

**Контрольная работа № 1**  
**Тема «Непрерывность и пределы функций»**

**Вариант 1**

*I уровень*

В заданиях 1–4 укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Укажите разрывную функцию:

**А.**  $y = 2x^3 - 5x^2 + 7$ ; **Б.**  $y = \arccos x$ ; **В.**  $y = \frac{1}{x}$ ; **Г.**  $y = \sqrt{x}$ .

2. Вычислите  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 1}{3^x}$ .

**А.** 0; **Б.** -6; **В.**  $-\frac{2}{3}$ ; **Г.** другой ответ.

3. Укажите функцию, которая имеет вертикальную асимптоту.

**А.**  $y = \frac{2}{x-1}$ ; **Б.**  $y = x + 2$ ; **В.**  $y = \frac{5}{x^2 + 1}$ ; **Г.**  $y = \sin x$ .

4. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 - 3x^2}{5x^2 - 1}$ .

**А.** 1,2; **Б.** 0,6; **В.** -0,6; **Г.** другой ответ.

*II уровень*

5. Решите методом интервалов неравенство  $\frac{5x^2 + 9x - 2}{\sqrt{x + 3}} \geq 0$ .

6. Устраните разрыв функции  $y = \frac{x^3 + 2x - 3x^2 - 6}{x - 3}$ .

*III уровень*

7. Найдите уравнение наклонной асимптоты к графику функции  $y = \frac{5x^2 + 9x - 3}{x}$ .

**Контрольная работа № 2**  
**Тема "Координаты и векторы"**

1. Дано:  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ ,  $\vec{a} \vec{b} = 135^\circ$ . Найдите  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ .
2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  длина ребра равна 1,  $M$  — середина ребра  $A_1 D_1$ . Используя метод координат, найдите:
  - 1) угол между прямыми  $A_1 C$  и  $C_1 M$ ;
  - 2) расстояние между серединами отрезков  $A_1 C$  и  $C_1 M$ .
3. Даны две точки:  $A$ , лежащая на оси аппликат, и  $B(2; 2; 0)$ . Прямая  $AB$  составляет с плоскостью  $xOy$  угол в  $60^\circ$ . Найдите координаты точки  $A$ .
- 4\*. Вектор  $\vec{b}$ , коллинеарный вектору  $\vec{a} \{8; -10; 13\}$ , составляет с положительным направлением оси  $Oz$  острый угол,  $|\vec{b}| = \sqrt{37}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{b}$ .

**Контрольная работа № 3**  
**Тема "Производная функции"**

**Вариант 1**

*I уровень*

В заданиях 1–4 укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Укажите функцию, возрастающую на всей своей области определения:

А.  $y = -\frac{1}{x}$ ;      Б.  $y = 5$ ;      В.  $y = \sin x$ ;      Г.  $y = \sqrt{x}$ .

2. Если значения производной во всех точках промежутка отрицательны, то функция на этом промежутке:

- А. Возрастает;      В. не изменяется;  
Б. убывает;      Г. другой ответ.

3. Если производная функции при переходе через точку  $x_0$  меняет знак с минуса на плюс, то в этой точке данная функция:

- А. Имеет максимум;      В. возрастает;  
Б. имеет минимум;      Г. другой ответ.

4. Функция  $y = x^2 + x - 6$  возрастает на промежутке:

А.  $(-3; 2)$ ;      Б.  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ ;      В.  $(-\infty; -\frac{1}{2})$ ;      Г. другой ответ.

*II уровень*

5. Запишите уравнение касательной к графику функции  $y = 3x^2 - 2x - 1$  в его точке с абсциссой, равной 1, если  $y' = 6x - 2$ .

6. Изобразите график непрерывной функции  $y = f(x)$ , зная, что:

- 1) область определения функции есть промежуток  $[-5; 4]$ ;
- 2) значения функции составляют промежуток  $[-4; 5]$ ;
- 3)  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-1; 2)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-5; -1)$  и  $(2; 4)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 2$ ;
- 4) нули функции:  $-1$  и  $3$ .

7. Тело движется по прямой так, что расстояние  $s$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону  $s = 0,5t^2 + 3t + 8$  (м), где  $t$  (с) – время движения. Через какое время после начала движения скорость тела окажется равной 15 м/с, если  $s'(t) = t + 3$ ?

*III уровень*

8. Найдите производную функции  $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ , пользуясь определением.

9. Постройте схематический график функции  $y = 3x^3 - 4x$ , производная которой  $f'(x) = 9x^2 - 4$ .

