ФОРМА №4 «Результативность деятельности педагогического работника в профессиональном сообществе»

1.Результаты участия работника в разработке программно-методического сопровождения образовательного процесса (п.4.1)

РЕЦЕНЗИЯ

на методическое пособие
для подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике
«Логарифмы, логарифмические уравнения и неравенства»
Калмазовой Ирины Алексеевны, учителя математики
МАОУ МО Динской район СОШ № 1 имени Туркина А. А.

Методическое пособие включает занятия по темам: 1.«Понятие логарифма»; 2. «Свойства логарифмов»; 3.«Логарифмы и их свойства»; 4. «Логарифмическая функция»; 5.«Логарифмические уравнения»; 6.«Логарифмические неравенства»; 7.«Системы логарифмических уравнений»; 8. Проверочная работа по теме «Корни, степени, логарифмы».

Логарифмы применяются в различных областях науки, техники и повседневной жизни. Они позволяют решать сложные задачи, связанные с экспоненциальным ростом, затуханием и другими важными процессами. Логарифмы используются в физике, химии, биологии, экономике, информатике и других дисциплинах. Несмотря на важность логарифмов, многие школьники испытывают трудности с их пониманием и применением.

Методическое пособие поможет педагогу научить обучающихся осваивать логарифмы и применять их на практике. Пособие содержит разнообразные задания для закрепления теоретических знаний, развивать практические навыки при решении задач разного уровня сложности.

Пособие состоит из нескольких разделов, которые охватывают основные темы, связанные с логарифмами: понятие и свойства логарифмов, логарифмические уравнения и неравенства. В данном методическом пособии содержатся теоретические сведения (основные понятия и определения, необходимые для понимания логарифмов), примеры решения задач, а так же задания для самостоятельного решения.

Методическое пособие для подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике «Логарифмы, логарифмические уравнения и неравенства» соответствует ФГОС ООО и может быть использовано в учебном процессе общеобразовательной организации.

03.02.2025г.

Директор МКУ ЦПО
МО Динской район С.Н. Богатов

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение муниципального образования Динской район «Средняя общеобразовательная школа № 1 имени Героя Российской Федерации Туркина Андрея Алексеевича»

Методическое пособие для подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике по теме: «Логарифмы, логарифмические уравнения и неравенства»

Выполнила:

Калмазова Ирина Алексеевна,
учитель математики МАОУ МО
Динской район СОШ № 1 имени Туркина А.А.

ст. Динская
2025 год

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка

Логарифмы — это мощный математический инструмент, который находит применение в различных областях науки, техники и повседневной жизни. Они позволяют решать сложные задачи, связанные с экспоненциальным ростом, затуханием и другими важными процессами. Логарифмы используются в физике, химии, биологии, экономике, информатике и других дисциплинах.

Однако, несмотря на важность логарифмов, многие школьники испытывают трудности с их пониманием и применением. Это связано с тем, что логарифмы требуют от учащихся не только знания формул и алгоритмов, но и умения анализировать и интерпретировать результаты вычислений. Кроме того, логарифмы часто кажутся абстрактными и трудными для восприятия.

Для того чтобы помочь учащимся освоить логарифмы и научиться применять их на практике, было составлено данное методическое пособие. Оно содержит разнообразные задания, которые помогут учащимся закрепить теоретические знания, развить практические навыки и научиться решать задачи разного уровня сложности.

Пособие состоит из нескольких разделов, которые охватывают основные темы, связанные с логарифмами: понятие и свойства логарифмов, логарифмические уравнения и неравенства. В данном методическом пособии содержатся теоретические сведения (основные понятия и определения, необходимые для понимания логарифмов), примеры решения задач, а так же задания для самостоятельного решения.

Изучение логарифмов поможет учащимся не только лучше понять математический анализ, но и развить логическое мышление, умение анализировать и решать задачи. Поэтому данное методическое пособие является полезным инструментом для изучения темы «Логарифмы» и может быть использовано как в классе, так и для самостоятельной работы.

1. Занятие по теме: «Понятие логарифма».

Теоретический материал

Как называются уравнения и какими способами их можно решить?

$2^x=8.$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16.$	$2^x=6.$
Решение: $2^x=2^3$; $x=3.$	Решение: $(2^{-1})^x=2^4$; $2^{-x}=2^4$; $-x=4$; $x=-4.$	???

Для любого уравнения вида, $a^x = b$, где $a > 0, b > 0, a \neq 1$, существует единственный корень и его условились записывать так: $x = \log_a b$.

Например: $2^x=6$, $x=\log_2 6$.

Определение: логарифмом числа ***b*** по основанию ***a*** называется показатель степени, в которую нужно возвести число ***a***, чтобы получить ***b***, где $a > 0, b > 0$, $a\neq 1$, то есть $\boldsymbol{\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b}$.

