

**ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ
ЗАДАЧ ОГЭ: №21
математика
9 класс**

**Учителя математики:
Некрасова О.Н.
Бякова И.Г.**

*2022 – 2023
учебный год*

Для каждого второго девятиклассника 21 задание - это сложно. Почему? Дело в том, что текстовые задачи - тема 5 и 6 класса. В курсе алгебры встречаются такие задания, но очень редко. И для успешного решения учениками второй части заданий ОГЭ, предлагаю учащимся разбить задачи на типы решения.

Задание №21 Текстовые задачи

1. Задачи на скорость, время, расстояние. Решение с помощью таблицы.
 - Движение по прямой
 - Движение по прямой (навстречу)
 - Движение по прямой (вдогонку)
 - Движение по окружности (замкнутой трассе)
 - Средняя скорость
 - Движение протяженных тел
 - Движение по воде
2. Задача на концентрацию
3. Задача на фрукты
4. Решение задач на совместную работу.

Учимся решать текстовые задачи. Задание №21 ОГЭ.

Будем учиться решать текстовые задачи. Если не понятно, как решать задачи, то пробуйте всегда за неизвестное брать то, что стоит в вопросе задачи. Но в таком случае, могут получиться уравнения, которые будут решаться сложно. И вторая рекомендация - оформляйте задачи в виде таблицы. Почти все задачи можно внести в один тип таблиц.

	1	2	3
Задачи на движения	<i>Скорость</i>	<i>Время</i>	<i>Расстояние</i>
Задачи на работу	<i>Производительность в час (пропускная способность)</i>	<i>Время</i>	<i>Весь заказ (весь объем)</i>
Задачи на % (сплавы, смеси)	<i>Масса вещества</i>	<i>Концентрация</i> <u>100%</u>	<i>Чистое вещество</i>

Находим неизвестное из каждого столбика, что пронумерованы. $1=3:2$; $2=3:1$; $3=1*2$ (понятно ли Вам, что означает цифры?)

Решаем задачи на движение.

Приступим к первому типу задач. Задачи на движения.

Задачи на движения можно разделить на несколько видов:

- 1) Движение по прямой
- 2) Движение по прямой (навстречу)
- 3) Движение по прямой (вдогонку)
- 4) Движение по окружности (замкнутой трассе)
- 5) Средняя скорость
- 6) Движение протяженных тел
- 7) Движение по воде

Настраиваю детей чтобы, при решении второй части они не боялись подробно расписывать решение, если уверены в нем. У эксперта по проверке ОГЭ должно сложиться впечатление, что вы - человек, который понимает, о чём он пишет. В этом случае у вас все шансы на максимальный балл.

Учимся решать текстовые задачи. Задание №21 ОГЭ.

Будем учиться решать текстовые задачи. Если не понятно, как решать задачи, то пробуйте всегда за неизвестное брать то, что стоит в вопросе задачи. Но в таком случае, могут получиться уравнения, которые будут решаться сложно.

И вторая рекомендация - оформляйте задачи в виде таблицы. Почти все задачи можно внести в один тип таблиц.

	1	2	3
Задачи на движения	<i>Скорость</i>	<i>Время</i>	<i>Расстояние</i>
Задачи на работу	<i>Производительность в час (пропускная способность)</i>	<i>Время</i>	<i>Весь заказ (весь объем)</i>
Задачи на % (сплавы, смеси)	<i>Масса вещества</i>	<u><i>Концентрация</i></u> <i>100%</i>	<i>Чистое вещество</i>

Находим неизвестное из каждого столбика, что пронумерованы. $1=3:2$; $2=3:1$; $3=1*2$ (понятно ли Вам, что означает цифры?)

Решаем задачи на движение.

Приступим к первому типу задач. Задачи на движения.

Задачи на движения можно разделить на несколько видов:

- 1) Движение по прямой
- 2) Движение по прямой (навстречу)
- 3) Движение по прямой (вдогонку)
- 4) Движение по окружности (замкнутой трассе)
- 5) Средняя скорость
- 6) Движение протяженных тел
- 7) Движение по воде

Движение по прямой

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

Вместо краткой записи к задаче, составим таблицу.

