

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

---

# ВСЕРОССИЙСКИЙ ФОРУМ ЭКСПЕРТОВ ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

---

---

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

МОСКВА, 17-18 ДЕКАБРЯ 2019

---

Мониторинг формирования и оценки функциональной грамотности  
Математическая грамотность

## СОДЕРЖАНИЕ

НА ПУТИ РЕШЕНИЯ СТРАТЕГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ .....	3
ЧТО НЕОБХОДИМО ЗНАТЬ КАЖДОМУ УЧИТЕЛЮ О ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ .....	7
ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ .....	11
ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ .....	22
ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЙ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССОВ .....	30
ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ .....	36
ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЙ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССОВ .....	45
СПЕЦИФИКАЦИЯ СИСТЕМЫ ЗАДАНИЙ ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 6-Х И 9-Х КЛАССОВ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ.....	49

## НА ПУТИ РЕШЕНИЯ СТРАТЕГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Галина Сергеевна КОВАЛЕВА, руководитель Центра оценки качества образования  
ФГБНУ «Институт стратегии развития образования  
Российской академии образования»,  
руководитель проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности»,  
к.п.н.

До 2024 года в целях осуществления прорывного научно-технического и социально-экономического развития страны планируется обеспечение вхождения России в число пяти крупнейших экономик мира, в том числе обеспечение темпов экономического роста выше мировых. Правительству РФ поручено обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования.

**Какие новые направления работы реализуются профессиональным сообществом?** Конкурентоспособность образования определяется в первую очередь не местом, которое страна занимает в рейтинге международных сравнительных исследований, подобных исследованиям PISA, TIMSS или PIRLS<sup>1</sup>. Она определяется качеством и доступностью образования. Конкурентоспособность страны – это способность выдержать конкуренцию в овладении новыми технологиями, способность граждан адаптироваться к изменяющимся условиям обучения, труда и жизни.

Международные сравнительные исследования в области образования год за годом подтверждают, что российские учащиеся сильны в области предметных знаний, но у них возникают трудности в применении предметных знаний в ситуациях, приближенных к жизненным реальностям. В связи с этим, одной из задач для профессионального

---

<sup>1</sup> **PISA** – международная программа по оценке образовательных достижений (Programme for International Student Assessment), оценивается сформированность функциональной грамотности учащихся 15-летнего возраста. Осуществляется Организацией Экономического Сотрудничества и Развития (OECD – Organization for Economic Cooperation and Development). Главный вопрос, на который отвечает исследование, – «Обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в современном обществе, т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений?».

**TIMSS** – международное мониторинговое исследование качества математического и естественнонаучного образования (Trends in Mathematics and Science Study); оценивается освоения основ математики и естественнонаучных предметов учащимися 4 и 8 классов и профильных курсов по математике и физики учащимися 11 классов. Организовано Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement).

**PIRLS** – международный проект «Изучение качества чтения и понимания текста» (Progress in International Reading Literacy Study), 4 класс. Организовано Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement). На рубеже перехода из начальной в основную школу оценивается уровень сформированности читательской грамотности как основы для дальнейшего обучения.

сообщества становится разработка национального инструментария и технологии, которые будут способствовать формированию и оценке способности применять полученные в процессе обучения знания для решения различных учебных и практических задач – формированию функциональной грамотности. Данная задача начала реализовываться в 2019 году в рамках инновационного проекта Министерства просвещения Российской Федерации «Мониторинг формирования функциональной грамотности», осуществление которого поручено ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования». Результаты мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности будут учитываться при реализации проекта Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки, основой которого будет «Методология и критерии оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся», утвержденные 6 мая 2019 года Федеральной службой по надзору в сфере образования и науки (приказ 590) и Министерством просвещения Российской Федерации (приказ 219).

***В чем проявляются особенности проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности»?***

Основная цель проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности» - повышение качества и конкурентоспособности российского образования. Главной задачей является разработка на основе системно-деятельностного подхода системы заданий для учащихся 5-9 классов. Эта система заданий будет способствовать обновлению учебных и методических материалов с учетом переориентации системы образования на новые результаты, связанные с «навыками 21 века», – функциональной грамотностью учащихся и развитием позитивных установок, мотивации обучения и стратегий поведения учащихся в различных ситуациях.

Мониторинг формирования функциональной грамотности – это не контроль и не проверка с выстраиванием рейтингов образовательных организаций или регионов. Основой внедрения проекта являются идеи формирующего оценивания: поддержка и обеспечение формирования функциональной грамотности. Система заданий разрабатывается с учетом подходов и инструментария международного исследования PISA (концептуальных рамок, заданий и результатов их выполнения российскими учащимися). При этом используются все отечественные инновационные разработки в данной области.

В качестве основных составляющих функциональной грамотности выделены: математическая грамотность, читательская грамотность, естественнонаучная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление.

### ***Чем отличается новая система заданий от традиционно используемых в отечественной школе?***

По каждому направлению функциональной грамотности разрабатываемые задания объединены в тематические блоки, составляющие основу инструментария (также как и в исследовании PISA). Блок заданий включает в себя описание реальной ситуации, представленное, как правило, в проблемном ключе, и ряд вопросов-заданий, относящихся к этой ситуации. Учащиеся должны выполнить задания, используя знания из различных предметных областей. Их последовательное выполнение способствует тому, что двигаясь от вопроса к вопросу, ученики погружаются в описанную историю (ситуацию) и приобретают как новые знания, так и функциональные навыки.

Предложенные ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни, наиболее близкими к личному миру учащихся и вызывающими у них интерес. Предложенные ситуации также связаны с профессиональной деятельностью, повседневной жизнью местного общества, проблемами окружающей среды. Могут быть предложены и ситуации, связанные с наукой.

При отборе ситуаций, например, по направлению финансовой грамотности ставится задача использовать социальный опыт учащихся разного возраста. В большинстве случаев, главные герои заданий – сверстники учеников, которые столкнулись с необходимостью принять определенные решения, или семья, которая решает проблему, знакомую большинству из учащихся.

Наличие контекста задания является важным условием задания на формирование и оценку функциональной грамотности. Ведь функциональная грамотность и предполагает способность применить знания в реальной ситуации, а не в привычной учебной. Именно наличие контекста, в который помещена проблемная ситуация, дает ответ на вопрос, *зачем* может понадобиться то или иное знание. Задания (задачи) вне контекста очень часто не мотивируют учащихся прикладывать усилия для их выполнения.

### ***Какие результаты уже получены в проекте к началу учебного года?***

В рамках первого этапа проекта разработана система заданий для учащихся 5 и 7 классов, включающая различные ситуации из реальной жизни (132 комплексных ситуаций и множественных текстов и 513 отдельных заданий к предложенным ситуациям и текстам). Разработанные задания прошли апробацию в 24 регионах Российской Федерации. В апробации приняли участие 10656 учащихся 5 и 10140 учащихся 7 классов, более 520 учителей из 344 образовательных организаций, более 50 специалистов из региональных и муниципальных органов управления образованием.

К проведению апробации инструментария и технологии мониторинга формирования функциональной грамотности был проявлен высокий интерес со стороны педагогов и учащихся, а также методических служб и специалистов центров оценки качества образования.

В настоящее время подводятся итоги апробации. После доработки по результатам апробации часть заданий будет открыта для использования в учебном процессе и повышения квалификации учителей, часть заданий будет использоваться для дальнейших работ по мониторингу системы образования.

В ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО» разработана программа повышения квалификации «Формирование и оценка функциональной грамотности школьников», которая адресована специалистам органов управления образованием, службы надзора и контроля в сфере образования, центров оценки качества образования, методистам, преподавателям педагогических вузов, институтов развития образования, руководителям и учителям образовательных организаций. Переподготовку прошли уже более 100 специалистов и учителей.

К проведению августовских совещаний в регионах страны идет подготовка аналитических и учебно-методических материалов. Министерством просвещения планируется проведение семинаров во всех регионах страны, на которых будут обсуждаться результаты проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности».

## **ЧТО НЕОБХОДИМО ЗНАТЬ КАЖДОМУ УЧИТЕЛЮ О ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ**

*Галина Сергеевна КОВАЛЕВА, руководитель Центра оценки качества образования  
ФГБНУ «Институт стратегии развития образования  
Российской академии образования»,  
руководитель проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности»,  
к.п.н.*

На всероссийском совещании региональных министров, которое состоялось 28 июня текущего года в Москве, были представлены первые результаты проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности» (краткое описание которого приводится в 14 номере журнала за этот год). В 2020 году в рамках данного проекта впервые будет проведена оценка сформированности функциональной грамотности школьников на основе национального инструментария, разработанного специалистами ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования».

Первыми участниками мониторинга в 2020 году станут учащиеся 5 класса в связи с тем, что поставлена задача регулярного слежения за развитием функциональной грамотности учащихся основной школы, в последствие будет проводиться слежение за развитием функциональной грамотности учащихся вплоть до 9 класса.

