Тренировочные задачи для подготовки учащихся к ОГЭ по тема: «Решение задач на смеси и сплавы»

В процессе поиска решения этих задач полезно применить очень удобную модель и научить школьников пользоваться ею. Изображаем каждую смесь (сплав) в виде прямоугольника разбитого на фрагменты, количество которых соответствует количеству составляющих эту смесь (этот сплав) элементов.

Но первым делом необходимо повторить такие понятия, как:

1.концентрация (доля чистого вещества в смеси (сплаве));

2.масса смеси (сплава);

3.масса чистого вещества в смеси (сплаве).

А также то, что процентом называется его сотая часть и три основные задачи на проценты:

1. Найти 15% от числа 60.

Решение:60•0,15=9.

2. Найти число, 12% которого равны 30.

Решение: 30:0,12=250.

3. Сколько процентов составляет число 120 от 600?

Решение: 120:600•100%=20%.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

***Задача 1****.* Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

Изобразим каждый из сплавов в виде прямоугольника, разбитого на два фрагмента (по числу составляющих элементов). Кроме того, на модели отобразим характер операции – сплавление, поставим знак «+» между первым и вторым прямоугольниками. Поставив знак «=» между вторым и третьим прямоугольниками, мы тем самым показываем, что третий сплав получен в результате сплавления первых двух. Полученная схема имеет следующий вид:

Теперь заполняем получившиеся прямоугольники в соответствии с условием задачи:

1. Над каждым прямоугольником («маленьким») указываем соответствующие компоненты сплава. При этом обычно бывает достаточно использовать первые буквы их названия (если они различны). Удобно сохранять порядок соответствующих букв.
2. Внутри прямоугольников вписываем процентное содержание (или часть) соответствующего компонента. Понятно, что если сплав состоит из двух компонентов, то достаточно указать процентное содержание одного из них. В этом случае процентное содержание второго компонента равно разности 100% и процентного содержания первого.
3. Под прямоугольником записываем массу (или объем) соответствующего сплава (или компонента).

Рассматриваемый в задаче процесс можно представить в виде следующей модели- схемы:

свинец

медь

свинец

свинец

медь

медь

15%

65%

30%

+

=

200г

*Решение.*

*1-й способ.* Пусть ***х****г* – масса первого сплава. Тогда, (200-***х***)г – масса второго сплава. Дополним последнюю схему этими выражениями. Получим следующую схему:

свинец

свинец

свинец

медь

медь

медь

15%

65%

30%

*х* г

(200-*х)* г

200 г

+

=

Сумма масс меди в двух первых сплавах (то есть слева от знака равенства) равна массе меди в полученном третьем сплаве (справа от знака равенства):

Решив это уравнение, получаем *х=140*. При этом значении *х* выражение 200-*х=60.* Это означает, что первого сплава надо взять140г, а второго-60г.

*Ответ:140г. 60г.*

*2-й способ****.*** Пусть *х* г и *у* г – масса соответственно первого и второго сплавов, то есть пусть исходная схема имеет вид:

свинец

свинец

медь

медь

15%

65%

*х* г

y г

свинец

медь

30%

200 г

+

=

Легко устанавливается каждое из уравнений системы двух линейных уравнений с двумя переменными:

Решение системы приводит к результату: Значит, первого сплава надо взять 140 г, а второго-60 г.

Ответ: 140г,60г.

***Задача 2.*** В 4кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько килограммов олова надо добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равным 70%?

*Решение:* Пусть *х* кг – искомое количество олова. Тогда масса полученного сплава равна (4+*х*) кг. Составим схему и внесем эти выражения на схему:

олово

олово

олово

медь

медь

100%

*4кг*

*х* г

*хк*г

*(4+х)кг*

40%

70%

+

=

Составим уравнение, подсчитав массу олова слева и справа от знака равенства на схеме. Получаем уравнение: (1), корнем которого служит

Отметим, что уравнение можно составить и на основе подсчета массы меди слева и справа от знака равенства. Для этого понадобится знать процентное содержание меди в данном и полученном сплавах. Внесем эти данные в схему:

олово

олово

олово

медь

медь

60%

30%

*4 кг*

*х* г

*х к*г

*(4+х) кг*

+

=

В этом случае получаем следующее уравнение:

(2).