$\log_2 8 = 3$, так как $2^3 = 8$

$\log_3 \frac{1}{27} = -3$, так как $3^{-3} = \frac{1}{27}$

$\log_{\frac{1}{5}} 25 = -2$, так как $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 25$

Из определения вытекает основное логарифмическое тождество:

$$\boldsymbol{a^{\log_a b} = b}, \text{где } a>0,\ b>0,\ a\neq 1$$

Например:

1) $2^{\log_2 13}=13$;

2) $\frac{70}{2^{\log_2 5}} = \frac{70}{5} = 14$;

3) $\frac{7^{\log_7 13}}{52} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$;

4) $6^{2\log_6 3}=6^{\log_6 3^2}=6^{\log_6 9}=9$;

5) $25^{\log_5 4}=5^{2\log_5 4}=5^{\log_5 16}=16$;

6) $2^{3+\log_2 9}=2^3\cdot 2^{\log_2 9}=8\cdot 9=72.$

Простейшие свойства логарифмов:

$\boxed{\log_a a = 1}$ $\boxed{\log_a 1 = 0}$ $\boxed{\log_a a^c = c}$

Например:

$\log_2 2=1$, так как $2^1=2$;

$\log_4 1=0$, так как $4^0=1$;

1) Вычислить:	
1)$\log_9 81$;	8)$\log_{64} 8$;
2)$\log_{1/5}(1)$;	9)$7^{\log_7 2}$;
3)$\log_3 1$;	10)$9^{2\log_9 5}$;
4)$\log_5 5$;	11)$3^{2+\log_3 11}$;
5)$\log_{\frac{1}{2}} 4$;	12)$10^{3-\lg 40}$;
6)$\log_{1/4}(4)$;	13)$2^{\log_2 3+\log_2 5}=3\cdot 5=15$;
7)$\lg 100$;	14) $\frac{5^{\log_5 6}}{48}$.
2) Найти *x*:	
1)$\log_5 x=2$;	5)$\log_x 81=4$;
2)$\log_3 x=-1$;	6)$\log_x \frac{1}{16}=2$;
3)$\log_{\frac{1}{9}} x=-3$;	7)$\log_x \frac{1}{4}=-2$;
4) $\log_{\sqrt{5}} x=0$;	8)$\log_x 27=3$.

2. Занятие по теме «Свойства логарифмов»

Теоретический материал

При $a>0$, $b>0$, $a\neq 1$ справедливы следующие равенства:

1	$\log_a a=1$;	6	$\log_a \frac{1}{b}= -\log_a b$;
2	$\log_a 1=0$;	7	$\log_a b^n= \text{n}\cdot \log_a b$;
3	$\log_a a^c=c$;	8	$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$;
4	$\log_a b+\log_a c=\log_a(b\cdot c)$;	9	$\log_a b =\frac{\log_c b}{\log_c a}$, $c\neq 1$;
5	$\log_a b-\log_a c = \log_a \frac{b}{c}$;	10	$\log_a b =\frac{1}{\log_b a}$, $b\neq 1$;

Примеры применения свойств:	
1)	$\log_2 32=\log_2 2^5=5\cdot\log_2 2=5\cdot 1=5$;
2)	$\log_{16}2 = \log_{2^4} 2=\frac{1}{4}\log_2 2 = \frac{1}{4}\cdot 1=\frac{1}{4}$;
3)	$\log_6 2+\log_6 3=\log_6(2\cdot 3)=\log_6 6=1$;
4)	$\log_{12}4+\log_{12}36=\log_{12}(4\cdot 36)=\log_{12}144=\log_{12}12^2=2\cdot\log_{12}12=2\cdot 1=2$;
5)	$\log_{225}3 + \log_{225}5 = \log_{225}(3\cdot 15)=\log_{225}15= \log_{15^2} 15=\frac{1}{2}\log_{15}15=\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$;
6)	$\log_2 30+\log_2 15 = \log_2 \frac{30}{15}= \log_2 2 = 1$;
7)	$\log_3 \frac{1}{81}= -\log_3 81 = -\log_3 3^4= -4\cdot\log_3 3 = -4\cdot 1 = -4$;
8)	$\frac{\log_3 16}{\log_3 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4\cdot \log_2 2 = 4\cdot 1= 4$;
9)	$\text{Log}_{125}5 = \frac{1}{\log_5 125} = \frac{1}{\log_5 5^3} = \frac{1}{3\cdot\log_5 5} =\frac{1}{3\cdot 1} = \frac{1}{3}$;

Задания для самостоятельной работы:

1)$\log_{18}2+\log_{18}9$;	7)$\log_{0,2}40-\log_{0,2}8$;
2)$\log_4 8+\log_4 32$;	8)$\log_2 64-\log_2 4$;
3)$\log_{32}2+\log_{32}4$;	9)$\log_3 162-\log_3 2+\log_5 5$;
4)$\lg 40+\lg 25$;	10)$4\log_{\frac{1}{2}}3-\log_{\frac{1}{2}}9-2\log_{\frac{1}{2}}6$;
5)$\log_6 216-\log_6 36$;	11)$\dfrac{\ln 100}{\lg \sqrt[6]{10}}$;
6)$\log_3 243-\log_3 27$;	12)$\dfrac{\log_{0,2}125}{\log_{0,2}5}$

3. Проверочная работа по теме «Логарифмы и их свойства»

Цель: закрепить понимание определения логарифма, закрепить умение применять основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов при преобразовании выражений.

Структура работы: работа состоит из теоретической и практической части. Практическая часть включает два варианта заданий.

Теоретическая часть:

1. Дайте определение логарифма.
2. Назовите основное логарифмическое тождество.
3. Перечислите свойства логарифмов.

Практическая часть
Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\log_3 1$; б) $\log_3 9$; в) $\log_{\frac{1}{2}} 8$;

г) $\lg\frac{1}{1000}$; д) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{128}$; е) $\log_{13} 13$;

ж) $\log_{\sqrt{5}} 125$; з) $\log_{16} 2$.

