

Использование RUTHON для решения заданий КЕГЭ

Задания 2, 15, 17, 23

Задание 2.

Анализ таблиц истинности ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

- Условные обозначения логических операций, в том числе Python
- Формулы (правила, законы) для преобразования логических выражений
- Таблицы истинности для логических выражений
- Порядок следования логических операций (приоритет выполнения)
- Управляющие конструкции в Python

1 – *True*

0 – *False*

Условные обозначения логических операций в Python

- конъюнкция \wedge ($A \wedge B$)

`and`

`A and B`

- дизъюнкция \vee ($A \vee B$)

`or`

`A or B`

- отрицание \neg ($\neg A$)

`not`

`not A`

- импликация \rightarrow ($A \rightarrow B$)

`<=`

`A <= B`

- тождество \equiv ($A \equiv B$)

`==`

`A == B`

Управляющие конструкции в Python

- цикл с параметром

```
for переменная in диапазон:  
    тело цикла
```

```
for x in 0, 1:  
    тело цикла
```

- условие

```
if условие then:  
    действия, если условие истинно  
else:  
    действия, если условие ложно
```

```
if A<=B then:  
    print('истина')  
else:  
    print('ложь')
```

Пример 1 (задание 2). Условие

Логическая функция F задаётся выражением

$$((x \wedge \neg y) \vee (w \rightarrow z)) \equiv (z \equiv x)$$

На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример 1 (задание 2)

$$((x \wedge \neg y) \vee (w \rightarrow z)) \equiv (z \equiv x)$$

?	?	?	?	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0			1	1

```
print('x y z w')
```

```
for x in 0, 1:
```

```
    for y in 0, 1:
```

```
        for z in 0, 1:
```

```
            for w in 0, 1:
```

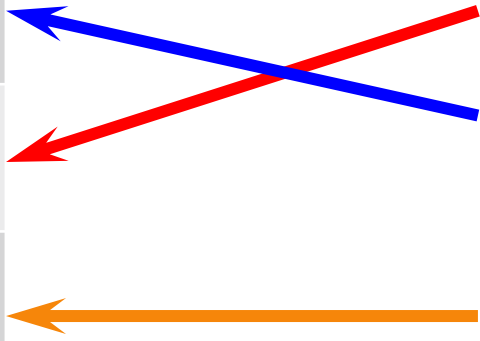
```
                if ((x and not(y)) or (w<=z)) == (z==x):
```

```
                    print(x, y, z, w)
```

===== RESTART:

```
x y z w
0 0 0 0
0 1 0 0
1 0 1 0
1 0 1 1
1 1 0 1
1 1 1 0
1 1 1 1
>>> |
```

?	?	?	?	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0			1	1
z	y	w	x	



x	y	z	w
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1
>>>			

Пример 2 (задание 2). Условие

Логическая функция F задаётся выражением

$$((x \rightarrow y) \wedge (z \vee w)) \rightarrow ((x \equiv w) \vee (y \wedge \neg z))$$

На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример 1 (задание 2)