Уравнение (1) равносильно уравнению (2). В этом легко убедиться, решив последнее уравнение. Его корень равен 4. Обычно решают то уравнение, которое проще. В нашем случае разница не так заметна. Вместе с тем, второе уравнение содержит переменную только в одной (правой) части, и его обе части сразу можно разделить на 0,3. Поэтому предпочтение можно отдать второму уравнению.

*Ответ:4кг.*

***Задача 3.*** К некоторому количеству сплава меди с цинком, в котором эти металлы находятся в отношении 2:3, добавили 4 кг чистой меди. В результате получили новый сплав, в котором медь и цинк относятся как 2:1. Сколько килограмм нового сплава получилось?

Решение.

Прежде чем составлять схему, уточним, что в первом сплаве медь составляет , а в полученном сплаве - . Обозначим массу полученного сплава *х* кг, и, внеся указанные части в соответствующие фрагменты схемы, получаем:

цинк

медь

медь

медь

цинк

2/5

1

*(x-4) кг*

*х* г

*4 кг*

*х кг*

2/5

2/3

+

=

Нетрудно составить уравнение, подсчитав количество меди слева от знака неравенства, и приравняв его к количеству меди, справа от него. Получаем уравнение: Решив его, получаем искомое значение: *х*=9.

*Замечание.* Можно было составить уравнение на основе подсчета массы цинка в обеих частях неравенства. Для этого внесем в схему необходимые данные:

1)если в первом сплаве медь составляет часть , то цинк – ;

2) если в полученном сплаве медь составляет часть , то цинк – .

медь

медь

медь

цинк

цинк

3/5

1/3

*(x-4)кг*

*х* г

*4кг*

*хкг*

2/5

+

=

Уравнение в этом случае имеет вид: Это уравнение равносильно предыдущему.

*Ответ х=9кг.*

**Аналогичные рассуждения позволяют школьникам справиться и с более сложными задачами рассматриваемого вида.**

***Задача 4****.* Имеются три смеси, составленные из трех элементовA, B и С. В первую смесь входят только элементы А и В в весовом отношении 1:2, во вторую смесь входят только элементы В и С в весовом отношении 1:3, в третью смесь входят только элементы А и С в весовом отношении 2:1. В каком отношении нужно взять эти смеси, чтобы во вновь полученной смеси элементы А, В и С содержались в весовом отношении 11:3:8?

*Решение.*

Предшествующая работа позволяет школьникам без проблем составить одну из схем, где за *х* единиц веса, *у* единиц веса и *z* единиц веса обозначены соответственно вес первой, второй и третьей смеси.

+



А

В



х ед.в.

B

C

у ед.в.

+

А

В

z ед.в.

=

C

A

C

(x+y+z) ед.в.



Вторая схема может иметь вид:

x ед.в.

(x+y+z) ед.в.

y ед.в.

z ед.в.

В

C

A

+

+

=

В



C

A

В



C

A

В



C

A



Подсчет и уравнивание веса любых двух из трех компонентов рассматриваемых смесей приводит к системе двух уравнений с тремя переменными. Если рассмотрим компоненты А и В, то система имеет вид:

Решение этой системы может вызвать затруднения у школьников: количество уравнений (их два) меньше числа переменных (их три). Навести на решение поможет правило: *составить выражение, значение которого надо найти по вопросу задачи.* Это выражение имеет вид: *x:y:z.* Значит, для ответа на вопрос задачи совсем не обязательно находить значение каждой из переменных. Достаточно найти два отношения *x:y и y:z* или  *x:y и z:y.* Для нахождения двух последних отношений разделим левую и правую части каждого уравнения на *у* (*у≠0).*Получаем систему:

Теперь система имеет два уравнения и две переменных: Целесообразно для удобства записей ввести новые переменные: Теперь система принимает вид:

В результате решения системы получаем: это означает, что следовательно, искомое отношение имеет вид: *x:y:z=3:4:15.*

*Ответ:3:4:15.*

***Задача 5.***

Для консервирования 10 кг баклажан необходимо 0,5 л столового уксуса

(10 % раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты), из которой она готовит уксус, добавляя в нее воду. Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобится хозяйке для консервирования 20 кг баклажан?