2. Найдите значение выражения, используя основное логарифмическое тождество:

а) $6 \cdot 7^{\log_7 2}$; б) $9^{\log_3 4}$; в) $0{,}2^{2+\log_{0,2} 3}$; г) $(5^{\log_3 7})^{\log_5 3}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\log_6 2+\log_6 18$;

б) $\log_7 3 - \log_7 \frac{3}{343}$;

в) $\log_3 120-\log_3 10-\log_3 4$;

г) $3\log_6 2-\log_6 2+2\log_6 3$;

д) $(\log_2 16)\cdot(\log_6 36)$;

е) $\log_{\sqrt{7}}(49 \cdot \sqrt{7})$;

ж) $\frac{\log_5 27}{\log_5 3}$;

з) $\frac{\log_5 135-\log_2 20+2\log_2 6}{\log_2 3}$;

и) $\sqrt{17}^{\log_{17} 64}+10^{\log_{\sqrt{10}} 12}$;

к) $\log_2 \sqrt[5]{4}$;

л*) $(1 - \log_2 12)\cdot(1 - \log_6 12)$;

м*) $\frac{\log_3 21\cdot\log_7 21}{\log_3 21+\log_7 21}$

Практическая часть
Вариант 2

3. Вычислите:

а) $\log_5 1$; б) $\log_2 8$; в) $\log_{\frac{1}{3}} 27$;

г) $\lg\frac{1}{100}$; д) $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{243}$; е) $\log_{15} 15$;

ж) $\log_{\sqrt{7}} 343$; з) $\log_{64} 4$.

4. Найдите значение выражения, используя основное логарифмическое тождество:

а) $9\cdot 7^{\log_7 3}$; б) $4^{\log_2 6}$; в) $0{,}2^{-2+\log_{0,2} 4}$; г) $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\log_6 3+\log_6 12$;

б) $\log_6 72-\log_5\frac{7}{25}$;

в) $\log_6 72-\log_6 4-\log_6 3$;

г) $2\log_3 6-2\log_3 2+\log_3 9$;

д) $(\log_2 4)\cdot(\log_3 81)$;

е) $\log_{\sqrt{5}}(125\cdot\sqrt{5})$;

ж) $\frac{\log_3 16}{\log_3 2}$;

з) $\frac{\log_3 56+2\log_3 12-\log_3 63}{\log_3 2}$;

и) $\sqrt{15}^{\log_{15} 49}+7^{\log_{\sqrt{7}} 13}$;

к) $\log_2\sqrt[3]{32}$;

л*) $(1-\log_5 40)\cdot(1-\log_8 40)$;

м*) $\frac{\log_6 18\cdot\log_3 18}{\log_6 18+\log_3 18}$

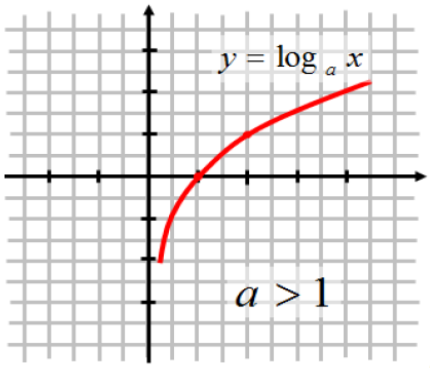
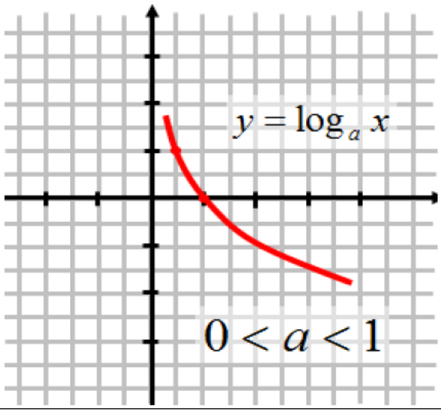
Параметры оценивания:

отметка	2	3	4	5
Баллы	0-10	11-15	16-19	20-24

4. Занятие по теме «Логарифмическая функция»

Теоретический материал

Логарифмической функцией называется функция вида $y=\log_a x$, где a – заданное число, $a>0$ и $a\neq 1$.

График функции $y=\log_a x$, где $a>1$	Свойства функции:
	Область определения: D(y) = (0; +∞); Множество значений: $E(y)=(-\infty,+\infty)$; Возрастает на промежутке $x\in(0;+\infty)$; Не является ни четной, ни нечетной; Неограничена сверху, неограничена снизу (неограниченная);
График функции $y=\log_a x$, где $0<a<1$	Свойства функции
	Область определения: D(y) = (0; +∞); Множество значений: E(y) = (-∞, +∞); Убывает на промежутке x∈(0;+∞); Не является ни четной, ни нечетной;

Основные свойства логарифмической функции:

№	$a>1$	$0<a<1$
1	Область определения функции: (0; +∞)	
2	Область значения функции: (0; +∞)	
3	Возрастает на $x\in(0;+\infty)$	Убывает на $x\in(0;+\infty)$
4	Не ограничена сверху, не ограничена снизу	
5	Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения	
6	Непрерывна	

Примеры решения заданий.

1. Найти область определения функции y=$\log_5(x+7)$.

Решение:

Область определения функции – это допустимые значения аргумента, то есть это все значения $\boldsymbol{x}$, при которых выражение, задающее функцию, имеет смысл.