*Функциональная грамотность – один из главных результатов образования и  
ориентации в мире профессий*

Для успешного формирования функциональной грамотности в учебном процессе учителя должны получить ответы на следующие вопросы: *Что понимается под функциональной грамотностью и ее отдельными составляющими? Как учитель может убедиться в том, что функциональная грамотность сформирована у ученика? Как переориентировать учебный процесс на эффективное овладение функциональной грамотностью?*

*Что понимается под функциональной грамотностью и ее отдельными составляющими?*

В качестве основных ориентиров при обсуждении вопросов, связанных с функциональной грамотностью учащихся будем использовать работы отечественных ученых и положения международного исследования PISA, в рамках которого впервые были разработаны подходы к оценке функциональной грамотности и получены данные об уровне функциональной грамотности в странах мира.

Приведем три определения, которые раскрывают основной смысл данного понятия.

**А. А. Леонтьев:** «Функционально грамотный человек — это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений»<sup>2</sup>

**Исследование PISA: основной вопрос, на который отвечает исследование:** «Обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в современном обществе, т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений?»<sup>3</sup>.

**Виноградова Н.Ф.:** «Функциональная грамотность сегодня – это **базовое образование** личности, ... Ребенок ... должен обладать: готовностью успешно взаимодействовать с изменяющимся окружающим миром ...; возможностью решать различные (в том числе нестандартные) учебные и жизненные задачи, ...; способностью строить социальные отношения ...; совокупностью рефлексивных умений, обеспечивающих оценку своей грамотности, стремление к дальнейшему образованию ...  
4.

Анализ приведенных определений показывает, что основными составляющими функциональной грамотности являются способность человека действовать в современном обществе, решать различные задачи, используя при этом определенные знания, умения и компетенции. На практике функциональная грамотность проявляется в действиях учащихся, а оценка сформированности функциональной грамотности может осуществляться через оценку определенных стратегий действий, поведения учащихся, которые они могли бы продемонстрировать в различных ситуациях реальной жизни.

За основу в разработке национального инструментария мониторинга формирования функциональной грамотности приняты подходы, реализованные в исследовании PISA. Именно данное исследование принято Рособрнадзором и утверждено Министерством просвещения как основное, по которому будет оцениваться качества общего образования в стране в целом и в отдельных регионах страны. Начиная с осени 2019 года до 2024 года все регионы страны должны будут пройти экзамен по функциональной грамотности на

---

<sup>2</sup> Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / под ред. А. А. Леонтьева. М.: Баласс, 2003. С. 35.].

<sup>3</sup> PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. OECD, 2019. OECD Publishing, Paris. 308 p. [Электронный ресурс] Режим доступа. - URL: <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>. (дата обращения 22.06.2019).

<sup>4</sup> Виноградова Н.Ф., Кочурова Е.Э., Кузнецова М.И. и др. Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя. Под ред. Н. Ф. Виноградовой. М.: Российский учебник: Вентана-Граф, 2018. 288 с.

основе инструментария исследования PISA for schools<sup>5</sup>. 14 регионов страны по плану Росособнадзора первыми должны пройти данное испытание до конца 2019 года.

В исследовании PISA в качестве основных содержательных составляющих функциональной грамотности выделены шесть: *математическая грамотность, читательская грамотность, естественнонаучная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление*. Главной характеристикой каждой составляющей является способность действовать и взаимодействовать с окружающим миром, решая при этом разнообразные задачи. Важнейшим направлением является *читательская грамотность*, в которой проявляется способность человека понимать, использовать, оценивать тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни»<sup>6</sup>.

*Как учитель может убедиться в том, что функциональная грамотность сформирована у ученика?*

Функциональная грамотность в основном проявляется в решении проблемных задач, выходящих за пределы учебных ситуаций, и не похожих на те задачи, в ходе которых приобретались и отрабатывались знания и умения.

Результаты российских учащихся в международном исследовании качества математического и естественнонаучного образования TIMSS достаточно высокие (Россия входит в десять лучших стран из шестидесяти). В этих международных тестах встречаются в основном задания похожие на те, которые входят в российские учебники и решение которых отработано в учебном процессе. А в исследовании PISA результаты значительно ниже (во втором и третьем десятке по отдельным направлениям). Задания PISA – нетипичны, т.е. их решение сложно однозначно описать и получить доступ к заученному алгоритму. Это одна из причин их трудности для российских учащихся. С примерами нетипичных задач PISA можно познакомиться на сайте Центра оценки качества образования ИСПО РАО (<http://centeroko.ru/pisa18/pisa2018.html>).

Вот и ответ на поставленный вопрос: чтобы оценить уровень функциональной грамотности своих учеников, учителю нужно дать им нетипичные задания, в которых предлагается рассмотреть некоторые проблемы из реальной жизни. Решение этих задач,

---

<sup>5</sup> Приказ Росособнадзора N 590, Минпросвещения России N 219 от 06.05.2019 «Об утверждении Методологии и критериев оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся» [Электронный ресурс] Режим доступа. - URL: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_325095/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_325095/) (дата обращения 22.06.2019).

<sup>6</sup> <https://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>

как правило, требует применения знаний в незнакомой ситуации, поиска новых решений или способов действий, т.е. требует творческой активности.

*Успешная реализация ФГОС общего образования – повышение функциональной грамотности российских школьников*

Повышение уровня функциональной грамотности российских учащихся может быть обеспечена успешной реализацией ФГОС, т.е. за счет достижения планируемых предметных, метапредметных и личностных результатов, если в учебном процессе реализован комплексный системно-деятельностный подход, если процесс усвоения идет как процесс решения учащимися различных классов задач, задач на применение или перенос тех знаний и тех умений, которые учитель формирует.

Каждый учитель должен проанализировать систему заданий, которые он планирует использовать в учебном процессе. Он должен помнить, что результат его работы заложен им в тех материалах, с которыми он пришел на урок и теми материалами, с которыми дети работают дома при подготовке к уроку. Важно задать вопрос: Какие задания работают на формирование функциональной грамотности? Сколько таких заданий в учебниках и задачниках, по которым работает учитель? Достаточно ли их количества для формирования прочного уровня функциональной грамотности?

Главным направлением повышения квалификации учителей в области формирования функциональной грамотности становится разработка различных классов учебных задач и методика формирования различных стратегий их решения.

В ФГБНУ «ИСПО РАО» разработана программа повышения квалификации «Формирование и оценка функциональной грамотности школьников», которая адресована специалистам органов управления образованием, службы надзора и контроля в сфере образования, центров оценки качества образования, методистам, преподавателям педагогических вузов, институтов развития образования, руководителям и учителям образовательных организаций.

К проведению августовских совещаний на сайте ИСПО РАО будут представлены демоверсии учебных и измерительных материалов, разработанных в рамках проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности», которые можно будет использовать для повышения квалификации педагогических кадров.

# ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

## Введение

Методологической основой мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности было выбрана концепция международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment), целью которого является оценка подготовки 15-летних учащихся по шести направлениям, одним из которых является математика.

Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.» [5, p.67; 6, p.8]

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в это понятие, фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений [1].

## Концептуальные рамки оценки математической грамотности в исследовании PISA

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте* и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- *контекст*, в котором представлена проблема;
- *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
- *мыслительная деятельность*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

**Контекст задания** – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с

разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: *общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность* [7, с. 29-31].

**Математическое содержание** заданий в исследовании распределено по четырём категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные*, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями [7, с. 23-28]. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

- *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

- *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

- *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

- *неопределённость и данные* – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

По сравнению с более традиционным тематическим подходом к представлению содержания выстраивание его вокруг четырёх обобщающих идей позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания **мыслительной деятельности** при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: *формулировать, применять и интерпретировать*, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:

- формулировать ситуацию на языке математики;

- применять математические понятия, факты, процедуры;

- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты [7, с. 20-21].

Очевидно, что каждый из этих мыслительных процессов опирается на *математические рассуждения*, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и на предшествующих этапах исследования, но дополнив их рассуждениями. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учётом особенностей предлагаемой ситуации [6, 7].

Помимо уже названных нововведений исследования 2021 г., отметим новые темы, включённые в содержание проверки:

- явления роста, изменений линейного и нелинейного характера; например, потребуется проследить закономерности, проявляющиеся при возведении в степень некоторого числа;
- геометрические преобразования, аппроксимации, разбиения и составления фигур; например, потребуется построить орнамент из заданных фигур по заданному правилу;
- компьютерное конструирование и моделирование, например, потребуется изображать по указанным правилам маршруты на карте;
- принятие решений с учётом предлагаемых условий или дополнительной информации; например, потребуется при покупке некоторого товара учитывать представленное в таблице сообщение, в котором содержится статистика мнений покупателей об этом товаре [7].

Данные концептуальные положения, лежащие в основе исследования математической подготовки учащихся в рамках PISA, целесообразно реализовать и при разработке основных положений «мягкого мониторинга».