**Контрольная работа № 4**  
**Тема "Цилиндр, конус, шар"**

1. Ромб  $ABCD$  со стороной  $a$  и углом  $A$ , равным  $60^\circ$ , вращается вокруг прямой, проходящей через вершину  $C$  и перпендикулярной диагонали  $AC$ . Найдите площадь поверхности тела вращения.
2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна  $a$ , а боковые ребра наклонены к основанию под углом  $\alpha$ .
  - 1) Найдите площадь описанной около пирамиды сферы.
  - 2) Если  $\alpha = 30^\circ$ , то найдите угол между радиусом сферы, проведенным в одну из вершин основания, и плоскостью основания.
- 3\*. Сфера, заданная уравнением  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ , пересекает ось ординат в точке  $A (y < 0)$ . Через точку  $M (1; 1; 0)$  проведена прямая, параллельная оси  $Oz$  и пересекающая сферу в точке  $B (z > 0)$ . Найдите угол между прямой  $AB$  и плоскостью  $xOy$ .

**Контрольная работа № 5**  
**Тема «Техника дифференцирования»**

**Вариант 1**

1. Тело движется по прямой так, что его расстояние от некоторой точки этой прямой изменяется по закону  $s(t) = -t^3 + 6t^2 + 5t + 7$  (м). В какие моменты времени его скорость будет равна 14 м/с?
2. Запишите уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^2 - 4}{x}$  в его точке с абсциссой  $x = 2$ .
3. Исследуйте функцию  $f(x) = x - e^x$  и постройте ее график.
4. Какое из чисел  $f(36,8)$ ,  $f(36,9)$ ,  $f(37)$  является наибольшим, если  $f(x) = 5\sin 3x - 15x$ ?

**Контрольная работа № 6**  
**Тема «Техника дифференцирования»**

*I уровень*

В заданиях 1–4 укажите ответ, который вы считаете верным.

1. Тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $y = -\frac{4}{x}$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -2$  равен:

**A.** 0;      **B.** 2;      **B.** 1;      **Г.** -1.

2. Производная функции  $y = e^{2x} - \ln 2$  в точке  $x_0 = \ln 3$  равна:

**A.** 17,5;    **B.** 18;      **B.** 9;      **Г.** 6.

3. Точка максимума функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$  равна:

**A.** 2;      **B.** -2;      **B.**  $\frac{1}{3}$ ;      **Г.** 0.

*II уровень*

4. Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2$ , в которой касательная к нему параллельна прямой  $y = 2x - 5$ ?

5. Найдите наибольшее значение функции  $g(x) = \log_{0,5}(x^2 - 9)$  на промежутке  $[5; 7]$ .

*III уровень*

6. Найдите наибольшее из целых значений  $m$ , при которых функция  $f(x) = -x^3 + mx^2 - 5x + 2$  убывает на всей числовой прямой?

**Контрольная работа № 7**  
**Тема «Объемы тел»**

1. В правильной четырехугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом в  $60^\circ$ . Расстояние от середины высоты пирамиды до боковой грани равно 2. Найдите объем пирамиды.
2. В цилиндре проведена плоскость, параллельная его оси, которая отсекает от окружности основания дугу  $\varphi$ . Диагональ полученного сечения равна  $2m$  и удалена от оси цилиндра на расстояние, равное  $m$ . Найдите объем цилиндра.
- 3\*. В пирамиду, данную в задаче 1, вписан шар, касающийся боковой поверхности пирамиды по некоторой окружности. Плоскость, которой принадлежит эта окружность, делит шар на две части. Найдите объем меньшей из этих частей.



## Задания для письменной части зачета

### Вариант 1

1. В одном мешке находится 3 красных и 2 синих шара, в другом мешке – 2 красных и 3 синих. Из каждого мешка наугад вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся красными?

2. Среди 20 книг, стоящих на книжной полке, 8 детективов. В темноте с полки наугад берется сначала одна, а затем вторая книга. Какова вероятность того, что обе эти книги окажутся детективами?

3. Среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) сахарными заводами некоторого региона представлена следующими данными: 13,1; 12,7; 13,2; 13,4; 12,7; 13,4; 12,7; 13,2; 13,5; 13,4; 12,7 .

Найдите: а) среднее арифметическое; б) моду; в) размах; г) медиану этого ряда данных.

4. В ряду данных, состоящем из 12 разных чисел, наибольшее число увеличили на 6. Изменятся ли при этом и, если изменятся, то как: а) среднее арифметическое; б) размах; в) медиана?

### Задания и вопросы к устной части зачета

1. Как вы понимаете, что такое сумма событий? Объясните на конкретном примере. Запишите формулу вероятности суммы событий.

2. Что называют произведением событий  $A$  и  $B$ ? Объясните на конкретном примере.

4. Что называют условной вероятностью? Как вычислить условную вероятность? Объясните на конкретном примере.

