

Контрольная работа № 1
по теме: «Функции и графики»

I уровень

В заданиях 1—5 укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Укажите область значений функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2}$.

О т в е т ы: 1) $(-\infty; 0)$; 3) $(0; +\infty)$;
2) $(-\infty; 1)$; 4) $(1; +\infty)$.

2. Решите неравенство $\frac{6}{x} + \frac{6}{x+1} \leq 5$.

О т в е т ы: 1) $-1 < x \leq 0,6$ и $0 < x \leq 2$;
2) $x \leq -0,6$ и $x \geq 2$;
3) $x < -1$ и $-0,6 \leq x < 0$ и $x \geq 2$.

3. Какая из функций, заданных графиком (рис. 10), возрастает на промежутке $[a; b]$?

О т в е т ы: 1); 2); 3); 4).

4. Укажите функцию, областью определения которой является промежуток $(-\infty; -2)$.

О т в е т ы: 1) $f(x) = \sqrt{\frac{-3}{2+x}}$; 3) $p(x) = \sqrt[4]{\frac{2-x}{4+x^2}}$.
2) $h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$;

5. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x^2 - 8x + 3,1.$$

О т в е т ы: 1) 0; 2) -4; 3) -5,1; 4) -4,9.

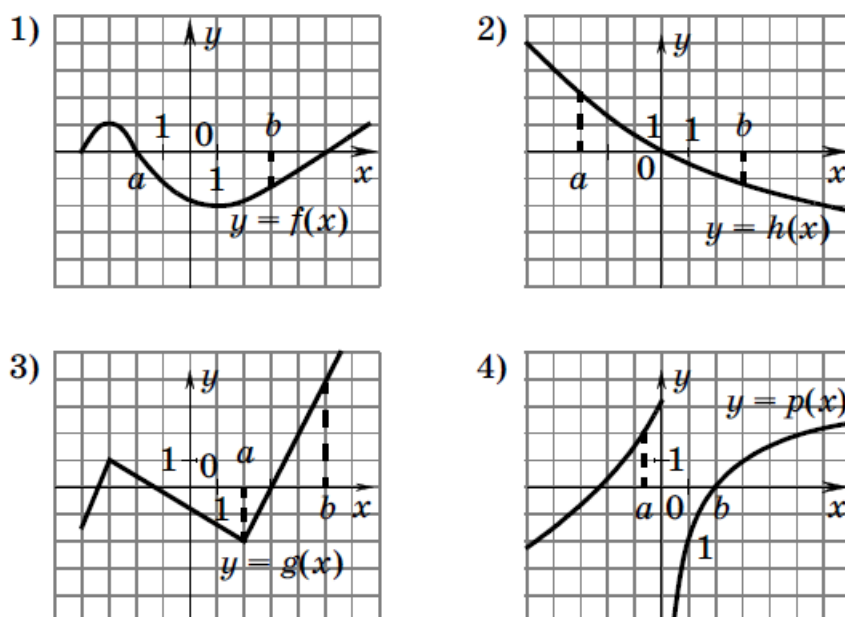


Рис. 10

II уровень

6. 1) Изобразите график какой-нибудь функции $y = f(x)$, непрерывной на отрезке $[1; 4]$ так, чтобы одновременно выполнялись условия:
 а) $x = 3$ — нуль функции;
 б) функция убывает на отрезке $[1; 2]$ и возрастает на отрезке $[2; 4]$.
 2) Сколько корней имеет уравнение $f(x) = 0$ на отрезке $[1; 4]$?
 3) В какой точке функция принимает свое наименьшее значение?
7. Запишите уравнение, задающее геометрическое место точек, равноудаленных от точек $A(-2; 1)$ и $B(6; 3)$.
8. Закрасьте множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $(y - 3x)(2y + x) \geq 0$.

III уровень

9. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{1}{\sqrt{3 + x - \frac{1}{4}x^2}}.$$

10. Постройте график функции $y = |4|x| - 3 - x^2|$.

Контрольная работа № 2 по теме: «Аксиомы стереометрии»

1. Точки A , C , E и F лежат в плоскости α , а точка $B \notin \alpha$ (рис. 70). Постройте точку пересечения прямой EF с плоскостью ABC . Поясните.