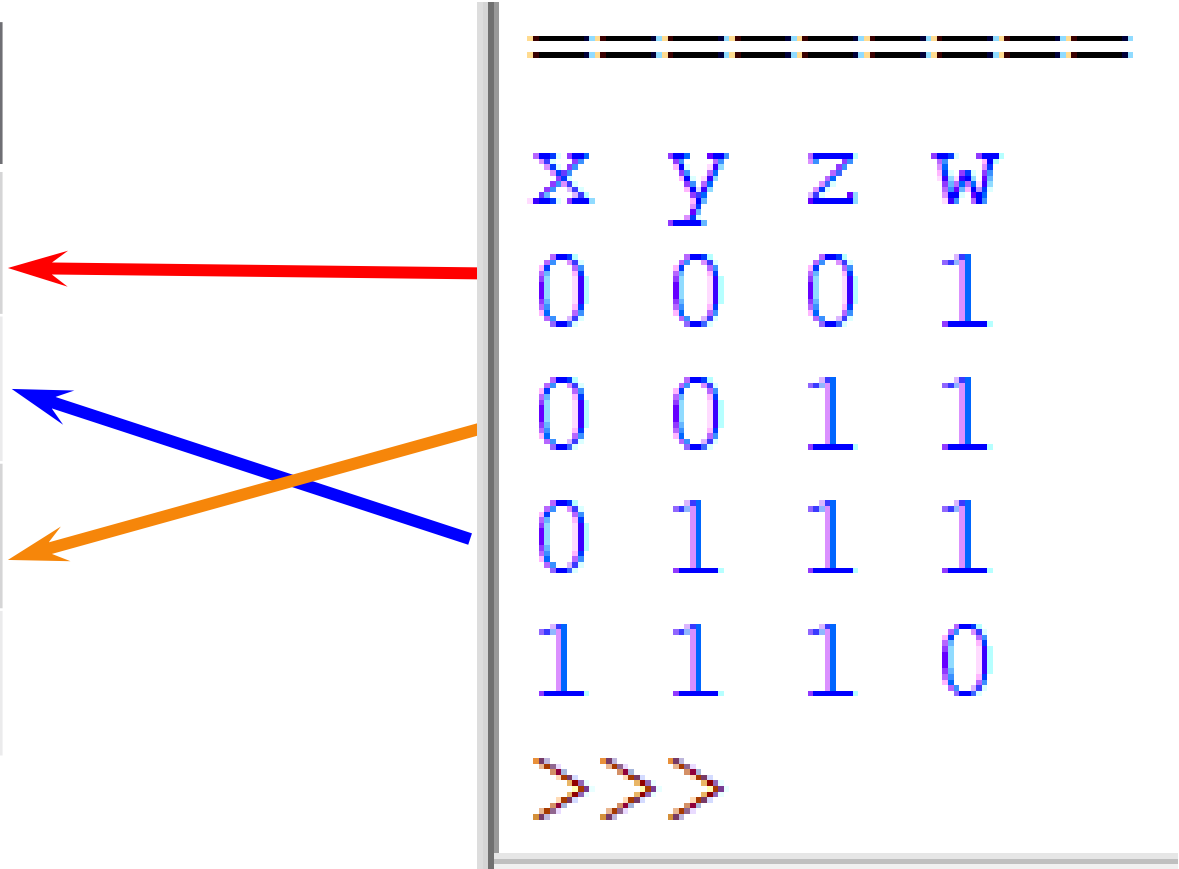
$$((x \rightarrow y) \wedge (z \vee w)) \rightarrow ((x \equiv w) \vee (y \wedge \neg z))$$

?	?	?	?	F
0	0		0	0
1		1	1	0
0				0

```
=====
x  y  z  w
0  0  0  1
0  0  1  1
0  1  1  1
1  1  1  0
>>>
```

```
print('x y z w')
for x in 0, 1:
    for y in 0, 1:
        for z in 0, 1:
            for w in 0, 1:
                if not (((x <= y) and (z or w)) <= ((x==w) or (y and not(z)))):
                    print(x, y, z, w)
```

?	?	?	?	F
0	0	1	0	0
1	0	1	1	0
0	0	1	1	0
y	x	w	z	



Задание 15.

Основные понятия математической ЛОГИКИ

- Задачи с поразрядными операциями (поразрядная конъюнкция)
- Деление без остатка (ДЕЛ)
- Задачи на плоскости (графики)
- Задачи на числовой прямой
- Множества

1 – *True*

0 – *False*

!= – *не равно*

Задание 15.

Основные понятия математической ЛОГИКИ

- Задачи с поразрядными операциями (поразрядная конъюнкция)
- Деление без остатка (ДЕЛ)
- Задачи на плоскости (графики)
- Задачи на числовой прямой
- Множества

1 – *True*

0 – *False*

!= – *не равно*

Задачи с поразрядными операциями

Пример 1. Условие

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите **наименьшее** натуральное число a , такое что выражение

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 48 = 0) \rightarrow (x \& a \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задачи с поразрядными операциями

& – поразрядная конъюнкция

```
for A in range(1,1000):  
    Rezult=1  
    for x in range(1,1000):  
        Rezult*=(((x&28!=0) or (x&45!=0))<=((x&48==0)<=(x&A!=0)))  
        if not Rezult:  
            break  
    if Rezult:  
        print(A)  
        break
```

```
=====  
13  
>>>
```