### **Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности в 5-х и 7-х классах**

С целью выделения основных элементов математической подготовки, актуальных для формирования и оценки функциональной грамотности в рамках «мягкого мониторинга» в 5-х и 7-х классах, а также уточнения предметных недочётов в математической подготовке российских учащихся, были проанализированы задания в исследованиях PISA-2015 и PISA-2018, результаты выполнения которых оказались ниже средних международных и не превышали 40% [6, 8]. Сопоставление с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе [2, 3, 4],

показало, что невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом:

– курса математики 5–6-х классов, который не актуализируется в 7–9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения);

– той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

На основе проведённого анализа были выделены умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении в 5-х и 7-х классах.

#### **5 класс:**

– выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;

– выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;

– выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;

– выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;

– распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;

– переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;

– решать задачи методом перебора вариантов;

– читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;

– иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;

– устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;

– распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;

– представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;

– складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;

– использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;

– иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;

– проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

#### **7 класс:**

– выполнять все виды деятельности, указанные для 5 класса, а также:

– сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты;

– вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение;

– понимать закономерности, составлять последовательности;

– читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);

– составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);

– использовать простейшие свойства треугольника, окружности;

– распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;

– распознавать трёхмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;

– иметь представление о статистических характеристиках – среднем арифметическом, медиане, моде, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных;

– интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;

– составлять высказывания, проверять истинность утверждений.

### **Общие подходы к составлению заданий для «мягкого мониторинга»**

Выбор направленности мониторинга на развитие и оценку функциональной грамотности учащихся, отвечающей концепции исследования PISA-2021, привел к необходимости изменить подходы к определению содержания и формы проверочных заданий по сравнению с исследованиями, направленными на оценку учебных достижений учащихся. В связи с этим в качестве основы для разработки заданий приняты материалы международного исследования PISA в части оценки математической грамотности (концептуальные рамки, примеры заданий в исследовании PISA-2021, содержание и результаты выполнения российскими учащимися заданий в исследованиях 2003-2018 гг.) [7].

Ниже изложены подходы к составлению заданий, предназначенных для оценки и формирования математической грамотности. Апробация разработанных заданий позволила уточнить некоторые особенности и требования к разрабатываемым заданиям.

1. Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана.

2. Для выполнения задания требуется холистическое, т.е. целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии с концепцией PISA-2021.

4. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы, формирование которых осуществляется в 5-х или 7-х классах соответственно.

5. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

6. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности.

Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы.

Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

7. Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируются; все основные элементы выделяются для оценивания.

Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения

поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор.

В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

8. Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами и др.

9. Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
- со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и свободным кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным полным ответом оцениваются экспертами.

Ниже приводится общая структура характеристики математических заданий «мягкого мониторинга».

### **Характеристика задания**

1. *Область содержания* (всего 4 данные области): пространство и форма; изменение и зависимости; неопределенность и данные; количество.

2. *Контекст* (всего 4 контекста): общественная жизнь; личная жизнь; образование/профессиональная деятельность; научная деятельность.

3. *Мыслительная деятельность* (всего 4 деятельности): рассуждать; формулировать; применять; интерпретировать.

4. *Объект оценки* (предметный результат): например, чтение графиков реальных зависимостей.

5. *Уровень сложности*: 1, 2 или 3.

6. *Формат ответа*: с развёрнутым ответом; с выбором ответа; с кратким ответом.

7. *Критерии оценивания* (1 или 2 балла): полный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл.

### **Использование заданий для оценки и формирования математической грамотности**

*Для достижения целей мониторинга* математической грамотности предлагается использовать блок заданий, рассчитанный на 20 минут выполнения. Предлагается такая *структура блока*: 2 задания (сюжета) по 2 вопроса в каждом задании, всего 4 вопроса.

Суммарно в каждый блок входят:

- задания из 2-3-х (из 4-х) областей математического содержания,
- задания из 2-х (из 4-х) контекстов,
- задания из 3-4-х (из 4-х) мыслительных процессов;
- задания трёх видов по сложности: одно лёгкое, два средних, одно сложное;
- задания со следующими критериями оценивания: лёгкое задание оценивается

одним баллом, остальные – 2-мя баллами; общая сумма баллов за верно выполненный блок заданий – 7.

*В целях формирования математической грамотности* задания могут использоваться самостоятельно. В этом случае они могут быть дополнены вопросами, развивающими, уточняющими предложенную ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь конкретных учащихся, жизнь класса, проблемы местного социума.

Задания лучше выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет выйти на выявление математической сути задания и адекватно сформулировать на языке математики, найти необходимые способы решения.

Обсуждение полезно и на этапе решения задачи, и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить иначе, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п. Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах: как ситуация была преобразована в математическую задачу; какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Полезно предложить учащимся провести анализ своей включенности в выполнение задания, отразить весь процесс и зафиксировать:

- какие идеи и соображения возникали, были ли они существенными и плодотворными, учтены ли в решении;
- какие возникли трудности и на каком этапе работы над заданием;
- удастся ли самостоятельно справиться с аналогичной ситуацией, если она повторится.

В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания можно предложить аналогичную ситуацию с несколько изменёнными данными. Однако задание может носить и творческий характер: придумать своё задание на основе рассмотренного сюжета.

При определённой системности работы по формированию математической грамотности, можно включать изменённые задания и в контрольную работу в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой. В этом случае, можно осуществлять мониторинг выполнения такого рода заданий.

## Литература

1. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / Сост., предисл., коммент. Д.А.Леонтьева. – М.: Смысл, 2016, 528 с.
2. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15) [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-nachalnogo-obshhego-obrazovaniya-2>.
3. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15) [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-obrazovaniya-3/>.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <https://fgos.ru/>.
5. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. p. 65-80 (определение – p. 67).

6. OECD (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), PISA, OECD Publishing, Stockholm, p.46.

7. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.

8. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] //Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>.

*Материалы подготовлены Л.О. Рословой, К.А. Краснянской, О.А. Рыдзе, Е.С. Квитко*

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ  
УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССОВ**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**ИНСТРУКЦИЯ для УЧАЩИХСЯ**

Работа состоит из четырех заданий, каждое задание описывает одну ситуацию. В каждом задании два вопроса. Таким образом, всего в работе 8 вопросов, на которые вам необходимо будет дать ответ.

На выполнение работы отводится 40 минут.

В работе вам встретятся задания с разной формой ответа.

При ответе на вопрос с выбором ответа нужно отметить ответ, который считаете верным, поставив знак «✓».

При ответе на вопрос с кратким ответом записывайте ответ в специально отведенном месте после слов «Ответ», «числовое выражение».

В работе есть вопросы, к которым нужно не только дать ответ, но и записать решение или объяснение. В этих заданиях написано: «запишите решение», «докажите», «объясните».

Желаем успеха!

**Выполните задания 1-4.**

**Задание 1. «Кассовый аппарат».** Кассовый автомат используют для пополнения счёта на карте «Проезд на транспорте».

Информация на экране автомата:

*Клиент может ежедневно вносить:*

- Купюрами – не более 300 рублей,
- Мелочью – не более 30 рублей.



У Гриши есть 70 рублей мелочью (монеты по 10 р. и 5 р.) – 8 монет, а также 400 рублей шестью купюрами.

Всего у Гриши денег – 470 рублей.

Он пересчитал все монеты и купюры и заполнил таблицу.

Количество монет и купюр



6



2



4



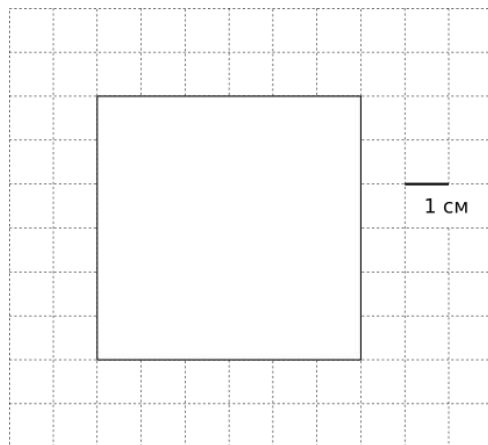
2

**Вопрос 1/2.** Составьте числовое выражение, которое показывает, что Гриша учел в таблице всю сумму денег.

Числовое выражение: \_\_\_\_\_


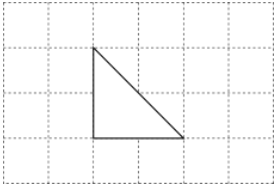
**Вопрос 2/2.** Докажите, что Гриша может за два дня положить на счёт все купюры на сумму 400 рублей. Объясните свой ответ.

**Задание 2. «Кожаная мозаика».** В кружке «Кожаная мозаика» ребята делают панно из кусочков кожи. Лена и Маша решили сложить квадрат со стороной 6 см с помощью одинаковых фигур. Лена – из прямоугольников, Маша – из треугольников.