	Скорость	Время	Расстояние
Из А в В	X	$\frac{60}{x}$	60
Из В в А	X+10	$\frac{60}{x+10} + 3$	60

За неизвестную величину (X) взяли то, что нужно найти по задаче. Расстояние в 60 км записываем в обе строчки, поскольку расстояние не изменится, неважно из какого пункта велосипедист будет ехать. Чтобы найти время, нужно расстояние поделить на скорость.

Теперь самое главное, правильно составить уравнение. Уравнение от слова уравнивать. Уравнивают в задачах чаще всего время или расстояния. В этой задаче уравниваем время из пункта А в В и из пункта В в А. Для этого у нас в условии задачи есть 3 часа, которые он стоял.

При движении из пункта А в В, велосипедист затратил больше времени чем из пункта В в А. Уравнение наше примет вид:

$$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + 3$$

Решение уравнения:

$$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + 3 \mid x(x+10) \neq 0; x \neq 0, x \neq -10$$

$$60(x+10) = 60x + 3x(x+10)$$

$$60x + 600 = 60x + 3x^2 + 30x$$

$$3x^2 + 30x - 600 = 0$$

$$x^2 + 10x - 200 = 0$$

$$x_1 = -20 \text{ не подходит по условию;}$$

$$x_2 = 10$$

Ответ $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ из пункта А в пункт В.

После решения уравнения, обязательно еще раз читайте условие задачи, чтобы правильно ответить на вопрос задачи.

Движение по прямой (навстречу)

Продолжим учиться решать текстовые задачи. Если не понятно, как решать задачи, то пробуйте всегда за неизвестное брать то, что стоит в вопросе задачи. Но в таком случае, могут получиться уравнения, которые будут решаться сложно. Как раз этот случай, рассмотрим в этой статье. Разберем решение такой задачи:

Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 56 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 182 км, скорость первого велосипедиста равна 13 км/ч, скорость второго – 15 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

Первый способ:

За неизвестное (X) возьмем то, что стоит в вопросе, но это будет неудобно. Почему? Смотрите дальше.

	Скорость	Время	Расстояние
Первый велосипедист	13	$\frac{182 - x}{13} + \frac{56}{60}$	182 - x
Второй велосипедист	15	$\frac{x}{15}$	x

Так как за X взяли расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи, то первый велосипедист до места встречи проедет 182-X. Скорости велосипедистов в таблицу впишем из условия задачи. Заполнив столбцы скорости и расстояния, найдем время. Время равно расстояние делим на скорость. Ко времени первого велосипедиста прибавляем время его стоянки, выраженное в часах. Так как время, которое велосипедисты провели в дороге одинаково, то составим уравнение:

$$\frac{182 - x}{13} + \frac{56}{60} = \frac{x}{15}$$

Это уравнение решается сложно из-за того, что большой общий множитель $60 \cdot 13 = 780$

$$60(182 - x) + 56 \cdot 13 = 52x$$

$$10920 - 60x + 728 = 52x$$

$$-112x = -11648$$

$$x = 104$$

Ответ 104 км

Второй способ

Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 56 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 182 км, скорость первого велосипедиста равна 13 км/ч, скорость второго – 15 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

	Скорость	Время	Расстояние
Первый велосипедист	13	x	13x
Второй велосипедист	15	$x + \frac{56}{60}$	$15(x + \frac{56}{60})$

За неизвестную величину (X) в этот раз возьмем время, в течении которого первый велосипедист был в движении. Второй велосипедист был в движении столько же времени, сколько и первый велосипедист, плюс то время, что первый стоял. Зная скорость и время, можем найти пройденный пусть каждым велосипедистом до встречи (столбец: Расстояние).

Так как весь путь, пройденный двумя велосипедистами равен 182 км, то составим уравнение:

$$13x + 15\left(x + \frac{56}{60}\right) = 182$$

Это уравнение решается намного легче, чем в первом случае.

$$13x + 15x + 14 = 182$$

$$28x = 168$$

$$x = 6$$

Таким образом, мы нашли время движения первого велосипедиста. Найдем сколько километром проехал первый велосипедист до встречи и какое расстояние проехал второй до встречи.

$$s = 13x = 13 * 6 = 78 \text{ км проехал первый велосипедист до встречи}$$

$$182 - 78 = 104 \text{ проехал второй велосипедист до встречи}$$

Ответ: 104 км проехал второй велосипедист до места встречи.

Какой способ для вас понятней?