*Решение.*

Для консервирования 20кг баклажан понадобится 1л или 1000мл столового уксуса (10% раствор уксусной кислоты). Для получения его из *х мл* уксусной эссенции (80% раствор уксусной кислоты) необходимо добавить воду, тогда схема для решения задачи имеет вид:

вода

вода

вода

укс.кисл

укс.кисл

80%

100%

10%

*х мл*

*х* г

*(1000-х) мл*

*1000 мл*

+

=

Составим уравнение, подсчитав количество уксусной кислоты слева от знака неравенства, и приравняем его к количеству уксусной кислоты справа от него. Получаем уравнение

Значит, для приготовления 500мл маринада понадобится 125мл уксусной эссенции (80% раствор уксусной кислоты).

*Ответ:125мл.*

***Задача 6*.** Свежие абрикосы содержат 80 % воды по массе, а курага (сухие

абрикосы) – 12 % воды. Сколько понадобится килограммов свежих абрикосов, чтобы получить 10 кг кураги?

*Решение.*

При высыхании абрикос испаряется вода, количество сухого вещества не меняется*.* Схема для решения такой задачи имеет вид:

вода

вода

вода

с.в.

с.в.

20%

100%

88%

*х кг*

*х* г

*(10-х)кг*

*10 кг*

80%

12%

-

=

Составим уравнение, подсчитав количество сухого вещества в левой и правой части схемы:

*0,2х=8,8*

*х=44.*

*Ответ:44кг.*

***Задача 7***. По рецепту засолки огурцов на каждые 10 л рассола необходимо добавить 1 л столового уксуса . У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты), из которой она готовит уксус (10 % раствор уксусной кислоты), добавляя в нее воду. Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобиться хозяйке для приготовления 5 л рассола?

*Решение.*

Для приготовления 5л рассола необходимо 0,5л или 500мл столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты). Для получения его из *х мл*  уксусной эссенции (80% раствор уксусной кислоты), необходимо добавить воду. Тогда схема для решения задачи имеет вид:

вода

вода

вода

укс.кисл

укс.кисл

80%

100%

10%

*х мл*

*х* г

*(500-х) мл*

*500 мл*

20%

90%

+

=

Составим уравнение, подсчитав количество уксусной кислоты слева от знака неравенства, и приравняем его к количеству уксусной кислоты справа от него. Получаем уравнение:

Значит, для приготовления 5л рассола хозяйке понадобится 62,5мл уксусной эссенции (80% раствор уксусной кислоты).

*Ответ:62,5.*

***Задача 8.*** Кислый маринад для консервирования овощей содержит 24% столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты). Сколько процентов уксусной эссенции должно содержаться в аналогичном маринаде?

*Решение:*

Объем маринада принимаем за единицу (1ед.об). Если кислый маринад содержит 24% столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты) это значит, что в 1 ед. об. маринада содержится 0,24 ед.об столового уксуса. Найдем, сколько миллилитров уксусной эссенции содержится в 0,24 ед.об. столового уксуса (или в 1ед.об. рассола).

80%

+

90%

20%

*(0,24-х) ед.об.*

*х ед.об*

*х* г

10%

100%

укс.кисл

укс.кисл

вода

вода

вода

=

*0,24 ед.об.*

Составим уравнение, подсчитав количество уксусной кислоты слева от знака неравенства, и приравняем его к количеству уксусной кислоты справа от него. Получаем уравнение:

0,8х=0,024;

х=0,03.

Так как в 1ед.об. рассола содержится 0,03ед.об. уксусной эссенции, то процентное ее содержание составляет 3%.

*Ответ:3.*

**Для самостоятельного решения полезно предложить учащимся следующие задания:**

1. Бронза – сплав меди и олова. В древности из бронзы отливали колокола, если в ней содержалось 75% меди. К куску бронзы 500кг и содержащему 72% добавили некоторое количество бронзы, содержащей 80% меди и получили бронзу, необходимую для изготовления колокола. Определите сколько добавили 80% бронзы.

*Ответ:300кг.*

1. В лаборатории изготовили 1кг 16% солевого раствора. Через неделю из этого раствора испарилось 200г воды. Какова стала концентрация соли в растворе?