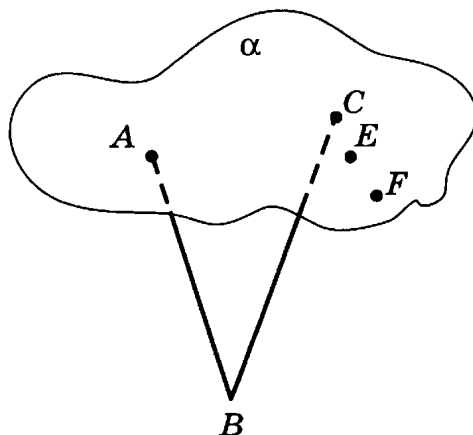


Рис. 70

2. Трапеция $ABCD$ (AD и BC — основания) и треугольник AED имеют общую сторону AD и лежат в разных плоскостях. Точка M лежит на стороне AE , а точка P — на стороне DE , причем MP параллельна плоскости трапеции.
- 1) Докажите, что $MP \parallel BC$.
 - 2) Каково взаимное расположение прямых MP и AB ? Чему равен угол между этими прямыми, если $\angle ABC = 110^\circ$? Поясните.
3. Плоскости α и β пересекаются по прямой m . Прямая a лежит в плоскости α , а b — в плоскости β . Каково возможное взаимное расположение прямых a и b ? Сделайте рисунок и поясните.
- 4*. Используя рисунок 71, постройте линию пересечения плоскости MPK с плоскостью α . Поясните.

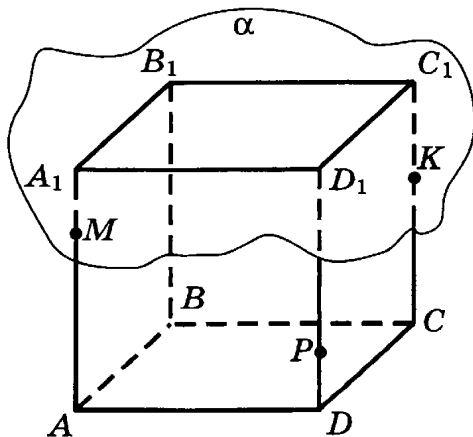


Рис. 71

Контрольная работа № 3 по теме: «Степени корни»

I уровень

Укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Вычислите $\frac{12^{0,5}}{7^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{0,5}} \cdot \frac{3^{0,5} \cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{-\frac{1}{6}}}$.

О т в е т ы: 1) 42; 2) 21; 3) 10; 4) 1.

2. Упростите выражение $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^2 : \sqrt{a^3}$.

О т в е т ы: 1) $a^{\frac{13}{6}}$; 2) 1; 3) a^3 ; 4) $a^{\frac{9}{4}}$.

3. Упростите выражение $\frac{1+b}{1-\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b^2}} - 2b^{\frac{1}{6}}$.

О т в е т ы: 1) $1 - 2b^{\frac{1}{2}}$; 3) $\left(1 - b^{\frac{1}{6}}\right)^2$;
2) $1 - 2b^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{3}}$; 4) $\left(1 + b^{\frac{1}{6}}\right)^2$.

4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\sqrt{2-4x+x^2} = x+1$.

О т в е т ы: 1) $[1; 2]$; 3) $(-1; 0)$;
2) $[0; 1]$; 4) $(-2; -1)$.

5. Определите четность функции

$$y = \sqrt{4-x^2} \cdot (x^3 - x^5).$$

О т в е т ы: 1) четная; 2) нечетная;
3) ни четная, ни нечетная.

II уровень

6. Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, если $a < 0$ и $c \geq 0$.

7. Определите знак разности $\sqrt[4]{7} - \sqrt{2\sqrt[4]{3}}$.

8. Решите неравенство $5\sqrt{x} - 4x \geq 1$.

III уровень

9. Найдите c , если известно, что

$$\frac{\sqrt{c} - c^{-\frac{1}{2}}}{c-1} + \frac{c^{-\frac{1}{2}} - 1}{1+\sqrt{c}} = \frac{1}{28}.$$

10. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{y} = -1, \\ 2\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y} = -7. \end{cases}$$

Контрольная работа № 4
по теме: «Параллельность плоскостей. Построение сечений»

1. Прямоугольники $ABCD$ и $EBCF$ лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону BC . Прямая a параллельна AD и пересекает плоскости ABE и DCF соответственно в точках P и H . Докажите, что $PBCH$ — параллелограмм.
2. Плоскости α и β параллельны (рис. 78). Прямые a и b пересекаются в точке M . Прямая a пересекает плоскости α и β соответственно в точках A и B , а прямая b пересекает плоскость β в точке D . Постройте точку пересечения прямой b с плоскостью α .