Движение по прямой (вдогонку)

Продолжаем разбор текстовых задач из ОГЭ 2022 года, входящие в 21 задание. Рассмотрим решение двух задач. В обеих задачах за неизвестное (X) будем брать то, что требуется найти по тексту задачи.

Задача №1

Два автомобиля одновременно отправляются в 560-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

В этой задаче за неизвестное (X) возьмем скорость первого автомобиля. Тогда скорость второго автомобиля будет равна X-10. Оба автомобиля проедут расстояние в 560 км.

	Скорость	Время	Расстояние
Первый автомобиль	x	$\frac{560}{x}$	560
Второй автомобиль	x-10	$\frac{560}{x-10}$	560

Заполнив по задаче столбцы скорости и расстояния, найдем время. Время равно расстояние делить на скорость.

Так как первый автомобиль, прибывает к финишу на 1 час раньше, то составим уравнение по времени. Уравняем время движения автомобилей. Для этого можно 1 час прибавить ко времени первого или отнять от времени второго.

$$\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}$$

Решим уравнение:

$$\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10} \quad | * x(x-10) \neq 0, x \neq 0, x \neq 10$$

$$560(x-10) + x(x-10) = 560x$$

$$560x - 5600 + x^2 - 10x = 560x$$

$$x^2 - 10x - 5600 = 0$$

$$D = 100 + 22400 = 22500$$

$$x_1 = \frac{10 + 150}{2} = 80$$

$$x_2 = \frac{10 - 150}{2} = -70 \text{ (не подходит по условию)}$$

Ответ $80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ скорость первого автомобиля.

Обязательно читаем условие задачи. Скорость не может быть отрицательной.

Задача №2

Из A в B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 6 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч.

В этой задаче для первого автомобиля одно условие на весь путь. У второго автомобиля два условия. Путь у второго автомобиля поровну поделен на две части. За неизвестную величину (X) возьмем то, что стоит в вопросе задачи - скорость первого автомобиля.

	Скорость	Время	Расстояние
Первый автомобилист	x	$\frac{s}{x}$	s
Второй автомобилист	$x-6$	$\frac{s}{2(x-6)}$	$\frac{s}{2}$
	56	$\frac{s}{112}$	$\frac{s}{2}$

Весь путь возьмем за величину S

Заполним столбцы скорости и расстояния по тексту задачи. Найдем время первого автомобиля для всего расстояния, и время движения второго автомобиля для первой и второй половины пути.

Так как в тексте задачи написано, что первый и второй автомобили прибыли в пункты одновременно, то составим уравнение, приравняв их время движение

$$\frac{s}{x} = \frac{s}{2(x-6)} + \frac{s}{112}$$

Решим уравнение:

$$\frac{s}{x} = \frac{s}{2(x-6)} + \frac{s}{112} \quad | 112x(x-6) \neq 0, x \neq 0, x \neq 6$$

$$112s(x-6) = 56xs + sx(x-6)$$

$$112sx - 672s = 56sx + sx^2 - 6sx$$

$$sx^2 - 62sx + 672s = 0 \quad | :s$$

последнюю строчку разделим на s -путь.

$$x^2 - 62x + 672 = 0$$

$$D = 62^2 - 4 \cdot 672 = 3844 - 2688 = 1156 = 34^2$$

$$x_1 = \frac{62 + 34}{2} = \frac{96}{2} = 48$$

$$x_2 = \frac{62 - 34}{2} = 14 \text{ не подходит по условию}$$

Ответ 48 км/ч.

В конце текста задачи, стоит условие, что скорость первого автомобиля больше 45 км/ч, значит число 14 не подходит по условию, а $48 > 45$, значит ответ на задачу будет 48 км/ч.

Движение по окружности (замкнутой трассе)

Разберем задачу на движение по окружности и общий принцип решения таких задач.

Здравствуйтесь, дорогие читатели, подписчики и гости канала.

Рассмотрим решение такой задачи:

Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 4 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 18 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 10 км/ч меньше скорости второго.