Задачи с поразрядными операциями

Пример 2. Условие

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите **наибольшее** натуральное число a , такое что выражение

$$(x \& a \neq 0) \rightarrow ((x \& 20 = 0) \rightarrow (x \& 5 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задачи с поразрядными операциями

```
for A in range(1000,1,-1):  
    Rezult=1  
    for x in range(1,1000):  
        Rezult*=((x&A!=0)<=((x&20==0)<=(x&5!=0)))  
        if not Rezult:  
            break  
    if Rezult:  
        print(A)  
        break
```

=====

21

>>> |

Деление без остатка

Пример 1. Условие

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg ДЕЛ(x, A) \rightarrow (ДЕЛ(x, 6) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Деление без остатка

% – остаток от деления

```
for A in range(1,1000):
```

```
    Rezult=1
```

```
    for x in range(1,1000):
```

```
        Rezult*=((x%A!=0)<=((x%6==0)<=(x%9!=0)))
```

```
    if Rezult:
```

```
        print(A)
```

```
=====
1
2
3|
6
9
18
>>>
```

Деление без остатка

```
def DEL(X,a):  
    return X%a==0
```

```
for A in range(1,1000):  
    Result=True  
    for x in range(1,1000):  
        if not((not DEL(x,A))<=(DEL(x,6)<= (not DEL(x,9)))):  
            Result=False  
            break  
    if Result:  
        print(A)
```

```
=====  
1  
2  
3|  
6  
9  
18  
>>>
```

Задачи на плоскости

Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(5k + 6n > 57) \vee ((k \leq A) \wedge (n < A))$$

истинно для любых целых положительных значений k и n .

```
for A in range(1,1000):
```

```
    Result=True
```

```
    for k in range(1,1000):
```

```
        for n in range(1,1000):
```

```
            if not((5*k+6*n>57) or ((k<=A) and (n<A))):
```

```
                Result=False
```

```
                break
```

```
if Result:
```

```
    print(A)
```

```
break
```

```
=====
10
>>>
```

Задачи на числовой прямой

На числовой прямой даны отрезки $A = [70; 90]$, $B = [40; 60]$ и $C = [0; N]$ и функция

$$F(x) = (\neg (x \in A) \rightarrow (x \in B)) \wedge (\neg (x \in C) \rightarrow (x \in A))$$

При каком наименьшем числе N функция $F(x)$ истинна более чем для 30 целых чисел x ?

Предварительный этап

1. Вводим обозначения

$$B \Rightarrow x \in B$$

$$C \Rightarrow x \in C$$

$$A \Rightarrow x \in A$$

2. Упрощаем выражение

$$\begin{aligned}(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg C \rightarrow A) &= (A \vee B) \wedge (C \vee A) = A \wedge C \vee B \wedge C \vee A \wedge A \vee B \wedge A = \\ &= A \wedge C \vee B \wedge C \vee A \vee B \wedge A = A \wedge (1 \vee C \vee B) \vee B \wedge C = A \vee B \wedge C\end{aligned}$$

Примеры задания множеств

$$P = \{i \text{ for } i \text{ in range}(5,31)\}$$

$$Q = \{14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23\}$$

Задачи на числовой прямой

```
A={i for i in range(70,91)}  
B={i for i in range(40,60)}  
C=set()  
for i in range(90):  
    C.add(i)  
    if (len(A)+len(B&C))>30:  
        print(i)  
        break
```

=====

49

>>>

Задачи на множества

Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{4, 8, 12, 116\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

Предварительный этап

1. Вводим обозначения

$$P \Rightarrow x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$Q \Rightarrow x \in \{4, 8, 12, 116\}$$

$$A \Rightarrow x \in A$$

2. Упрощаем выражение

$$P \rightarrow ((Q \wedge \neg A) \rightarrow \neg P) = \neg P \vee \neg(Q \wedge \neg A) \vee \neg P = \neg P \vee \neg Q \vee A = \neg(P \wedge Q) \vee A$$

3. Делаем вывод

$$A = P \wedge Q$$

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$Q = \{4, 8, 12, 116\}$$

$$A = P \& Q$$

$$\text{print}(\text{sum}(\text{list}(\text{set}(A))))$$

Задание 17.