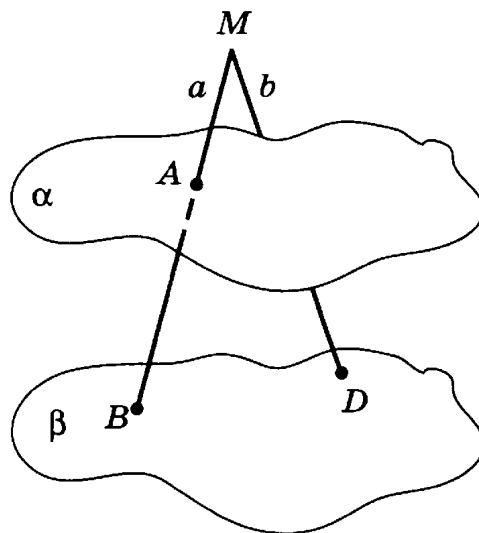


Рис. 78

3. В тетраэдре $DABC$ точка M — середина AC , $DB = 6$, $MD = 10$, $\angle DBM = 90^\circ$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра DC параллельно плоскости DMB , и найдите площадь сечения.
- 4*. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки E и P параллельно прямой a (рис. 79).

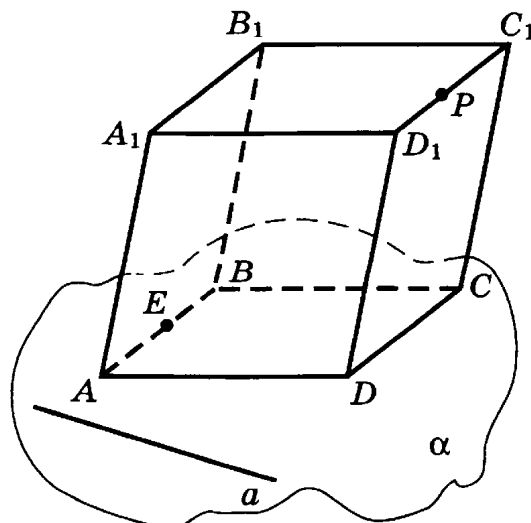


Рис. 79

Контрольная работа № 5

по теме: «Показательная и логарифмическая функции»
I уровень

Укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Упростите выражение $\log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log_3 5}$.
О т в е т ы: 1) 1; 2) 3; 3) 6; 4) 9.
2. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $3^{x - \frac{1}{2}} \cdot 3^{x+1} = 1$.
О т в е т ы: 1) $(-3; -1)$; 2) $(-1; 0)$; 3) $(0; 2)$; 4) $(2; 4)$.
3. Найдите сумму корней уравнения $4\log_3 x = \log_{\sqrt{3}}(9x - 20)$.
О т в е т ы: 1) 5; 2) 8; 3) 9; 4) 10.
4. Решите неравенство $(\sqrt{3})^x \leq \left(\frac{1}{27}\right)$.
О т в е т ы: 1) $x \leq -3$; 3) $x \leq -6$;
2) $x \geq -3$; 4) $x \geq -6$.
5. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\lg(1-x)}{3^{x+4} - 9}$.
О т в е т ы: 1) $x < -2, -2 < x < 1$; 3) $x < 2$;
2) $x < 1$; 4) $-2 < x < 1$.

II уровень

6. Известно, что $\log_{\frac{1}{4}} 43 = a$. Найдите $\log_{\frac{1}{4}} \frac{43}{256}$.
7. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 16, \\ \log_3 x + \log_3 y = 1. \end{cases}$
8. Найдите область значений функции $f(x) = 0,3^{x+1} - 10$.

III уровень

9. Решите уравнение $2 \log_2 \left(1 - \frac{13}{2x+7}\right) = 3 \log_2 \left(2 + \frac{13}{x-3}\right) + 2$.
10. Докажите, что число корней уравнения $3^x + 3^{-x} = ax^4 + 2x^2 + 2$

не может быть четным ни при каком значении a .

Контрольная работа № 6
по теме: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

1. Через сторону AD ромба $ABCD$ проведена плоскость α , удаленная от BC на расстояние, равное $3\sqrt{3}$ см. Сторона ромба равна 12 см, $\angle BCD = 30^\circ$. Найдите угол между плоскостью ромба и плоскостью α .
2. Треугольник ACB — прямоугольный ($\angle C = 90^\circ$), $AC = CB = 3$ см. Треугольник AMC имеет общую сторону AC с треугольником ACB , $AM = CM = \sqrt{6}$ см. Плоскости треугольников взаимно перпендикулярны.
 - 1) Докажите, что $MC \perp BC$.
 - 2) Найдите угол между MB и плоскостью ABC .
- 3*. Найдите расстояние от точки E — середины AB до плоскости BMC .