**Вопрос 1/2.** Запишите в таблице 1, сколько фигур потребуется каждой девочке.

Таблица 1

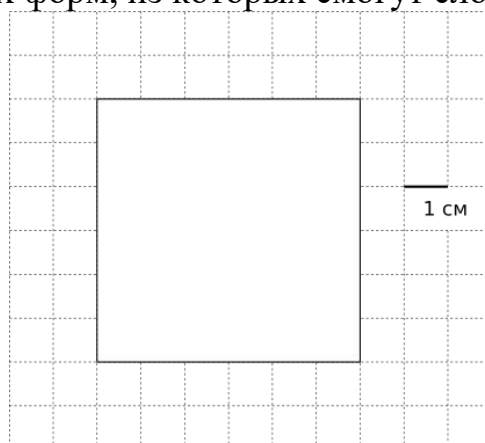
	<i>Лена</i>	<i>Маша</i>
Форма		
Количество фигур	_____ шт.	_____ шт.

**Вопрос 2/2.**

На занятии кружка ученики разложили все оставшиеся кусочки кожи по форме, пересчитали их, придумали название каждой форме. Вот что у них получилось.

НАЗВАНИЕ ФОРМЫ	ФОРМА	КОЛИЧЕСТВО ОДИНАКОВЫХ КУСОЧКОВ (ШТУК)
«КВАДРАТ»		36
«МЯГКИЙ ЗНАК»		6
«КРЕСТИКИ-НОЛИКИ»		3
«УГОЛОК»		9

Ребята хотят сложить квадрат со стороной 6 см из одинаковых кусочков. Запишите названия всех форм, из которых смогут сложить такой квадрат.



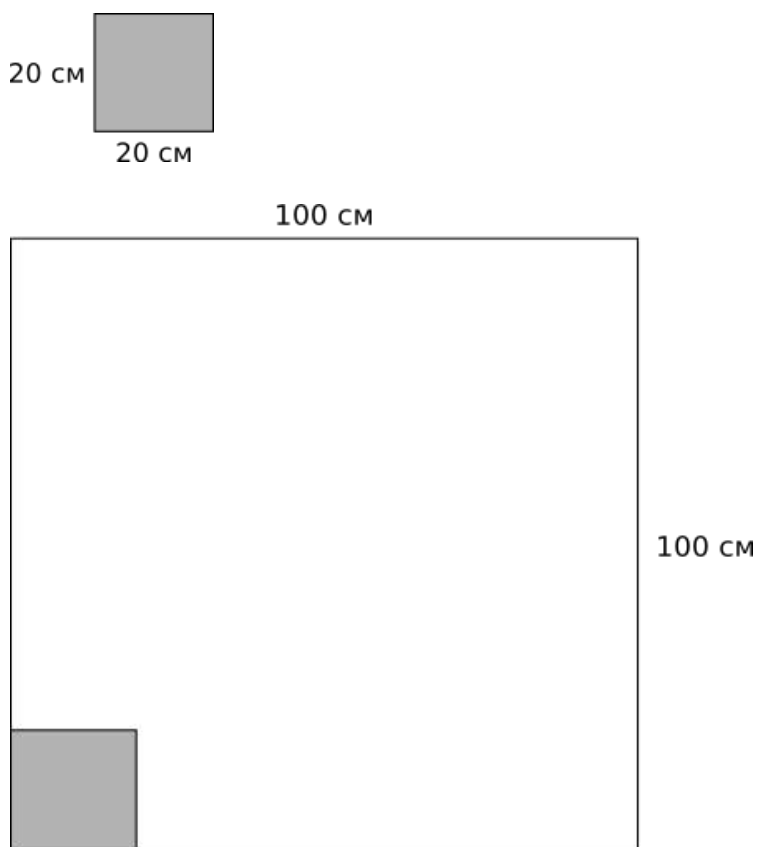
Ответ: \_\_\_\_\_

---

**Задание 3. «Выкладывание плитки».** Витя с дедушкой решили выложить плиткой небольшой участок земли перед крыльцом дома на дачном участке.

Размеры участка земли – 1 м х 1 м (100 см х 100 см).

Они решили купить плитку квадратной формы со стороной 20 см.



**Вопрос 1/2.** Сколько таких плиток им надо купить?



Выберите и отметьте верный ответ.

- А. 10 000 шт.
- Б. 400 шт.
- В. 100 шт.
- Г. 25 шт.

**Вопрос 2/2.** В магазине выяснилось, что нет плиток нужного размера, но имеются два вида плиток, которые можно приложить друг к другу и сложить из них плитку размером 20 см x 20 см.



Рассчитайте, сколько плиток каждой формы нужно купить. Для этого заполните следующую таблицу.

Форма плитки	Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см x 20 см?	Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100 см x 100 см?
10 см  20 см	_____ шт.	_____ шт.
10 см  10 см	_____ шт.	_____ шт.

**Задание 4. «Багаж в аэропорту».** Иван Иванович собирается полететь в отпуск на самолете авиакомпании «Сокол».

Он узнал, что в салон самолета можно взять ручную кладь весом не более 7 кг. Также в стоимость билета входит 1 место багажа весом до 20 кг.

Если у пассажира несколько мест багажа, то на каждое из них можно оформить дополнительное место багажа. Дополнительное место – один предмет весом до 20 кг – стоит 1000 р. Если предмет весом больше 20 кг, то за каждый «лишний» килограмм сверх двадцати нужно заплатить ещё 300 р. (вес округляется в большую сторону до килограмма).



Прибыв в аэропорт, Иван Иванович взвесил каждый предмет своего багажа.



19 кг 900 г



1 кг 800 г



3 кг 900 г



4 кг 500 г

**Вопрос 1/2.** Какие два предмета может взять с собой в салон самолета Иван Иванович? Запишите в следующей таблице названия этих предметов.



Ручная кладь

Решение 1		
Решение 2		

**Вопрос 2/2.** Иван Иванович взял в салон самолета рюкзак и ноутбук. Как Ивану Ивановичу поступить с оставшимися предметами? Запишите ответ, объясните его.



Ответ: \_\_\_\_\_

Объяснение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЙ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ  
ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССОВ**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**Задание 1. «Кассовый аппарат». 1 из 2.**

**Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** –1
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания** («объект оценки») – выполнение расчетов с натуральными числами; составление числового выражения, соответствующего условию задания
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, упорядочивать действия

**Система оценивания**

1 балл	Записано числовое выражение подсчёта суммы денег (сумма четырёх произведений), например, $10 \times 6 + 5 \times 2 + 50 \times 4 + 100 \times 2$ . Ответ считается верным, если слагаемые записаны в любом порядке, а также множители в каждом произведении записаны в любом порядке <i>Пример верного ответа:</i> $5 \times 2 + 6 \times 10 + 50 \times 4 + 2 \times 100$ или $10 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 2$
0 баллов	Другие ответы Ответ отсутствует.

**Задание 2. «Кассовый аппарат». 2 из 2.**

**Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания** («объект оценки») – выполнение расчетов с натуральными числами; понимание смысла арифметического действия (деление с остатком), прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: формулировать вывод

**Система оценивания**

2 балла	Дано объяснение, в котором показано, сколько денег (и какими купюрами) можно положить в первый и сколько во второй день. В итоге из объяснения должно быть видно, что все купюры внесены за 2 дня. Обязательно должно быть указано, что сумма за 2 дня равна 400 р., или это видно из объяснения (см. пример 2). <i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i>
---------	--

	<p><i>Пример 1.</i> «1 день – 200 р. купюрами по 100р., 2 день – 200 р. купюрами по 50 р, всего 400 р.»</p> <p><i>Пример 2.</i> 1 день – 250 р., 2 купюры по 100 р. и 1 – 50 р., 2 день – остальные 150 р., 3 купюры – по 50 р.</p> <p><i>Пример 3.</i>  <math>50 \cdot 4 = 200</math>  <math>100 \cdot 2 = 200</math>  <math>200 + 200 = 400</math> – за два дня</p>
1 балл	<p>Объяснение неполное, в нем не упомянуто, какие именно и сколько купюр вносится в первый и во второй день, но сумма за 2 дня составляет 400 р. Кроме того, в объяснении не должно быть неверных утверждений.</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «За первый день Гриша может положить 300 рублей, а во второй день 100».</p> <p><i>Пример 2.</i> «За два дня можно внести купюрами 400 рублей: 1 день - 250 р., 2 день - 150 р.»</p> <p><i>Пример 3.</i> «1 день – 300 р., 2 день – 100 р., <math>400 : 300 = 1</math> (ост.100). 100 рублей - во второй день».</p> <p><i>Пример 4.</i> «400 р. можно внести за 2 дня: 1 день - 200р., 2 день - 200 р.»</p> <p><i>Пример 5.</i> «В первый день Гриша положит все купюры равные 50, во второй все 100».</p>
0 баллов	<p>Другие ответы.          Ответ отсутствует.</p>

<b>Задание 3. «Кожаная мозаика». 1 из 2.</b>	
<p><b>Характеристики задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Содержательная область оценки</b> – Пространство и форма</li> <li>• <b>Компетентностная область оценки</b> - Применять</li> <li>• <b>Контекст</b> - Личная жизнь</li> <li>• <b>Уровень сложности задания</b> - 2</li> <li>• <b>Формат ответа</b> – краткий ответ</li> <li>• <b>Описание задания («объект оценки»)</b> – применение представления о площади, составление данного квадрата из предложенных фигур</li> <li>• <b>Дополнительные характеристики.</b> Проверяются действия универсального характера: представлять мысленно предложенную ситуацию, находить число одинаковых частей, из которых составлено целое, заполнять таблицу</li> </ul>	
<b>Система оценивания</b>	
2 балла	Ответы: 12 и 18
1 балл	Получен один из верных ответов, а второй не указан или неверный
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

**Задание 4. «Кожаная мозаика». 2 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Пространство и форма
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст**- Образование/профессиональная деятельность
- **Уровень сложности задания** –3
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – составление квадрата из данных фигур
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: мысленно моделировать предложенную ситуацию, находить число одинаковых частей, из которых составлено целое, проверять правильность предположения.

