила произведения при выводе формулы числа перестановок из  $p$  элементов. Введение понятия размещения без повторений из  $m$  элементов по  $n$ ; создание математической модели для решения комбинаторных задач, сводимых к подсчету числа размещений; знакомство с сочетаниями и их свойствами; решение комбинаторных задач, сводящихся к подсчету числа сочетаний из  $m$  элементов по  $p$ ; обоснованное конструирование треугольника Паскаля; обучение возведению двучлена в натуральную степень с использованием формулы Ньютона. Составление порядочных множеств (образование перестановок); составление порядочных подмножеств данного множества (образование размещений); доказательство справедливости формул для подсчета числа перестановок с повторениями и числа сочетаний с повторениями, усвоение применения метода математической индукции.

В результате изучения главы «Комбинаторика» учащиеся должны знать, основные формулы комбинаторики, уметь находить вероятность случайных событий в простейших случаях, использовать классическое определение вероятности и применения их при решении задач данного типа.

### **6. Элементы теории вероятностей**

В программу включено изучение лишь отдельных элементов теории вероятностей. При этом введению каждого понятия предшествует неформальное объяснение, раскрывающее сущность данного

понятия, его происхождение и реальный смысл. Так вводятся понятия случайных, достоверных и невозможных событий, связанных с некоторым испытанием; определяются и иллюстрируются операции над событиями. Вероятность события. Сложение вероятностей. Вероятность произведения независимых событий.

*Основная цель* – сформировать понятие вероятности случайного независимого события. Исследование простейших взаимосвязей между различными событиями, а также нахождению вероятностей видов событий через вероятности других событий. Классическое определение вероятности события с равновероятными элементарными исходами формируется строго, и на его основе (с использованием знаний комбинаторики) решается большинство задач. Понятие геометрической вероятности и статистической вероятности вводились на интуитивном уровне. При изложении материала данного раздела подчеркивается прикладное значение теории вероятностей в различных областях знаний и практической деятельности человека.

*Учебная цель* – знакомство с различными видами событий, комбинациями событий; введение понятия вероятности события и обучение нахождению вероятности случайного события с очевидными благоприятствующими исходами; знакомство с теоремой о вероятности суммы двух несовместных событий и её применением, в частности при нахождении вероятности противоположного события; и с теоремой о вероятности суммы двух производных событий; интуитивное введение понятия независимых событий; обучение нахождению вероятности произведения двух независимых событий.

В результате изучения главы «Элементы теории вероятностей» учащиеся должны уметь находить вероятности случайных событий с помощью классического определения вероятности при решении упражнений данного типа, иметь представление о сумме и произведении двух событий, уметь находить вероятность противоположного события, интуитивно определять независимые события и находить вероятность одновременного наступления независимых событий в задачах.

### **7. Комплексные числа.**

Сложение и умножение комплексных чисел. Модуль комплексного числа. Вычитание и деление комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Свойства модуля и аргумента. Квадратное уравнение с комплексным неизвестным. Примеры решения алгебраических уравнений.

*Основные цели* — завершение формирования представления о числе; обучение действиям с комплексными числами и демонстрация решений различных уравнений на множестве комплексных чисел.

Рассматриваются четыре арифметических действия с комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Вводится понятие комплексной плоскости, на которой иллюстрируется геометрический смысл модуля комплексного числа и модуля разности комплексных чисел. Рассматривается переход от алгебраической к тригонометрической форме записи комплексного числа и обратный переход. Желательно обучить учащихся технических и физико-математических классов возведению в степень комплексного числа, заданного в тригонометрической форме.

### **7. Уравнения и неравенства с двумя переменными.**

Последняя тема курса не нова для учащихся старших классов.

Решение систем уравнений с помощью графика знакомо школьникам с основной школы. Теперь им предстоит углубить знания, полученные ранее, и ознакомиться с решением неравенств с двумя переменными и их систем. Учащиеся изучают различные методы решения уравнений и неравенств, в том числе с параметрами. Линейные уравнения и неравенства с двумя переменными. Нелинейные уравнения и неравенства с двумя переменными.

*Основная цель* – обобщить основные приемы решения уравнений и систем уравнений, научить учащихся изображать на координатной плоскости множество решений линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными, сформировать навыки решения задач с параметра-

ми, показать применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

*Учебная цель* – научить учащихся изображать на координатной плоскости множество решений линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными.

В результате изучения главы «Уравнения и неравенства с двумя переменными» учащиеся должны уметь решать уравнения, неравенства и системы уравнений и неравенств с двумя переменными. Знать и уметь применять основные приемы для решения уравнений и систем уравнений, решать системы уравнений и неравенства с помощью графика.

### **8. Итоговое повторение курса алгебры и начал математического анализа.**

Уроки итогового повторения имеют своей целью не только восстановление в памяти учащихся основного материала, но и обобщение, уточнение систематизацию знаний по алгебре и началам математического анализа за курс средней школы.

Повторение предлагается проводить по основным содержательно-методическим линиям и целесообразно выстроить в следующем порядке: вычисления и преобразования, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа.

При проведении итогового повторения предлагается широкое использование и комбинирование различных типов уроков (лекций, семинаров, практикумов, консультаций и т.е.) с целью быстрого охвата большого по объему материала. Необходимым элементом уроков итогового повторения является самостоятельная работа учащихся. Она полезна как самим учащимся, так и учителю для осуществления обратной связи. Формы проведения самостоятельных работ разнообразны: от традиционной работы с двумя, тремя заданиями до тестов и работ в форме рабочей тетради с заполнением пробелов в приведенных рассуждениях.