По определению логарифма $x+7>0 \Rightarrow x>-7$;

2. Укажите возрастающие и убывающие функции:

а) y=$\log_{0,1} x$; б) y=$\log_3 x$; в) y=$\log_e x$; г) y=$\log_{\frac{2}{7}} x$

Решение:

Логарифмическая функция y=$\log_a x$ является:

Возрастающей при $\boldsymbol{a>1}$	Убывающей при $\boldsymbol{0<a<1}$
б) y=$\log_3 x$, т.к. a=3, 3 >1;	а) y=$\log_{0,1} x$, так как a=0,1, 0< 0,1< 1;
в) y=$\log_e x$, т.к. a=e, e>1 (e~2,7);	г) y=$\log_{\frac{2}{7}} x$, т.к. $a=\frac{2}{7}$, $0<\frac{2}{7}<1$

3. Какие точки принадлежат графикам функций:

1) y=$\log_{\frac{1}{3}} x$; 2) y=$\log_2 x$; 3)y=$\log_3(x+1)$

а) (2;1); б) (8;2); в) (9; -2).

Решение:

Для того, чтобы определить принадлежность точки графику функции, необходимо подставить координаты точки вместо x и y и посмотреть, получается ли верное равенство.

Функция:	Точка:	Решение:
1) y=$\log_{\frac{1}{3}} x$;	в) (9; -2)	-2 = $\log_{\frac{1}{3}} 9$
2) y=$\log_2 x$;	а) (2;1)	1=$\log_2 2$
3) y=$\log_3(x+1)$	б) (8;2)	2=$\log_3(8+1)$ 2 = $\log_3 9$

4. Сравните числа:

а) $\log_2 5$ и $\log_2 3$;

б) $\log_{\frac{1}{3}} 6$ и $\log_{\frac{1}{3}} 4$.

Решение:

а) по свойству логарифмической функции $y=\log_a x$, если основание a>1, то функция является возрастающей (при увеличении значения $\boldsymbol{x}$, значения $\boldsymbol{y}$ увеличивается), при сравнении логарифмов сравниваем числа, стоящие под знаком логарифма 5>3⇒ с тем же знаком $\log_2 5>\log_2 3$;

б) по свойству логарифмической функции$y=\log_a x$, если основание $0<a<1$, то функция является убывающей (при увеличении значения $\boldsymbol{x}$, значения $\boldsymbol{y}$ уменьшается), при сравнении логарифмов сравниваем числа, стоящие под знаком логарифма 6>4 ⇒ с противоложным знаком.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти область определения функции:

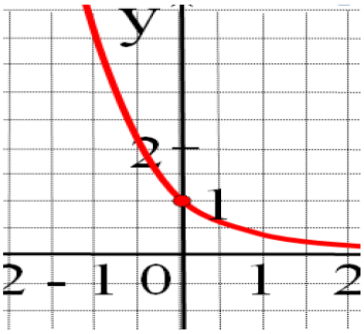
а) y=$\log_{0,3} x$; б) y=$\log_2(x-1)$; в) y=$\log_3(3-\text{x})$.

2. Какие из функций являются возрастающими:

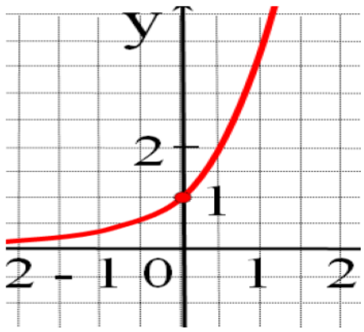
а) y=$\log_5 x$; б) y=$\log_{\frac{1}{2}} x$; в) y=$\log_{\pi} x$; г) y=$\log_{\frac{1}{5}} x$.

3. Укажите рисунок, на котором изображен график функции y=$\log_{\frac{1}{4}} x$

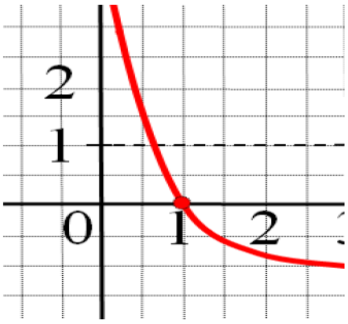
а)



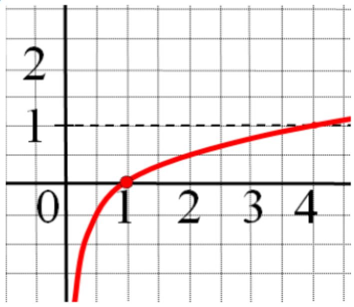
б)



в)



г)



4. Какие точки принадлежат графику функции y=$\log_{\frac{1}{5}} x$.

а) $(\frac{1}{25}; -2)$; б) $(\frac{1}{5}; -1)$; в) (5; –1).

5. Сравните числа:

а) $\log_3 4$ и $\log_3 6$;

б) $\log_{\frac{1}{4}} 7$ и $\log_{\frac{1}{4}} 9$.

5. Занятие по теме «Логарифмические уравнения»

Теоретический материал

Логарифмическое уравнение – это уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма.

Есть 3 основных метода решения логарифмических уравнений:

1. Через преобразование уравнения к виду: $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, а затем к виду f (x)= g(x).

2. С использованием определения лографима. Например, $\log_a f(x) = b$, где a>0, a≠1, уравнение имеет решение f (x)= a^b.

3. Введение новой переменной. Например, $\log_a^2 x + \log_a x + b = 0$ можно свести к квадратному $t^2 + t + b = 0$, заменив, $\log_a x = t$.

Реши в полученное уравнение с применением любого из методов, обязательно следует сделать проверку корней, так как по определению логарифм отрицательного числа не существует.