**Система оценивания**

2 балла	Указаны названия двух форм – «квадрат», «мягкий знак» – и не указаны названия других форм
1 балл	Указаны названия трёх форм: две верные - «квадрат», «мягкий знак», одна неверная - «уголок» или «крестики-нолики», которую нельзя использовать для составления данного квадрата («уголок», потому что эта форма не покрывает весь квадрат); «крестики-нолики», потому что этой формы надо 4 штуки, а их осталось только 3).
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.

**Задание 5. «Выкладывание плитки». 1 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Пространство и форма
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст**- Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 1
- **Формат ответа** – выбор ответа (из четырех предложенных)
- **Описание задания («объект оценки»)** – применение представления о площади для решения практической задачи, конструирование фигуры из составных частей
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, мысленно конструировать ситуацию нахождение количества равных частей в целом



**Система оценивания**

1 балл	Выбран ответ «25»
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.

**Задание 6. «Выкладывание плитки». 2 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Изменение и зависимости
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – соотнесение размеров площадей данных фигур, установление зависимости между величинами
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: устанавливать зависимость между данными, представленными в соседних столбцах таблицы, составлять целое из заданных частей, обобщать информацию, заполнять таблицу

**Система оценивания**

2 балла	Верно заполнены все ячейки таблицы		
	Форма плитки	Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см x 20 см?	Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100см x 100 см?
	10 см  20 см	2	50
10 см  10 см	4	100	
1 балл	Верно заполнена хотя бы одна строка или один столбец таблицы, а другие строки/столбцы не заполнены или заполнены неверно.		
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.		

**Задание 7. «Багаж в аэропорту». 1 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ в виде слов – названий предметов
- **Описание задания («объект оценки»)** – сравнение величин; округление величин; прикидка результата сложения двух или нескольких величин
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте и на рисунке; учитывать все условия, находить разные решения практической задачи

**Система оценивания**

2 балла	С использованием соответствующих названий предметов багажа приведены 2 решения в <u>любом</u> порядке	Решение 1		Решение 2	
		рюкзак		компьютер (или лэптоп)	
		компьютер (или лэптоп)		Коробка	
1 балл	Приведено <u>одно любое</u> решение, а другое решение не приведено или приведено неверное.				
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует.				

**Задание 8. «Багаж в аэропорту». 2 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Интерпретировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 3
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания** («объект оценки») – расчеты с величинами, числами; сравнение, округление величин; прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте; планировать ход решения, делать вывод, объяснять рациональное решение поставленной проблемы

**Система оценивания**

2 балла	<p>Дан верный ответ: «Сдать в багаж», «Оформить дополнительное место багажа за 1000 р.» В объяснении должно говориться о том, что одно из мест надо сдать в багаж <u>бесплатно (чемодан)</u> или <u>просто сдать в багаж</u>, а за второе (коробка) надо заплатить 1000 р. (коробка весит около 5 кг, что меньше 20 кг, значит, оплата 1000 р.)</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «Чемодан он сдаст как багаж. А коробка будет дополнительный багаж. За коробку он дополнительно отдаст 1000 р.»</p> <p><i>Пример 2.</i> «Чемодан сдать бесплатно в багаж, а коробка весит меньше 20 кг, значит, заплатить за неё 1000р.»</p> <p><i>Пример 3.</i> «20кг он повезёт на месте багажа, а за оставшиеся 4кг 500г ему надо доплатить 1000 р.»</p>
1 балл	<p>Дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и коробку» ИЛИ «Сдать в багаж» ИЛИ «Оформить дополнительное место багажа», а <u>объяснение, неполное.</u> Например, говорится, как поступить только с одним из оставшихся предметов (см. Примеры 1,3), ИЛИ не указано, сколько надо заплатить за дополнительное место багажа (см. Пример 2), ИЛИ указана неверная оплата за коробку (вместо 1000 р. указано, например, 1200 р. или 1500 р.), но явно видно, что один предмет сдаётся в багаж бесплатно.</p> <p><i>Примеры возможного объяснения (ответы детей):</i></p> <p><i>Пример 1.</i> «Сдать в багаж. Объяснение: Чемодан весит меньше 20 кг, его можно сдать в багаж бесплатно».</p> <p><i>Пример 2.</i> «Чемодан сдаст в багаж, а коробку за дополнительную плату».</p> <p><i>Пример 3.</i> «Оформить дополнительное место багажа. Объяснение: она весит меньше 20 кг, дополнительное место стоит 1000 р.»</p> <p><i>Пример 4.</i> «Чемодан он может положить в место для багажа, которое входит в стоимость билета, и доплатить 1500 рублей за коробку».</p>
0 баллов	<p>Другие ответы. Ответ отсутствует.</p>

# ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССОВ

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

### ИНСТРУКЦИЯ для УЧАЩИХСЯ

Работа состоит из четырех заданий, каждое задание описывает одну ситуацию. В каждом задании два вопроса. Таким образом, всего в работе 8 вопросов, на которые вам необходимо будет дать ответ.

На выполнение работы отводится 40 минут.

Внимательно читайте описание ситуации, вчитывайтесь в условие, рассматривайте иллюстрации.

Обращайте внимание на то, в какой форме требуется дать ответ.

При ответе на вопрос с выбором ответа нужно указать все варианты ответа, которые вы считаете верными, поставив знак «✓».

При ответе на вопрос с кратким ответом записывайте ответ в специально отведенном месте после слова «Ответ».

В работе есть вопросы, к которым нужно не только дать ответ, но и записать обоснование, привести решение. В этих случаях написано: «Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование», указано место для ответа и для вашего решения.

Задания выполняйте последовательно. Если не удаётся сразу найти ответ на поставленный вопрос, пропустите его и переходите к следующему. Если останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям или отдельным вопросам.

И не забывайте делать проверку полученного ответа.

Желаем успеха!

## Выполните задания 1-4.

**Задание 1. «Тормозной путь».** Тормозным путём называется расстояние, которое прошло транспортное средство от момента нажатия на педаль тормоза до полной остановки. При движении автомобиля его тормозной путь зависит от его скорости, а также от состояния дорожного полотна, которое зависит от погодных условий.



**Вопрос 1/2.** Сотрудник дорожно-патрульной службы проводит занятие с водителями, нарушившими на дороге скоростной режим. Он просит их, используя данные представленные на диаграмме, выбрать в таблице верные утверждения.



Какие утверждения являются верными? Поставьте V.

Утверждение	Верно
1) Чем хуже состояние дороги, тем короче тормозной путь	
2) Чем больше начальная скорость, тем длиннее тормозной путь на сухом асфальте	
3) Длина тормозного пути на мокром асфальте более чем в 1,5 раза больше длины тормозного пути на сухом асфальте	

**Вопрос 2/2.** На занятиях с будущими водителями изучается, от каких параметров зависит тормозной путь автомобиля.



Для расчёта ориентировочной длины тормозного пути легкового автомобиля на практике используют формулу:

$$S = \frac{v^2}{254 \cdot k}, \text{ где}$$

$S$  – тормозной путь (в метрах),

$v$  – скорость автомобиля в момент начала торможения (в км/ч),

$k$  – коэффициент сцепления шин с дорогой.

Эта формула удобна тем, что скорость в ней подставляется в км/ч, а длина выражается в метрах.

Значения  $k$  – коэффициента сцепления шин с дорогой приведены в таблице:

<i>Особенности движения автомобиля</i>	<i>Значение <math>k</math></i>
по сухому асфальту	0,7
по мокрой дороге	0,4
по укатанному снегу	0,2
по обледенелой дороге	0,1

Автомобиль, двигавшийся по мокрой дороге со скоростью 60 км/ч, начал торможение.