Контрольная работа № 7
по теме: «Тригонометрические функции и свойства»

I уровень

1. Переведите 120° из градусной меры в радианную.
О т в е т ы: 1) $\frac{3\pi}{4}$; 2) π ; 3) $\frac{2\pi}{3}$; 4) $\frac{2\pi}{6}$.
2. Переведите $2,5\pi$; из радианной меры в градусную.
О т в е т ы: 1) 250° ; 2) 360° ; 3) 400° ; 4) 450° .
3. Найдите область значений функции

$$f(x) = 2 \sin x - 1.$$

- О т в е т ы: 1) $[-3; 1]$; 3) $[-2; 1]$;
 2) $[-2; 0]$; 4) $[-2; 2]$.
4. Укажите нечетную функцию среди данных.
О т в е т ы: 1) $y = \cos x$; 3) $y = \log_5 x$;
 2) $y = \operatorname{ctg} x$; 4) $y = 5^x$.
 5. Найдите корни уравнения $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$.
О т в е т ы: 1) $\frac{7\pi}{4}$; 2) $\frac{5\pi}{4}$; 3) $\frac{3\pi}{4}$; 4) $-\frac{3\pi}{4}$.

II уровень

6. Найдите значение выражения

$$\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} - 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos 3\pi.$$

7. Решите неравенство $\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

8. Найдите корни уравнения
 $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sqrt{2}$,
принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

III уровень

9. Решите неравенство $\cos x \geq 1 + x^2$.
10. Чему равен $\arcsin(\sin 4)$?

Контрольная работа № 8
по теме: «Многогранники»

1. В основании прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$, у которого $BD \perp AB$, $AB = 3$ см, $BD = 4$ см. Плоскость $AB_1 C_1$ составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. В основании пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной, равной 12. Грани MBA и MBC перпендикулярны плоскости основания. Высота пирамиды равна 5. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. В указанной выше пирамиде найдите расстояние между прямыми BC и MD .

Контрольная работа № 9
по теме: «Тригонометрические функции и свойства»

I уровень

Укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Найдите значение выражения

$$\sin 50^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 5^\circ \cdot \cos 50^\circ$$

3. Найдите наименьший положительный корень уравнения $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$.

О т в е т ы: 1) $\frac{\pi}{3}$; 2) $\frac{\pi}{6}$; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{\pi}{4}$.

4. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

О т в е т ы: 1) $-\frac{8}{17}$; 2) $\frac{2}{17}$; 3) $\frac{6}{17}$; 4) $\frac{8}{17}$.

5. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \sin^2 x$ и $y = \cos^2 x$.

О т в е т ы: 1) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
2) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

II уровень

6. Сколько корней имеет уравнение

$$\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)\sqrt{4 - x^2} = 0?$$

7. Решите неравенство $\sin \frac{4x}{3} > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

8. Найдите $\cos \alpha - \sin \alpha$, если известно, что

$$\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

III уровень

9. Сравните числа

$$\frac{\sin 115^\circ}{16 \sin 7^\circ} \text{ и } \cos 7^\circ \cos 14^\circ \cos 28^\circ \cos 56^\circ.$$

10. Решите уравнение $2 \sin^2 x = |\sin x|$.

Контрольная работа № 10 по теме: «Векторы в пространстве»

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:
1) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1 D_1} + \overrightarrow{B_1 B} + \overrightarrow{D_1 A_1}$;
2) $\overrightarrow{D_1 C_1} - \overrightarrow{A_1 B}$.
2. В тетраэдре $DABC$ точка E — середина DB , а точка M — точка пересечения медиан грани ABC . Разложите вектор $\overrightarrow{EM}$ по векторам $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ и $\overrightarrow{DC}$.
3. Даны три неколлинеарных вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Найдите значение k , при котором векторы $\vec{m} = k\vec{a} + k^2\vec{b} + 2\vec{c}$ и $\vec{n} = \vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}$ коллинеарны.
- 4*. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E и F — середины отрезков BD и $C_1 C$. Докажите, используя векторы, что прямые BC_1 , EF и DC параллельны одной плоскости.

10. Решите уравнение $\arcsin(x^2 - 4) = \arcsin(2x + 4)$.

Критерии к оцениванию.

К.Р. №1, 3, 5, 7,9, итоговая:

за правильное решение заданий 1 первого уровня - «3»;

за правильное решение заданий 1 и 2 уровня - «4»;

за правильное решение заданий 1, 2 и 3 уровней - «5».

К.Р. № 2, 4, 6, 8, 10:

за 50 - 70% верно выполненных заданий - «3»;

за 70 - 90% верно выполненных заданий - «4»;

за 90 — 100 % верно выполненных заданий - «5».