Схемы решения уравнений.

1. Решите уравнение: $\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$.

Решение:

Применим первый метод решения, т.к. основания логарифмов равны.

$x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x$;

После преобразования получим квадратное уравнение, решаем его:

$x^2 - x - 12 = 0$;

$a=1$, $b=-1$, $c=-12$;

$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$;

D> 0, уравнение имеет 2 корня

$x_{(1,2)} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 7}{2}$;

$x_1 = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$; $x_2 = \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$.

Выполняем проверку корней, подставляя полученные значения в выражения, стоящие под знаком логарифма:

$x_1 = 4$, тогда $x^2 - x - 12 = -1$, $-1 < 0$ ⇒ это посторонний корень.

$x_2 = -3$, тогда $x^2 - x - 12 = 13$, $13 > 0$ ⇒ удовлетворяет условию уравнения.

Ответ: $x = -3$.

2. Решите уравнение: $\log_2(2x - 1) = 3$.

Решение:

Применим второй метод решения, запишем уравнение в виде:

$2x - 1 = 2^3$;

Решим получившееся линейное уравнение:

$2x - 1 = 8$;

$2x = 8 + 1$;

$2x = 9$;

x=4,5.

Выполняем проверку корней:

x=4,5, тогда $2x-1$=8>0 ⇒ удовлетворяет условию уравнения.

Ответ: x=4,5

3. Решите уравнение: $\log_3^2 x+\log_3 x-2=0$.

Решение:

По третьему методу решения, введем новую переменную $\log_3 x=t$. Тогда уравнение примет вид квадратного:

$t^2-t-2=0$.

Решим получившееся квадратное уравнение:

a=1, b= –1, c= –2;

$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-2)=1+8=9$;

D> 0, уравнение имеет два корня

$t_{(1;2)}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{9}}{2\cdot1}$;

$x_1=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$; $x_2=\frac{1-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$.

Делаем обратную замену:

$\log_3 x=2$;

$x_1=9$.

$\log_3 x=-1$;

$x_2=\frac{1}{3}$.

Проверка корней данного уравнения не требуется, т.к. неизвестное под знаком логарифма принимает только положительные значения.

Ответ: $x_1=9$; $x_2=\frac{1}{3}$.

Примеры решения заданий.

1. Решите уравнение: $\lg(x+3)=3+\lg 5$.

Решение:

$\lg(x+3)=3\lg10+2\lg5$;

$\lg(x+3)=\lg10^3+\lg5^2$;

$\lg(x+3)=\lg1000+\lg25$;

$\lg(x+3)=\lg25000$;

$x+3=25000$;

$x=25000-3$;

$x=24997$.

Проверка:24997+3=25000>0.

Ответ:x=24997.

2. Решите уравнение: $\log_7(x^2-2x-8)=1$.

Решение:

$x^2-2x-8=7^1$;

$x^2-2x-8-7$=0;
$x^2-2x-15$=0;
a=1, *b*= –2, *c*= –15;
D = $(-2)^2$ – 4·1·(–15) = 4+ 60 = 64;
D> 0, уравнение имеет 2 корня
$x_{(1;2)}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{64}}{2\cdot1}=\frac{2\pm8}{2}$;
$x_1=\frac{2+8}{2}=\frac{10}{2}$= 5; $x_2=\frac{2-8}{2}=\frac{-6}{2}$ = –3.
Проверка корней:
x_1= 5, тогда $x^2-2x-15$= 7;
x_2= –3, тогда $x^2-2x-15$ = 7.
<u>Ответ:</u> x_1= 5; x_2= –3.

3. Решите уравнение: $\log^2_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}x-6=0$.

<u>Решение:</u>
Пусть $\log_{\frac{1}{2}}x$=t, тогда
t^2-t-6=0;
a=1, *b*= –1, *c*= –6;
D = $(-1)^2$ – 4·1·(–6) = 1+ 24 = 25;
D> 0, уравнение имеет 2 корня
$t_{(1;2)}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{25}}{2\cdot1}=\frac{1\pm5}{2}$;
$t_1=\frac{1+5}{2}=\frac{6}{2}$= 3; $t=\frac{1-5}{2}=\frac{-4}{2}$ = –2.
Делаем подстановку:
1) $\log_{\frac{1}{2}}x$=3; 2) $\log_{\frac{1}{2}}x$= –2;
$x_1=\frac{1}{8}$; x_2= 4.
<u>Ответ:</u> $x_1=\frac{1}{8}$; x_2= –2.

Задания для самостоятельной работы:
Решите уравнения:

1) $\log_2(2x+1)=\log_2 3+1$;	6) $\log_7(x-1)=\log_7 2+\log_7 3$;
2) $\log_7 2-1=-\log_7(5-x)$;	7) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)-\log_{\frac{1}{2}}16=5$;
3) $\frac{1}{2}\log_2(3x-1)=3$;	8) $\lg(5x+2)=\frac{1}{2}\lg36+\lg2$;
4) $\log_{0,5}(3x-1)=-3$;	9) $\log^2_4 x-5\log_4 x+4=0$;
5) $2\log_3 2-\log_3(x-1)=1+\log_3 5$;	10) $\lg^2 x=3-2\lg x$.

6. Занятие по теме «Логарифмические неравенства»

Теоретический материал

Решение логарифмических неравенств сводится к решению системы неравенств, содержащих область определения функции (ООФ) и решение равносильного неравенства, полученного из логарифмического неравенства, путем его преобразования по изученным свойствам логарифмических функций.