Перебор последовательности целых чисел. Проверка делимости

- Нахождение количества чисел в заданном диапазоне, удовлетворяющих условию(ям)
- Нахождение суммы чисел в заданном диапазоне, удовлетворяющих условию(ям)
- Нахождение минимального (максимального) числа в заданном диапазоне, удовлетворяющих условию(ям)
- Нахождение средне арифметического чисел в заданном диапазоне, удовлетворяющих условию(ям)

Определение количества чисел

```
count = 0
```

```
for i in range(a, b+1):
```

```
    if условие :
```

```
        count +=1
```

```
print( count )
```

Определение суммы чисел

```
summ = 0
```

```
for i in range(a, b+1):
```

```
    if условие :
```

```
        summ +=i
```

```
print( summ )
```

Определение максимального числа

`maxZn = min_значение`

`for i in range(a, b+1):`

`if условие and i > maxZn :`

`maxZn=i`

`print(maxZn)`

Определение минимального числа

`minZn = max_значение`

`for i in range(a, b+1):`

`if условие and i < minZn :`

`minZn=i`

`print(minZn)`

Пример 1.

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[2320; 10987]$, которые делятся на 2 или на 7 и не делятся на 11, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.

```
a=2320
b=10987
count=0
maxZn=0
for i in range(a,b+1):
    if (i%2==0 or i%7==0) and (i%11!=0 and i%13!=0 and i%17!=0 and i%19!=0):
        count+=1
        if i>maxZn:
            maxZn=i
print(count, maxZn)
```

```
count+=1
maxZn=i
```

```
===== R
3707 10986
>>>
```

Пример 2.

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[3712; 8432]$, которые удовлетворяют следующим условиям:

- запись в двоичной и четверичной системах счисления заканчивается одинаковой цифрой;
- кратны, по крайней мере, одному из чисел: 13, 14 или 15.

Найдите количество таких чисел и минимальное из них.

```
a=3712
b=8432
count=0
minZn=9000
f=0
for i in range(a,b+1):
    if (i%2==i%4) and (i%13==0 or i%14==0 or i%15==0):
        count+=1
        if f==0:
            minZn=i
            f=1
print(count, minZn)
```

```
=====
471 3720
>>> |
```

Задание 23.

Динамическое программирование

- Определение общего количества программ
- С исключаемым значением
- С обязательным значением
- С исключаемым и обязательным значениями
 - Использование рекурсии
 - Динамическое программирование

У исполнителя Калькулятор три команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1
2. прибавь 3
3. умножь на 4

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 18?

```
def F( n, k ):
    if n == k:
        return 1
    if n > k:
        return 0
    return F(n+1,k)+F(n+3,k)+F(n*4,k)

print(F(1,18))
```

```
=====
572
>>> |
```


Исполнитель Июнь15 преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя Июнь15 – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 29 и при этом траектория вычислений содержит число 14 и не содержит числа 25?

```
def F( n, k ):
    if n == k:
        return 1
    if n==25 or n>k:
        return 0
    return F(n+1,k)+F(n*2,k)
```

```
print(F(2,14)*F(14,29))
```

```
=====  
13  
>>>
```

Использование двух массивов

```
a =[0]*15
```

```
a[2] = 1
```

```
for i in range(3,14+1):
```

```
    if i%2==0 and i>=4:
```

```
        a[i] = a[i-1] + a[i//2]
```

```
    else:
```

```
        a[i] = a[i-1]
```

```
b =[0]*30
```

```
b[14] = 1
```

```
for i in range(15,29+1):
```

```
    if i==25: b[25] = 0
```

```
    elif i%2==0 and i>=28:
```

```
        b[i] =b[i-1] + b[i//2]
```

```
    else: b[i] = b[i-1]
```

```
print(a[14]*b[29])
```

Динамическое программирование

```
a =[0]*30
```

```
a[2] = 1
```

```
for i in range(3,14+1):
```

```
    if i % 2 == 0:
```

```
        a[i] = a[i-1] + a[i//2]
```

```
    else: a[i] = a[i-1]
```

```
for i in range(15,29+1):
```

```
    if i==25: a[25] = 0
```

```
    elif i%2 == 0 and i>=28:
```

```
        a[i] = a[i-1] + a[i//2]
```

```
    else: a[i] = a[i-1]
```

```
print( a[29] )
```