*Ответ:20%.*

1. При выплавке стали из чугуна, выжигается углерод. Содержание углерода в чугуне 4%. Сколько тонн углерода нужно выжечь из 245т чугуна, чтобы получилась сталь с содержанием углерода 2%?

*Ответ:5т.*

1. Имеется 600г сплава золота и серебра содержащего золото и серебро в отношении 1:5 соответственно. Сколько грамм золота необходимо добавить к этому сплаву чтобы получить новый сплав содержащий 50% серебра.

*Ответ:400г.*

1. Слиток сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди надо добавить к этому куску, чтобы полученный сплав содержал 60% меди?

*Ответ:13,5кг.*

1. После смешивания двух растворов, один из которых содержал 48 г, а другой — 20 г безводного йодистого калия, получилось 200 г нового раствора. Найдите концентрацию каждого из первоначальных растворов, если концентрация первого на 15% больше концентрации второго.

*Ответ:40% и 25%.*

1. Имелось два слитка меди. Процент содержания меди в первом слитке на 40% меньше, чем во втором. После того как оба слитка сплавили, получился слиток, содержащий 36% меди. Найдите процентное содержание меди в каждом слитке, если в первом было 6 кг меди, а во втором — 12 кг.

*Ответ:20% и 60%*

8. Сколько чистого спирта нужно добавить к 735 г 16%-ного раствора йода и спирта, чтобы получить 10%-ный раствор?

*Ответ:441г.*

9. Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с ее 10%-ным раствором и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов 30 % -ного раствора было взято?

*Ответ:150г.*

10. В сосуде находится 10%-ный раствор спирта. Из сосуда отлили 1/3 содержимого, а оставшуюся часть долили водойтак, что сосуд оказался заполненным на 5/6 первоначального объема. Какое процентное содержание спирта оказалось в сосуде?

*Ответ:8%.*

1. Имеются два слитка, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый слиток массой 150 кг содержит 40% олова, а второй массой 250 кг — 26% меди. Процентное содержание цинка в обоих слитках одинаково. Сплавив первый и второй слитки, получили сплав, в котором оказалось 30% цинка. Сколько килограммов олова содержится в полученном сплаве?

*Ответ:170 кг.*

1. Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 25% цинка, а второй — 50% меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в 2 раза меньше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого сплава и 300 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 28% цинка. Определите, сколько килограммов меди содержится в получившемся новом сплаве.

*Ответ: 280 кг.*

1. Из сосуда, содержащего чистый спирт, отлили 20% содержимого и добавили такое же количество воды. Затем снова отлили 20% содержимого и добавили такое же количество воды. Какое минимальное количество раз надо повторить этот процесс, чтобы содержание спирта в сосуде стало меньше 30%?

*Ответ:6 раз.*

14. Сплав весит 2 кг и состоит из серебра и меди, причем вес серебра составляет 14% веса меди. Сколько серебра в данном сплаве?

*Ответ:0,25 кг.*

15. Имелись два разных сплава меди, причем процент содержания меди в первом сплаве был на 40% меньше, чем во втором. После того как их сплавили вместе, получили сплав, содержащий 36% меди. Определите процентное содержание меди в обоих сплавах, если известно, что в первом ее 6 кг, а во втором — вдвое больше.

*Ответ:20% и 60%.*

1. Два раствора, первый из которых содержал 800 г, а второй 600 г безводной серной кислоты, смешали и получили 10 кг нового раствора серной кислоты. Определите массу первого и второго растворов, вошедших в смесь, если известно, что процент содержания безводной серной кислоты в первом растворе на 10% больше, чем во втором.

*Ответ:4кг и 6 кг*.

1. Морская вода содержит 5% (по весу) соли. Сколько килограммов пресной воды надо прибавить к 40 кг морской воды, чтобы содержание соли в последней составляло 2 %?

*Ответ: 60 кг.*

1. Имеется стальной лом двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с содержанием 30% никеля?