5. Приведите пример несовместных событий. Чему равна вероятность суммы несовместных событий?

6. Приведите пример независимых событий. Как найти вероятность произведения независимых событий?

7. Пусть событие  $C$  состоит в наступлении хотя бы одного из двух несовместных событий  $A$  и  $B$ . Как найти в этом случае вероятность события  $C$ ?

8. Известно, что событие  $C$  состоит в том, что произойдут два независимых события  $A$  и  $B$ . Как найти вероятность события  $C$ ?

9. Приведите пример двух противоположных событий. Чему равна сумма вероятностей двух противоположных событий?

10. Объясните равенство  $P(AB) = P(BA)$ .

11. Как называются события  $A$  и  $B$ , если:

1)  $P(B/A) = P(B)$ ;

2)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ;

3)  $P(A + B) = P(A) + P(B)$ ?

12. Что изучает статистика? Какие средние характеристики рядов данных вы знаете?.

13. Что называют средним арифметическим ряда чисел? Как найти среднее арифметическое? Может ли среднее арифметическое ряда чисел не совпадать ни с одним из этих чисел?

14. Что значит, "ранжировать ряд данных"? Ранжированный ли это ряд чисел: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5? Чему равен размах этого ряда?

15. Что называют медианой ряда чисел?

16. Что называют модой ряда? Может ли ряд чисел иметь более одной моды? Может ли мода ряда чисел не совпадать ни с одним из чисел ряда?

17. Чему равна мода ряда чисел: 1, 2, 3, 2, 4, 2? Чему равен размах этого ряда?

В зависимости от уровня изучения материала, учитель может дополнить список вопросов.

## Итоговая контрольная работа

### Вариант 1

#### I уровень.

В заданиях 1–6 укажите букву ответа, который вы считаете правильным.

1. Найдите значение выражения  $7 \log_6(6^2)$ .

А. 49;                                      Б.  $2^7$ ;                                      В. 14;                                      Г. 9.

2. Найдите производную функции  $y = x^5 + 1,5x + 8$ .

А.  $y' = x^4 + 1,5x + 8$ ;                                      В.  $y' = 5x^4 + 3x + 8$ ;

Б.  $y' = 5x^4 + 1,5$ ;                                      Г.  $y' = 5x^4 + 1,5x$ .

3. Найдите область определения функции  $y = \log_5 \frac{x+3}{2-3x}$ .

А.  $(-\infty; 3)$ ;                                      В.  $(\frac{2}{3}; +\infty)$ ;

Б.  $(-\infty; -3) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$ ;                                      Г.  $(-3; \frac{2}{3})$ .

4. Решите уравнение  $5^x = \frac{1}{\sqrt[4]{125}}$ .

А.  $-\frac{3}{4}$ ;                                      Б.  $\frac{3}{4}$ ;                                      В.  $-4$ ;                                      Г.  $-3$ .

5. Найдите все первообразные функции  $f(x) = 6x - 4^x - 2$ .

А.  $F(x) = 6 - 4^x \ln 4 + C$ ;                                      В.  $F(x) = 3x^2 - \frac{4^x}{\ln 4} - 2x$ ;

Б.  $F(x) = 6x^2 - 4^x \ln 4 - 2x$ ;                                      Г.  $F(x) = 3x^2 - \frac{4^x}{\ln 4} - 2x + C$ .

6. Вероятность выбить одним выстрелом не меньше 6 очков у спортсмена равна 0,5, а вероятность выбить больше 8 очков равна 0,1. Найдите вероятность выбить одним выстрелом не меньше 6, но не больше 8 очков.

А. 0,4;                                      Б. 0,45;                                      В. 0,4;                                      Г. 0,05.

#### II уровень

7. Найдите значение выражения  $4,5 \sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

8. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{4}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ . Найдите координаты точки графика этой функции, касательная в которой параллельна найденной касательной.

9. Решите уравнение  $4^{-x+0,5} - 7 \cdot 2^{-x} = 4$ .

#### III уровень

10. Найдите отрицательное число, которое дает наименьшую разность со своим утроенным кубом.

### **Критерии к оцениванию работ:**

К.Р. №1, 3, 6, 8, итоговая: за правильное решение заданий 1 первого уровня - «3»;

за правильное решение заданий 1 и 2 уровня - «4»;

за правильное решение заданий 1, 2 и 3 уровней - «5».

К.Р. № 2, 4, 5, 7: за 50 - 70% верно выполненных заданий - «3»;

за 70 - 90% верно выполненных заданий - «4»;

за 90 — 100 % верно выполненных заданий - «5».

Зачетная работа: «зачет» выставляется за верно выполненные два задания из письменной части и за два верно выполненных заданий из устной части.