В результате обобщающего повторения курса алгебры и начала анализа за 11 класс создать условия учащимся для выявления:

- владения понятием степени с рациональным показателем, умение выполнять тождественные преобразования и находить их значения;
- умения выполнять тождественные преобразования тригонометрических, иррациональных, показательных, логарифмических выражений;
- умения решать системы уравнений, содержащих одно или два уравнения (логарифмических, иррациональных, тригонометрических), решать неравенства с одной переменной на основе свойств функции;
- умения использовать несколько приемов при решении уравнений;
- решать уравнения с использованием равносильности уравнений; использовать график функции при решении неравенств (графический метод);
- умения находить производную функции; множество значений функции; область определения сложной функции; использовать четность и нечетность функции;
- умения исследовать свойства сложной функции; использовать свойство периодичности функции для решения задач; читать свойства функции по графику и распознавать графики элементарных функций;
- умения решать и проводить исследование решения текстовых задач на нахождение наибольшего (наименьшего) значения величины с применением производной;
- умения решать задачи параметрические на оптимизацию;
- умения решать комбинированные уравнения и неравенства; использовать несколько приемов при решении уравнений и неравенств;
- умения извлекать необходимую информацию из учебно-научных текстов; привести примеры, подобрать аргументы, сформулировать выводы.

### **Основная форма обучения - урок.**

В системе уроков выделяются следующие виды.

**Урок-лекция.** Предполагаются совместные усилия учителя и учеников для решения общей проблемной познавательной задачи. На таком уроке используется демонстрационный материал на компьютере, разработанный учителем или учениками, мультимедийные продукты.

**Урок-практикум.** На уроке учащиеся работают над различными заданиями в зависимости от своей подготовленности. Виды работ могут быть самыми разными: письменные исследования, решение различных задач, практическое применение различных методов решения задач, интерактивные уроки. Компьютер на таких уроках используется как электронный калькулятор, тренажер устного счета, виртуальная лаборатория, источник справочной информации.

**Урок-исследование.** На уроке учащиеся решают проблемную задачу исследовательского характера аналитическим методом и с помощью компьютера с использованием различных лабораторий.

**Комбинированный урок** предполагает выполнение работ и заданий разного вида.

**Урок решения задач.** Вырабатываются у обучающихся умения и навыки решения задач на уровне базовой и продвинутой подготовке. Любой учащийся может использовать компьютерную информационную базу по методам решения различных задач, по свойствам элементарных функций и т.д.

**Урок-тест.** Тестирование проводится с целью диагностики пробелов знаний, контроля уровня обученности обучающихся, тренировки технике тестирования. Тесты предлагаются как в печатном, так и в электронном варианте. Причем в компьютерном варианте всегда с ограничением времени.

**Урок-зачет.** Устный и письменный опрос обучающихся по заранее составленным вопросам, а также решение задач разного уровня по изученной теме.

**Урок - самостоятельная работа.** Предлагаются разные виды самостоятельных работ.

**Урок - контрольная работа.** Проводится на двух уровнях: уровень базовый (обязательной подготовки) - «3», уровень продвинутой - «4» и «5».

### **Шкала оценивания.**

*Критерии оценивания знаний, умений и навыков, обучающихся по математике.*

(Согласно Методическому письму «Направления работы учителей математики по исполнению единых требований преподавания предмета на современном этапе развития школы»)

Для оценки достижений, учащихся применяется пятибалльная система оценивания.

Нормы оценки:

#### **1. Оценка письменных контрольных работ, обучающихся по математике.**

*Ответ оценивается отметкой «5», если:*

- 1) работа выполнена полностью;
- 2) в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- 3) в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

*Отметка «4» ставится, если:*

- 1) работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- 2) допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

*Отметка «3» ставится, если:*

- 1) допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

*Отметка «2» ставится, если:*

- 1) допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

*Отметка «1» ставится, если:*

1) работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Учитель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

## **2. Оценка устных ответов, обучающихся по математике**

*Ответ оценивается отметкой «5», если ученик:*

- ✓ полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- ✓ изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- ✓ правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- ✓ показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания;
- ✓ продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;
- ✓ отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов учителя;
- ✓ возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил после замечания учителя.

*Ответ оценивается отметкой «4»,*

если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- ✓ в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившее математическое содержание ответа;
- ✓ допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания учителя;
- ✓ допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания учителя.

*Отметка «3» ставится в следующих случаях:*

- ✓ неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для усвоения программного материала (определены «Требованиями к математической подготовке учащихся» в настоящей программе по математике);
- ✓ имелись затруднения или допущены ошибки в определении математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- ✓ ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- ✓ при достаточном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

*Отметка «2» ставится в следующих случаях:*

- ✓ не раскрыто основное содержание учебного материала;
- ✓ обнаружено незнание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;
- ✓ допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

*Отметка «1» ставится, если:*

✓ ученик обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изученному материалу.

**Итоговая оценка знаний, умений и навыков.**

1. За учебное полугодие и за год знания, умения и навыки учащихся по математике оцениваются одним баллом.

2. Основанием для выставления итоговой оценки знаний служат результаты наблюдений учителя за повседневной работой учеников, устного опроса, текущих и итоговых контрольных работ. Однако последним придается наибольшее значение.

3. При выставлении итоговой оценки учитывается как уровень теоретических знаний ученика, так и овладение им практическими умениями и навыками. Однако ученику не может быть выставлена положительная итоговая оценка по математике, если все или большинство его текущих обучающих и контрольных работ, а также итоговая контрольная работа оценены как неудовлетворительные, хотя его устные ответы оценивались положительно.