Вычислите его тормозной путь, результат округлите до целого.

Ответ: \_\_\_\_\_

---

**Задание 2. «Поездки на метро».** В кассе метрополитена продают билеты на различное количество поездок (см. таблицу).

<i>Количество поездок</i>	1	2	20	40	60
<i>Стоимость билета, р.</i>	55	110	747	1494	1765

Билеты на одну и на две поездки действуют 5 дней с момента продажи (включая день продажи). Билеты на 20, 40, 60 поездок действуют 90 дней с момента продажи.

**Вопрос 1/2.** Лиза ездит на занятия в колледж на метро, поэтому купила билет на 40 поездок. Но поскольку Лиза заболела и не могла ездить на занятия некоторое время, она успела совершить только 36 поездок.

С учётом этого обстоятельства оправдала ли себя покупка билета на 40 поездок по сравнению с покупкой одноразовых билетов?

Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование.

Ответ: \_\_\_\_\_

Обоснование: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Вопрос 2/2.** Мама Лизы работает 5 дней в неделю и пользуется для поездки на работу и обратно метрополитеном. В другие дни она не пользуется метрополитеном.

Выгодно ли ей покупать билет на 60 поездок?

Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование.

Ответ: \_\_\_\_\_

Обоснование: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Задание 3. «Бугельные подъемники».** Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъемников: гондольные, кресельные и бугельные

**Бугельные подъемники** осуществляют подъём лыжников от нижней станции до верхней за счёт бугеля (перекладины) или тарелки, их вместимость – 1 или 2 человека.

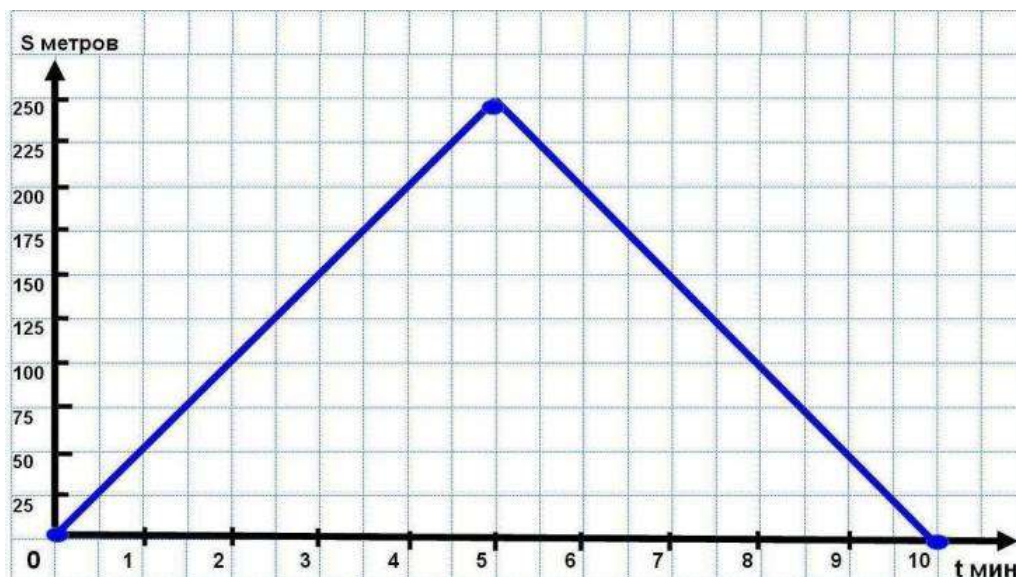


Характеристики двух бугельных подъемников представлены в таблице.

Бугельный тип подъемника	Длина трассы, м	Время подъёма, мин	Пропускная способность, чел./ч	Вместимость одного бугеля, чел.	
	А	250	5	600	1
	Б	180	4	360	2

**Вопрос 1/2.** На рисунке изображён график зависимости расстояния между бугелем и нижней станцией подъемника от времени движения.

По горизонтальной оси отложено время движения бугеля (в минутах), по вертикальной оси – расстояние от бугеля до нижней станции (в метрах).



Посмотрите на график и ответьте на вопросы:

А) Какое расстояние будет между бугелем и нижней станцией через 3 минуты после начала подъёма?

Ответ: \_\_\_\_\_

Б) Для какого подъемника (А или Б) представлен график зависимости?

Ответ: \_\_\_\_\_

**Вопрос 2/2.** Пропускная способность подъёмника – это количество лыжников, которые могут подняться от нижней станции до верхней в течение одного часа.



Что необходимо знать из приведённого ниже списка, чтобы подсчитать пропускную способность подъёмника? Поставьте V:

Характеристика	
1) Длина трассы подъёмника	
2) Вместимость одного бугеля	
3) Время подъёма бугеля с нижней станции до верхней	
4) Общее количество бугелей на подъёмнике	
5) Перепад высот между нижней и верхней станциями	

**Задание 4. «Покупка телевизора».** Телевизоры различаются не только моделями, но и длиной диагонали экрана. Традиционно диагональ экрана измеряют в дюймах: 1 дюйм  $\approx$  2,54 см.



**Вопрос 1/2.** Семья Петровых решила купить телевизор и повесить его в гостиной в нише круглой формы. Диаметр ниши равен 1,6 м.



В магазине им предложили современные безрамочные телевизоры с диагоналями экранов: 50, 55, 60, 65, 70, 80, 85, 90 и 100 дюймов.

Из предложенных в магазине вариантов выберите телевизор, имеющий наибольшее значение диагонали экрана, подходящее Петровым.

Запишите ответ.

Ответ: \_\_\_\_\_

**Вопрос 2/2.** Семья Ивановых решила купить телевизор и повесить его на кухне в нише шкафа. Размер ниши: ширина – 80 см, высота – 60 см.



Сможет ли семья Ивановых разместить в нише широкоформатный телевизор с диагональю экрана 37 дюймов, если его высота равна 18 дюймам?

Запишите ответ и приведите соответствующее обоснование.

Ответ: \_\_\_\_\_

Обоснование: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЙ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССОВ

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

#### Задание 1. «Тормозной путь». 1 из 2.

##### Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** *изменение и зависимости*
- **Компетентностная область оценки:** *интерпретировать*
- **Контекст:** *общественная жизнь*
- **Уровень сложности:** 1
- **Формат ответа:** множественный выбор
- **Объект проверки:** распознавать зависимости и интерпретировать данные, представленные на столбчатой диаграмме

##### Система оценивания

1 балл	Верные ответы: 2) и 3). Выбраны оба верных ответа, неверный ответ не выбран
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

#### Задание 2. «Тормозной путь». 2 из 2.

##### Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** *изменение и зависимости*
- **Компетентностная область оценки:** *применять*
- **Контекст:** *общественная жизнь*
- **Уровень сложности:** 2
- **Формат ответа:** развёрнутый
- **Объект проверки:** подсчёты по формуле с использованием данных таблицы и обоснованный выбор точности получаемых данных

##### Система оценивания

2 балла	Дан верный ответ: 35 м.
1 балл	Дан ответ: 35,4 м или 35,43.
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Задание 3. «Поездки на метро». 1 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки:** *неопределённость и данные*
- **Компетентностная область оценки:** *применять*
- **Контекст:** *личная жизнь*
- **Уровень сложности:** 2
- **Формат ответа:** с развёрнутым решением
- **Объект оценки:** реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами.

**Система оценивания**

2 балла	Дан верный ответ: да, оправдалась, приведено верное обоснование. Пример возможного обоснования: 1) $36 \times 55 = 1980$ (р.) – было бы потрачено Лизой на 36 одноразовых билетов; 2) потрачено 1494 р.; 3) $1980 > 1494$ . Нахождение разности: $1980 - 1494 = 486$ (р.) не требуется, но ошибкой не считается.
1 балл	Дан верный ответ, данные из таблицы выбраны верно: 55 и 1494, решение приведено, но содержит арифметическую ошибку принципиального характера.
0 баллов	Другие ответы или отсутствие ответа.

**Задание 4. «Поездки на метро». 2 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки:** *количество*
- **Компетентностная область оценки:** *интерпретировать*
- **Контекст:** *личная жизнь*
- **Уровень сложности:** 3
- **Формат ответа:** с развёрнутым решением
- **Объект оценки:** вычисления с рациональными числами, реальные расчёты

**Система оценивания**

2 балла	Выбран верный ответ: да, выгодно. Приведено решение (обоснование ответа). <i>Вариант возможного решения:</i> 1) рассчитаем стоимость одной поездки разных билетов: на 60 поездок - $1765 : 60 = 29,42$ р., на 40 поездок - $1494 : 40 = 37,35$ р.; на 20 поездок - $747 : 20 = 37,35$ р.; чем больше поездок, тем она дешевле; 2) билет действует 90 дней, $90 : 7$ – это примерно 13 недель; за 13 недель мама Лизы может совершить $13 \times 5 \times 2 = 130$ поездок на работу. Покупать билет на максимальное число поездок выгодно. <i>Другой вариант решения:</i> 1) за одну неделю мама делает $5 \times 2 = 10$ поездок; 2) 60 поездок она потратит за $60 : 10 = 6$ недель; 3) 6 недель – это $6 \times 7 = 42$ дня, а билет действует 90 дней. Билет на 60 поездок покупать выгоднее, так как чем больше поездок в билете, тем меньше стоимость одной поездки.
1 балл	Дан верный ответ, но обоснование не полное (например, нет пояснения, почему выгоден билет на 60 поездок), или дан верный ответ, но в обосновании отсутствует умножение на 2 (поездка в два конца).
0 баллов	Другие ответы или отсутствие ответа.