Важным пунктом при решении логарифмического неравенства является монотонность функции. Из монотонности логарифмической функции следуют два вывода:

- Если $\log_a x_1 < \log_a x_2$,при этом a>1(функция возрастающая) $x_1 < x_2$ (знак остается прежним);
- Если $\log_a x_1 < \log_a x_2$,приэтом0<a<1(функция убывающая) $x_1 > x_2$ (знак меняется на противоположный).

Рассмотрим неравенство:

$\lg(x+1) \leq 2$;

$\lg(x+1) \leq 2\lg 10$;

$\lg(x+1) \leq \lg 10^2$;

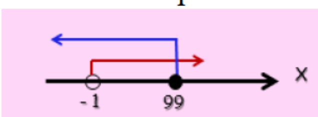
$\lg(x+1) \leq \lg 100$,т.коснованиеа=10, то функция возрастает;

$x+1 \leq 100$ $x \leq 100-1$

$x \leq 99$

Значит, область определения функции: $x+1>0$, то есть $x>-1$.

Отметим решение на числовой оси и найдем общее решение:$x \in (-1;99]$



Ответ: $x \in (-1;\ 99]$.

Алгоритм решения логарифмических неравенств

1. Находим ООФ;

2.Решаем логарифмическое неравенство, применяя свойства логарифмов и монотонность логарифмической функции;

3. Выбираем общее решение для ООФ и неравенства;

4. Записываем ответ.

Примеры решения заданий.

1. Решите неравенство:

$\log_3(x+2) < 3$

Решение:

Прологарифмируем правую часть по основанию 3 и воспользуемся свойством логарифмов $n \cdot \log_{\square} \square = \log_a b^n$

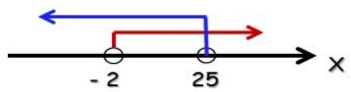
$\log_3(x+2) < 3 \cdot \log_3 3$;

$\log_3(x+2) < \log_3 27$;

Перейдем к системе неравенств: первое получено путем потенцирования с учетом монотонно возрастающей функции (при сравнении выражений под знаком логарифма знак неравенства остается прежним). Второе представляет собой ООФ (выражение под знаком логарифма принимает только положительные значения).

$\begin{cases} x+2<27; \\ x+2>0; \end{cases}$ $\begin{cases} x<25; \\ x>-2; \end{cases}$

Отмечаем решение на числовой прямой:



Ответ: $x\in(-2;\,25)$.

2. Решите неравенство:

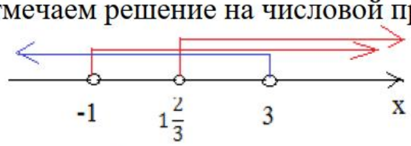
$\log_{\frac{1}{5}}(3x-5)>\log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

<u>Решение:</u>

Перейдем к системе неравенств: первое получено путем потенцирования с учетом монотонно убывающей функции (при сравнении выражений под знаком логарифма знак неравенства меняется на противоположный). Второе и третье представляют собой ООФ (выражения под знаком логарифма принимают только положительные значения).

$\begin{cases} 3x-x<1+5; \\ 3x>5; \\ x>-1; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-x<1+5; \\ 3x>5; \\ x>-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x<3; \\ x>1\frac{2}{3}; \\ x>-1; \end{cases}$

Отмечаем решение на числовой прямой:



Ответ: $x\in(1\frac{2}{3};\,3)$.

3. Решите неравенство:

$\lg x>\lg 8+1$

<u>Решение:</u>

Прологарифмируем в правой части число 1, затем воспользуемся свойством логарифмов log□□+log□□=log□(□·□).

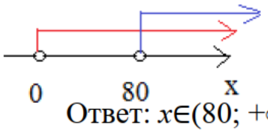
$\lg x>\lg 8+\lg 10;$

$\lg x>\lg 80$

Перейдем к системе неравенств: первое получено путем потенцирования с учетом монотонно возрастающей функции (при сравнении выражений под знаком логарифма знак неравенства остается прежним). Второе представляет собой ООФ (выражение под знаком логарифма принимает только положительные значения).

$$\begin{cases} x > 80; \\ x > 0; \end{cases}$$

Отмечаем решение на числовой прямой:



Ответ: $x \in (80; +\infty)$.

Задания для самостоятельной работы:

1) $\log_3(x-5)<2$;	5) $\log_2(x+1)<3$;
2) $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x)\geq -1$;	6) $\log_{\frac{1}{2}}(3x-5)\geq -3$;
3) $\log_4(2x+5)\leq \log_4(x+1)$;	7) $\log_3(5-4x)\leq \log_3(x-1)$;
4) $2\lg 6 - \lg x > 3\lg 2$;	8) $2\lg 0{,}5 + \lg x > \lg 5$.

7. Занятие по теме «Системы логарифмических уравнений»

Теоретический материал

При решении логарифмических уравнений применяются те же способы, что и при решении алгебраических систем.

Примеры решения заданий.

1. Решите систему уравнений: $\begin{cases} \lg x - \lg y = 7; \\ \lg x + \lg y = 5; \end{cases}$

Решение:

Решим систему методом сложения. Сложим и вычтем уравнения системы:

$+\begin{cases} \lg x - \lg y = 7; \\ \lg x + \lg y = 5; \end{cases}$ $\quad -\begin{cases} \lg x - \lg y = 7; \\ \lg x + \lg y = 5; \end{cases}$

$\lg x=6$; $\quad x=10^6$;

$\lg y=-1$; $\quad y = 10^{-1}$

Осуществим проверку полученных значений, т.к. выражение под знаком логарифма может принимать только положительные значения.