*Ответ:40т и 100т.*

1. Свежие грибы по весу содержат 90% воды, а сухие 12% воды. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

*Ответ:2,5 кг*

20. Имеется сплав серебра с медью. Вычислите вес и пробу этого сплава, если его сплав с 3 кг чистого серебра есть сплав 900-й пробы, а его сплав с 2 кг сплава 900-й пробы есть сплав 840 пробы. (Проба благородного металла, равная например, 760 означает, что масса этого благородного металла в сплаве составляет 0,760 от массы всего сплава.)

*Ответ: Вес первоначального сплава 3кг его проба 0,8.*

21. Имеются три слитка. Первый весит 5 кг, второй 3 кг и каждый из этих слитков содержит 30% меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56% меди, а если второй слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 60% меди. Найдите вес третьего слитка и процент содержания меди в нем.

*Ответ:10кг; 69%*

22. Один сплав меди с оловом содержит эти металлы в отно­шении 2:3, другой — в отношении 3 : 7. В каком количестве надо взять эти сплавы, чтобы получить 12 кг нового сплава, в котором медь и олово были бы в отношении 3:5?

*Ответ: 9кг и 3кг*.

23. 40% раствор серной кислоты разбавили 60% раствором, после чего добавили 5кг воды и получили раствор 20% концентрации. Если бы вместо 5кг воды добавили 5 кг 80% раствора серной кислоты, то получился бы 70% раствор. Сколько было 40% и 60% раствора серной кислоты?

*Ответ: 1кг 40% и 2кг 60%.*

.

**Список литературы.**

1. Е.А.Семенко и др.Обобщающее повторение курса алгебры и начал анализа. Краснодар: «Просвещение-Юг», 2005.Ч.1. – 156с

2. Е.А.Семенко и др.Тестовые задания для подготовки к ЕГЭ – 2008 по математике.. Краснодар: «Просвещение-Юг», 2008.Ч.2. – 103с

3. Е.А.Семенко и др.Тестовые задания для подготовки к ЕГЭ – 2008 по математике.. Краснодар: «Просвещение-Юг», 2006.Ч 3. – 121с

4. Хоркина Н.А, Как помочь ученикам решать логарифмические уравнения и неравенства. МПГУ

5. Д,Гущин Сборник заданий по алгебре для подготовки к ЕГЭ и конкурсным экзаменам. Пособие для учителей./Париж, СПб: Стетоскоп, ВВМ, 2008. – 114с

* 1. Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д. Интенсивный курс подготовки к ЕГЭ.М.: Айрис – пресс,2004.-304с.
  2. Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д. и др. ЕГЭ 2010. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся /ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2010. – 96с.
  3. Алгебра 7класс. В двух частях.

Часть 1:Учебник для общеобразовательных учреждений.

Часть 2:Задачник для общеобразовательных учреждений.

Авторы: А.Г.Мордкович, Т.Н Мишустина, Е.Е.Тульчинская. М.Мнемозина, 2008год.

9. Алгебра 8класс. В двух частях.

Часть 1:Учебник для общеобразовательных учреждений.

Часть 2:Задачник для общеобразовательных учреждений.

Авторы: А.Г.Мордкович, Т.Н Мишустина, Е.Е.Тульчинская. М.:Мнемозина, 2008год.

10. Часть 1 Алгебра. Углубленное изучение. 8 класс.Учебник.

Автор: А.Г. Мордкович М.:Мнемозина, 2006год.

Часть 2 Алгебра. Углубленное изучение. 8 класс Задачник к учебнику А.Г.Мордковича.

Авторы: Л.И.Звавич, А.Р.Рязановский М.:Мнемозина, 2006год.

11. . Алгебра 9 класс. В двух частях.

Часть 1:Учебник для общеобразовательных учреждений.

Часть 2:Задачник для общеобразовательных учреждений.

Авторы: А.Г.Мордкович, Т.Н Мишустина, Е.Е.Тульчинская.М.:Мнемозина, 2008год.

12. Часть 1 Алгебра. Углубленное изучение. 9 класс.Учебник.

Автор: А.Г. Мордкович М.:Мнемозина, 2006год.

Часть 2 Алгебра. Углубленное изучение. 9 класс Задачник к учебнику А.Г.Мордковича.

Авторы: Л.И.Звавич, А.Р.Рязановский М.:Мнемозина, 2006год.