**Задание 5. «Бугельные подъёмники». 1 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** интерпретировать
- **Контекст:** научная жизнь
- **Уровень сложности:** 1
- **Формат ответа:** А) краткий ответ; Б) краткий ответ
- **Описание задания** («объект оценки»): чтение и интерпретация данных, представленных в таблице и на графике

**Система оценивания**

1 балл	Даны верные ответы на оба вопроса: А) 150 м; Б) А.
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Задание 6. «Бугельные подъёмники». 2 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки:** количество
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** научная жизнь
- **Уровень сложности:** 3
- **Формат ответа:** множественный выбор
- **Описание задания** («объект оценки») – интерпретация данных и величин, поиск зависимостей

**Система оценивания**

2 балла	Дан ответ: 2, 3, 4.
1 балл	Дан ответ: 3, 4.
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Задание 7. «Покупка телевизора». 1 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки:** пространство и форма
- **Компетентностная область оценки:** рассуждать
- **Контекст:** личная жизнь
- **Уровень сложности:** 2
- **Формат ответа:** развёрнутый ответ
- **Описание задания** («объект оценки») – зависимости между элементами фигур; окружность, диаметр; перевод из одной единицы измерения в другую; округление

**Система оценивания**

2 балла	Дан верный ответ: 60
1 балл	Дан ответ: 55 или дан ответ: 65
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует

**Задание 8. «Покупка телевизора». 2 из 2.****Характеристики задания:**

- **Содержательная область оценки:** количество
- **Компетентностная область оценки:** применять
- **Контекст:** личная жизнь
- **Уровень сложности:** 2
- **Формат ответа:** развёрнутый ответ
- **Описание задания** («объект оценки»): нахождение величин, заданных отношением, составление пропорции, перевод из одной единицы измерения в другую

**Система оценивания**

2 балла	<p>Дан верный ответ: нет; приведено верное обоснование.</p> <p><i>Примеры возможного обоснования:</i></p> <p><i>Вариант 1:</i></p> <p>1) <math>16 : 9 = x : 18</math>, <math>x = 32</math> (дюйма) – ширина экрана (в дюймах);</p> <p>2) <math>18 \times 2,54 \approx 46</math> см (или 45,7 см или 45,72 см) – высота экрана; 46 см &lt; 60 см - высоты ниши; подходит;</p> <p>3) <math>32 \times 2,54 \approx 81</math> см (или 81,28 см или 81,3 см) – ширина экрана; 81 см &gt; 80 см - ширины ниши; не подходит.</p> <p><i>Вариант 2:</i></p> <p>1) <math>18 \times 2,54 \approx 46</math> см (или 45,7 см или 45,72 см) – высота экрана; 46 см &lt; 60 см - высоты ниши;</p> <p>2) <math>46 \times 16 : 9 \approx 82</math> см (или 81,8 см или 81,77 см) – ширина экрана; 82 см &gt; 80 см - ширины ниши;</p> <p>или: <math>45,7 \times 16 : 9 \approx 81</math> см (или: 81,2 см; 81,24 см) – ширина экрана больше ширины ниши;</p> <p>или: <math>45,72 \times 16 : 9 \approx 81</math> см (или: 81,3 см; 81,28 см) – ширина экрана больше ширины ниши.</p> <p>Ответ принимается полностью, если присутствует только одно сравнение - с шириной ниши.</p>
1 балл	<p>Дан верный ответ, приведено решение:</p> <p>1) которое содержит незначительные ошибки или опiski (в округлении чисел; при вычислении, но с наличием хотя бы одного сравнения с размерами ниши);</p> <p>2) с верными вычислениями ширины экрана (и высоты – не обязательно), но без сравнения с размерами ниши, например: <math>18 \times 2,54 = 45,72</math> см - высота телевизора; <math>45,72 \times 16 / 9 = 81,28</math> см - ширина телевизора;</p> <p>3) указано, что ширина телевизора превышает 80 см (без вычисления самой ширины телевизора) (однако, если указано, что телевизор по ширине будет больше, но без указания величины, то ответ не принимается).</p>
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует.

# СПЕЦИФИКАЦИЯ СИСТЕМЫ ЗАДАНИЙ ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 6-Х И 9-Х КЛАССОВ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

1. **Цель разработки системы заданий:** создание инструментария, способствующего формированию и оценке математической функциональной грамотности (МФГ).

2. **Документы, определяющие содержание работы:**

1) Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <https://fgos.ru/>

2) Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-brazovaniya-3>

3) PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] // Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>

4) PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft). Stockholm: PISA, OECD Publishing, 2018. P.8.

5) Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена по математике [Электронный ресурс] // Официальный сайт ФИПИ. URL: <http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>

6) Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2020 году основного государственного экзамена по математике [Электронный ресурс] // Официальный сайт ФИПИ. URL: <http://fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>

**3. Актуальность разработки заданий для оценки МФГ**

Согласно определению известного психолога А.А. Леонтьева [15] функциональная грамотность предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. В качестве методологической основы разработки заданий для формирования и оценки МФГ выбрана концепция современного международного исследования PISA (Programme for International Students Assessment), результаты которого используются многими странами мира для модернизации содержания и процесса обучения математике в свете прогрессивных тенденций, сложившихся в мире за последние годы.

Проведено 6 циклов исследования PISA (2003, 2006, 2009, 2012, 2015, 2018), в каждом из которых принимали участие российские 15-летние учащиеся. В таблице 1 приведены результаты, показанные российскими учащимися в данном исследовании: общий результат (средний балл) выполнения тестов по математике и расположение среди стран-участниц на основе этих результатов.

Таблица 1

**Расположение РФ среди стран-участниц в исследовании PISA 2003- 2018 гг.**

Этапы исследования	Количество стран-участниц	Средний балл РФ	Место РФ среди стран-участниц	Максимальный средний балл среди стран-участниц
2003 г.	40	468	29-31	550 – Гонконг
2006 г.	57	476	32-36	549 – Тайвань (Китай)
2009 г.	65	468	38-39	600 –Шанхай (Китай)
2012 г.	65	482	31-39	615 –Шанхай (Китай)
2015 г.	70	494	20-30	564 – Сингапур
2018 г.	79	488	27-35 <sup>7</sup>	591 – Китай (4 провинции)

Следует отметить, что только в 2012 и в 2015 гг. наблюдается существенное повышение результатов. Однако российские учащиеся по-прежнему занимают невысокие места среди других стран-участниц, то есть демонстрируют невысокий уровень развития функциональной грамотности. Развитые страны Восточной Азии, большинство стран Западной и Восточной Европы показывают результаты существенно выше российских.

Опыт ряда стран, участвовавших в исследовании PISA, показал, что существенному повышению результатов способствует специальная работа с учащимися, которая учитывает специфику данного исследования и начинается уже в начальной школе. Для выполнения этой работы и предназначена разрабатываемая система заданий.

При разработке инструментария для формирования МФГ используется определение математической грамотности, принятое в исследовании PISA: *«Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира»* [17].

#### **4. Подходы к отбору содержания**

Сопоставление содержания заданий в исследовании PISA [16, 17] с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе [1,2, 3], показало, что невысокие результаты российских учащихся при выполнении многих

<sup>7</sup> Этот промежуток показывает, что в 2018 г. нет существенных различий между результатами 9 стран, включая Россию, которые попали в этот промежуток (Португалия, Австралия, Россия, Италия, Словакия, Люксембург, Испания, Литва, Венгрия).

заданий связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом:

– курса математики 5-6-х классов, который не актуализируется в 7-9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения);

– той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, выявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок при решении нетипичных задач;

- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

На основе проведённого анализа были выделены умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении в 5-6-х и 7-9-х классах. Очевидно, что применение этих умений следует предусматривать при разработке заданий для «мягкого мониторинга».