$10^6>0$ и $10^{-1}=0,1>0$.

Ответ: $(10^6; 10^{-1})$

2. Решите систему уравнений: $\begin{cases} \log_4(x+y) = 2; \\ \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 7; \end{cases}$

Решение:

Выполним преобразования, применяя свойства логарифмов: в первом уравнении прологарифмируем число 2 по основанию 4, во втором – число 2 по основанию 3.

$\begin{cases} \log_4(x+y) = 2\log_4 4; \\ \log_3 x + \log_3 y = 2\log_3 3 + \log_3 7; \end{cases}$

Применим свойство логарифмов $n\cdot\log_a b = \log_a b^n$ в обоих уравнениях системы.

$\begin{cases} \log_4(x+y) = \log_4 16; \\ \log_3 x + \log_3 y = \log_3 9 + \log_3 7; \end{cases}$

Перейдем от системы логарифмических уравнений к системе обычных уравнений путем потенцирования.

$\begin{cases} x + y = 16; \\ x \cdot y = 63. \end{cases}$

$x_1 = 7, y_1 = 79,$

$x_2 = 9, y_2 = 7.$

Осуществим проверку полученных значений, т.к выражение под знаком логарифма может принимать только положительные значения.7>0 и 9>0.

Ответ: (7;79); (9;7)

Задания для самостоятельной работы:

1) $\begin{cases} lg\, x - lg\, y = 2; \\ x - 10y = 900; \end{cases}$ $\quad$ 2) $\begin{cases} lg\,(x - 4y) = 0; \\ lg\, 2x - lg\, y = 1; \end{cases}$

8. Проверочная работа по теме «Корни, степени, логарифмы»

Цель: закрепить знания и навыки, полученные в рамках изучения темы «Корни, степени, логарифмы».

Структура работы: работа состоит из практической части, которая включает два варианта заданий.

Вариант №1	**Вариант №2**
1. Вычислите:	
а) $9^{\frac{3}{2}}+27^{\frac{2}{3}}-(-\frac{1}{16})^{-\frac{3}{4}}$;	а)$25^{1,5}+0,25^{-0,5}-81^{0,75}$;
б) $\log_2 16$;	б) $\log_{\frac{1}{4}} 64$;
в) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$.	в) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$.
2. Решите уравнение:	
а)$\sqrt{x-3}=5$;	а) $\sqrt{4+x}=5$;
б)$4^{2x}=64$;	б) $3^{4x}=27$;
в)$5^x+5^{x+2}=26$;	в) $3^x+3^{x+1}=4$;
г)$3^{2x}-3\cdot 3^x-54=0$;	г)$2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^x+2=0$;
д)$\log_{\frac{1}{7}}(x+9)=-2$;	д)$\log_{\frac{1}{4}}(4x-1)=-2$;
е) $\log_2(x+2)+\log_2(x-5)=3$	е) $\lg(3x-1)=\lg 5+\lg((x+5)$.
3. Решите неравенство:	
а) $3^x\leq 81$;	а) $2^x<64$;
б) $\log_4(2x+1)\leq 2$;	б) $\log_5(3x-1)\leq 1$;
в) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)<\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.	в) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5)>\log_{\frac{1}{5}}(x+1)$.

Параметры оценивания:

Отметка	2	3	4	5
Баллы	0-6	7-10	11-12	13-14

Заключение.

Данное методическое пособие является ценным инструментом для обучения. Оно охватывает широкий спектр задач, способствующих пониманию логарифмов. Наличие примеров и подробный разбор заданий делают данное пособие незаменимым помощником в подготовке к сдаче Единого Государственного Экзамена.

Пособие не только закрепляет теоретические знания, но и развивает практические навыки, необходимые для решения более сложных задач в рамках рассмотренной темы. Это способствует формированию у учащихся уверенности в своих силах и мотивации к дальнейшему изучению математики.

Таким образом, данное пособие является эффективным инструментом для обучения и практики, который поможет учащимся не только освоить такую сложную тему, как логарифмы, но развить интерес к математике, научиться мыслить логически и анализировать информацию.

Список используемой литературы и источников

1. Алгебра. Базовый курс с решениями и указаниями (ЕГЭ, олимпиады, экзамены в ВУЗ). Учебно-методическое пособие / Золотарева Н.Д., Попов Ю.А., Семендяева Н.Л., Федотов М.В. – М.: Фойлис, 2010.

2. Большая электронная энциклопедия «Кирилл и Мефодий»: 2004. Е.Я.Штейн «Большая школьная энциклопедия» том 1; Москва, 2004.

3. Я.В. Успенский «Очерк истории логарифмов»: Петроград: Научное книгоиздательство, 1923.

4. https://school-science.ru/11/5/46803

5. https://rosuchebnik.ru/material/istoriya-vozniknoveniya-logarifmov/

6.https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2020/11/05/trenazher-dlya-vychislenyalogarifmov-10-klass-0

7. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник / Ш. А. Алимов [и др.]. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2018.

8. Бочкарева, В. Д. Алгебра : учеб.-методич. пособие / В. Д. Бочкарева. – Саранск : СВМО, 2012.

9. Глазенап, С. П. Пятизначные таблицы логарифмов с приложением других таблиц, упрощающих вычисления / С. П. Глазенап. – М. : Медиа, 2013.