#### **5-6-е классы:**

– выполнять действия с обыкновенными и десятичными дробями;

– выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение и находить его значение;

- выполнять деление с остатком,
- иметь представление о делителях и кратных;
- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;
- распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная пропорциональности); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;
- переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;
- решать задачи методом перебора вариантов;
- читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;
- иметь представление о масштабе, шкалах;
- ориентироваться на числовой прямой;
- устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;
- распознавать геометрические фигуры (куб, прямоугольный параллелепипед, шар, призма, пирамида, конус, цилиндр) и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;
- представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; распознавать развертки куба, параллелепипеда; мысленно трансформировать, преобразовывать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную, на основе двумерных изображений мысленно создавать трехмерные объекты;
- складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать фигуры на указанные формы;
- использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;
- иметь представление о площади, периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата, прямоугольника, многоугольника;
- иметь представление об объеме прямоугольного параллелепипеда, применять формулу для нахождения объема куба и параллелепипеда;
- проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

#### **7-9-е классы:**

- выполнять все виды деятельности, указанные для 5 класса, а также:

- сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты;
- вычислять проценты (процентное снижение/повышение),
- использовать пропорции и отношения, масштаб, основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение для решения практических задач;
- понимать закономерности, составлять последовательности, составлять формулу  $n$ -члена числовой последовательности;
- читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);
- составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);
- распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;
- распознавать трехмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;
- использовать простейшие свойства треугольника, параллелограмма, трапеции, правильных многоугольников, окружности;
- распознавать и использовать свойства осевой симметрии геометрических фигур, центральной симметрии;
- применять формулы длины окружности и площади круга, кругового сектора и кругового сегмента; формулы площади треугольника, параллелограмма, правильного многоугольника; формулы объёма; выполнять преобразования единиц измерения объёмов;
- вычислять стороны, углы, высоту треугольника, находить расстояние от точки до прямой;
- применять теорему Пифагора; тригонометрию прямоугольного треугольника, подобие треугольников;
- иметь представление о статистических характеристиках набора данных: среднее арифметическое, медиана, мода, размах, наибольшее и наименьшее значение;
- находить противоположные события, объединение и пересечение событий; находить вероятность случайного события, используя правила сложения и умножения вероятностей независимых событий; вычислять геометрическую вероятность;
- применять правило умножения, вычислять перестановки, факториал.
- читать и интерпретировать данные, представленные в таблицах, на диаграммах (столбчатых, гистограммах, круговых), диаграммах рассеивания, на графиках;
- составлять высказывания, проверять истинность утверждений;

– пользоваться *электронными таблицами для сортировки данных, вычисления значения величин.*

## **5. Подходы к разработке структуры банка заданий**

10. Учащимся предлагаются контекстные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть понятными и характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, профессиональной деятельностью). Поставленная проблема должна быть интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана [9].

11. Для выполнения задания требуется холистическое-целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

12. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в исследовании PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы, формирование которых осуществляется в 5-6-х или 7-9-х классах соответственно.

13. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два-три связанных с ней вопроса.

Введение в проблему – это небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит большого объема лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: читательская грамотность не должна отражаться на проверке математической грамотности.

Информация даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), структурированной и представлена в виде таблицы.

Наличие визуализации обязательно: оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём дается краткое пояснение, определение и/или иллюстрация к ним.

Вопрос к заданию должен раскрывать приведённую ситуацию с определённой стороны. Для ответа на вопрос достаточно информации, представленной в описании ситуации. Если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируется, все основные элементы ответа выделяются для оценивания.

5. Для выполнения большинства заданий не требуется выполнять громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор.

6. В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

7. Задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру.

Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
- со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и закрытым кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным кратким и полным ответом оцениваются экспертами.

## **6. Структура банка заданий (описание основных характеристик блока заданий)**

Количество заданий в блоке: 2. В блоке 2 задания (сюжета) по 2-3 вопроса в каждом задании, всего 4-6 вопросов.

### Характеристики вопросов заданий

*Область содержания.* Всего 4 области: Пространство и форма, Изменение и зависимости, Неопределенность и данные, Количество.

Таблица 2

Распределение вопросов заданий по содержательным областям оценки

Содержательная область	6 кл. Число вопросов в банке/%	6 кл. Балл за выполнение вопросов /%	9 кл. Число вопросов в банке/%	9 кл. Балл за выполнение вопросов /%
Количество	6/25%		12/25%	
Пространство и форма	6/25%		12/25%	
Изменение и зависимости	6/25%		12/25%	
Неопределенность и данные	6/25%		12/25%	
Итого	24/100%		48/100%	

В каждый блок входят вопросы из 2-3-х областей математического содержания.

*Контекст.* Всего 4 контекста: общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, научная деятельность.

Таблица 3

Распределение заданий по контекстам

Контекст	6 кл. Число вопросов в банке/%	6 кл. Балл за выполнение вопросов /%	9 кл. Число вопросов в банке/%	9 кл. Балл за выполнение вопросов /%
Личная жизнь	6/25%		12/25%	
Образование/профессиональная деятельность	6/25%		12/25%	
Общественная жизнь	6/25%		12/25%	
Научная деятельность	6/25%		12/25%	
Итого	24/100%		48/100%	

В каждый блок входят вопросы из 2-х контекстов.

*Компетентностная область.* Всего 4 вида деятельности: рассуждать, формулировать, применять, интерпретировать.

Таблица 4

## Распределение заданий по компетентностным областям

Компетентностная область	6 кл. Число вопросов в банке/%	6 кл. Балл за выполнение вопросов /%	9 кл. Число вопросов в банке/%	9 кл. Балл за выполнение вопросов /%
Рассуждать	6/25%		12/25%	
Формулировать	6/25%		12/25%	
Применять	6/25%		12/25%	
Интерпретировать	6/25%		12/25%	
Итого	24/100%		48/100%	

В каждый блок входят вопросы из 3-4-х мыслительных процессов.

*Объект оценки.* Предметный результат: например, чтение графиков реальных зависимостей, составление и применение пропорции для решения поставленной задачи. См. п. 4.

*Уровень сложности.* По возрастанию сложности: 1, 2 или 3. В каждый блок входят: вопросы трёх видов по сложности: одно-два лёгких, два-три средних, одно сложное, со следующими критериями оценивания: лёгкий вопрос оценивается одним баллом, остальные – 2-мя баллами.

Общая сумма баллов за верно выполненный блок заданий – **7-10** баллов.

Таблица 5

## Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности	6 кл. Число вопросов в банке/%	6 кл. Балл за выполнение вопросов /%	9 кл. Число вопросов в банке/%	9 кл. Балл за выполнение вопросов /%
1	6/25%	1	12/25%	1
2	12/50%	2	24/25%	2
3	6/25%	2	12/25%	2
Итого	24/100%		48/100%	

*Тип вопроса по форме ответа:* Вопросы открытого и закрытого типа, всего 4 формы ответа: с развернутым ответом, с кратким ответом, с выбором одного верного ответа или нескольких верных ответов.

Распределение заданий по форме ответа

Форма ответа	6 кл. Число вопросов в банке/%	6 кл. Балл за выполнение вопросов /%	9 кл. Число вопросов в банке/%	9 кл. Балл за выполнение вопросов /%
Выбор одного верного ответа	6/25%		8/17%	
Выбор нескольких верных ответов	6/25%		8/17%	
Краткий ответ	6/25%		16/33%	
Развернутый ответ	6/25%		16/33%	
Итого	24/100%		48/100%	

#### 7. Общие подходы к оценке выполнения заданий.

Время выполнения одного блока для 6 класса – 20 минут, для 9 класса – 30 минут.

*Критерии оценивания.* Дихотомическая: полный верный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл, неверный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов.

#### Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <https://fgos.ru/>
2. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-brazovaniya-3>
3. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-nachalnogo-obshhego-obrazovaniya-2/>
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <https://fgos.ru/>
5. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-brazovaniya-3>
6. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] // Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>
7. PISA 2021 Draft Analytical Framework

8. Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена по математике [Электронный ресурс] // Официальный сайт ФИПИ. URL: <http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>
9. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2020 году основного государственного экзамена по математике [Электронный ресурс] // Официальный сайт ФИПИ. URL: <http://fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>
10. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. p.65-80 (определение – p.67).
11. OECD (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), PISA, OECD Publishing, Stockholm, p.46.
12. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] // Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>.
13. Холодная М.А. Приоритеты современного школьного образования: способность адаптироваться к социуму или интеллектуальное развитие и воспитание? // Материалы IV Всероссийского съезда психологов образования России «Психология и современное российское образование» (8–12 декабря 2008 г., Москва). – М., 2008.
14. OECD (2016), PISA 2015 Results (Volume 1): Excellence and Equity in Education, PISA, OECD, Publishing, Paris, p. 179-183 <http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en>.
15. А.А. Леонтьев Педагогика здравого смысла: Избранные работы по философии образования и педагогической психологии/ сост., предисл., коммент. Д.А. Леонтьев. М. : Смысл, 2016 . 528 с.
16. PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft). Stockholm: PISA, OECD Publishing, 2018. P.8.
17. Problem Solving, revised edition. Paris, OECD Publishing, 2017. p. 67;