10. Глухов, М. М. Задачник-практикум по алгебре / М. М. Глухов, А. С. Солодовников. – М.: Просвещение, 2009.

11. Лаппо, Л. Д. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. – М.: Экзамен, 2020.

12. Миспахов, А. Ш. Логарифмические уравнения и неравенства : учеб.пособие / А. Ш. Миспахов. – Махачкала: ДГУНХ, 2018.

13. Шахмейстер, А. Х. Логарифмы : учеб.пособие / А. Х. Шахмейстер. – М.: Виктория плюс, 2016.

4.Результаты повышения квалификации по профилю (направлению) деятельности педагогического работника (4.3)

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

Общество с ограниченной ответственностью
"Международные Образовательные Проекты"
Центр дополнительного профессионального образования "Экстерн"

УДОСТОВЕРЕНИЕ
О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ

7819 00604530

Документ о квалификации

Регистрационный номер
46190
Город
Санкт-Петербург

Дата выдачи
04 октября 2021 г.

Настоящее удостоверение свидетельствует о том, что

Калмазова Ирина Алексеевна

с 14 сентября 2021 г. по 04 октября 2021 г.

прошёл(а) повышение квалификации в

Центре дополнительного профессионального образования "Экстерн"
Общества с ограниченной ответственностью
"Международные Образовательные Проекты"

по дополнительной профессиональной программе
«Методика преподавания математики в условиях реализации ФГОС СОО»

в объёме 108 часов

М.П.

Директор Е.А. Знатнова
Секретарь Н.В. Нормантович

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

Общество с ограниченной ответственностью
«Международные Образовательные Проекты»
Центр дополнительного профессионального образования «Экстерн»

УДОСТОВЕРЕНИЕ
О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ

784900343022

Документ о квалификации

Регистрационный номер
68269
Город
Санкт-Петербург

Дата выдачи
28 июня 2023 г.

Настоящее удостоверение свидетельствует о том, что

Калмазова Ирина Алексеевна

с 15 июня 2023 г. по 28 июня 2023 г.

прошел(а) повышение квалификации в

Центре дополнительного профессионального образования «Экстерн»
Общества с ограниченной ответственностью
«Международные Образовательные Проекты»

по дополнительной профессиональной программе
«Реализация требований обновленного ФГОС СОО в работе учителя (математика)»

в объеме 72 часа

М.П.

Директор Е.А. Знатнова
Секретарь Е.Е. Евдокимова

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

Государственное бюджетное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования» Краснодарского края
(ГБОУ ИРО Краснодарского края)

УДОСТОВЕРЕНИЕ

О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ

231201546274

Регистрационный номер № 2158/24

Настоящее удостоверение свидетельствует о том, что

Калмазова Ирина Алексеевна
(фамилия, имя, отчество)

с «10» февраля 2024 г. по «20» февраля 2024 г.

прошел(а) повышение квалификации в

ГБОУ ИРО Краснодарского края
(наименование образовательного учреждения (подразделения) дополнительного профессионального образования)

по теме: «Особенности преподавания математики в ОО Краснодарского края с учётом результатов ОГЭ, ЕГЭ»
(наименование проблемы, темы, программы дополнительного профессионального образования)

в объеме 72 часа
(количество часов)

За время обучения сдал(а) зачеты и экзамены по основным дисциплинам программы:

Наименование	Объем	Оценка
Нормативные и психолого-педагогические основы работы учителя математики	16	зачтено
Приоритетные направления математического образования	20	зачтено
Углублённое преподавание математики в системе подготовки к оценочным процедурам	36	зачтено

Прошел(а) стажировку в (на)
(наименование предмета,
организации, учреждения)

Итоговая работа на тему:

М.П.

Ректор Т.А. Гайдук

Секретарь О.В. Задорожная

Город Краснодар

Дата выдачи 20 февраля 2024 г.

5.Награды за успехи в профессиональной деятельности, наличие ученой степени, звания (п.4.4)

ГРАМОТА

**Управление образования муниципального образования Динская район,
Динская районная организация Общероссийского Профсоюза образования,
муниципальное казённое учреждение «Центр поддержки образования»
муниципального образования Динской район**

НАГРАЖДАЕТСЯ

Калмазова Ирина Алексеевна,

педагог Муниципального автономного общеобразовательного учреждения муниципального образования Динской район «Средняя общеобразовательная школа №1 имени Героя Российской Федерации Туркина Андрея Алексеевича

**за стабильно высокие показатели в деле обучения и воспитания школьников, большой вклад в развитие отрасли образования в Динском районе
в связи с празднованием Дня учителя**

Начальник управления
образования М.А.Ежкова

Председатель Динской районной организации
Общероссийского Профсоюза образования Н.И. Тараскина

Директор муниципального казённого учреждения
«Центр поддержки образования» муниципального
Образования Динской район С.Н. Богатов

Приказ УО от 08.09.2023 г. №418

ст. Динская
2023 год

БЛАГОДАРНОСТЬ

КАЛМАЗОВОЙ
Ирине Алексеевне,

учителю математики МАОУ муниципального образования Динской район «Средняя общеобразовательная школа № 1 имени Героя Российской Федерации Туркина Андрея Алексеевича»,

за добросовестный труд, профессионализм и достижение высоких результатов в педагогической деятельности, в связи с профессиональным праздником - Днем учителя.

Исполняющий обязанности
главы муниципального образования
Динской район **С.Г. Огренич**

2024 год
станица Динская