Главная идея решения таких задач состоит в том, чтобы привести все к целому кругу. Изобразим на рисунке:



Когда прошел один час, первый не пробежал 4 км до целого круга, тогда в свою очередь второй пробежал целый круг 18 минут назад, т.е. за $60 - 18 = 42$ минуты. Теперь составим таблицу:

	Скорость	Время	Расстояние в один круг
Первый бегун	x	1	$x \cdot 1 + 4$
Второй бегун	$x + 10$	$1 - \frac{18}{60} = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$	$\frac{7}{10}(x + 10)$

Заполним первый столбец (скорость). За неизвестную величину (X) возьмем скорость первого бегуна. Тогда скорость второго будет $X + 10$.

Время первого бегуна - один час, время второго 42 минуты. Обязательно минуты переводим в часы.

Зная скорость и время за которое бегуны пробежали один круг, найдем сколько километров составляет один круг и составим уравнение:

$$x + 4 = \frac{7}{10}(x + 10)$$

Решим уравнение:

$$x + 4 = \frac{7}{10}x + 7$$

$$x - \frac{7}{10}x = 3$$

$$\frac{3}{10}x = 3$$

$$x = 10$$

Ответ $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ скорость первого бегуна.

Рассмотрим задачи на среднюю скорость.

Задачи на среднюю скорость достаточно простые, но многие допускают ошибку в ее вычислении.

Средняя скорость рассчитывается для неравномерного движения. Средняя скорость - это отношение всего пути на время в течении которого этот путь был пройден.

Рассмотрим в чем различие нахождения скорости движения с постоянной скоростью на всем пути от нахождения скорости при неравномерном движении на всем пути.

$$v = \frac{S}{t} \text{ скорость при равномерном движении}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} \text{ средняя скорость при неравномерном движении}$$

Рассмотрим решение нескольких задач.

Задача №1

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км – со скоростью 60 км/ч, а последние 500 км – со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Чтобы найти среднюю скорость, нам нужно найти время на каждом участке пути. В нашей задаче таких участков три.

$$S_1 = 105 \text{ км } v_1 = 35 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ значит } t_1 = \frac{105}{35} = 3 \text{ часа}$$

$$S_2 = 120 \text{ км } v_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ значит } t_2 = \frac{120}{60} = 2 \text{ часа}$$

$$S_3 = 500 \text{ км } v_3 = 100 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ значит } t_3 = \frac{500}{100} = 5 \text{ часа}$$

Зная время на каждом участке пути, можем найти среднюю скорость:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{105 + 120 + 500}{3 + 2 + 5} = \frac{725}{10} = 72,5 \text{ км/ч.}$$

Задача №2

Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 69 км/ч, а вторую – со скоростью 111 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

В этой задаче у нас два участка пути. За весь пусть возьмем S . Тогда половина пути равна $S/2$

$$S_1 = \frac{S}{2} \text{ км } v_1 = 69 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ значит } t_1 = \frac{\frac{S}{2}}{69} = \frac{S}{138} \text{ часа}$$

$$S_2 = \frac{S}{2} \text{ км } v_2 = 111 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ значит } t_2 = \frac{\frac{S}{2}}{111} = \frac{S}{222} \text{ часа}$$

Теперь воспользуемся формулой, и найдем среднюю скорость на протяжении всего пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{\frac{S}{2} + \frac{S}{2}}{\frac{S}{138} + \frac{S}{222}} = \frac{S}{\frac{222S + 138S}{138 * 222}} = \frac{S}{\frac{360S}{138 * 222}} = \frac{138 * 222}{360} = 85,1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

В задачах может встречаться и задачи, где пройдено путь необязательно делится пополам, но и в других отношениях: например 2/3 пути и 1/3 пути. Но смысл решения задач одинаков.

Рассмотрим задачи на движение протяженных тел.

В задачах такого типа обычно требуется определить длину одного их них. Часто встречаемые ситуации, это определить длину проезжающего поезда мимо: 1) придорожного столба; 2) лесополосы или платформы определенной длины; 3) идущего параллельно путям пешехода; 4) другого движущего поезда или машины.

Запомни! Во всех задачах на движение используется только одна формула:

$$S = v * t$$

Рассмотрим несколько задач.

Задача №1. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 27 с. Найдите длину поезда в метрах.

Решение

Если поезд движется мимо столба, то он проходит расстояние равное его длине.

$$L_{\text{поезда}} = S = v * t$$

$$v = 70 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ (скорость поезда)}$$

Время движение поезда мимо придорожного столба, переведем в часы:

$$t = \frac{27}{3600} = \frac{3}{400} \text{ часа}$$

Найдем длину поезда:

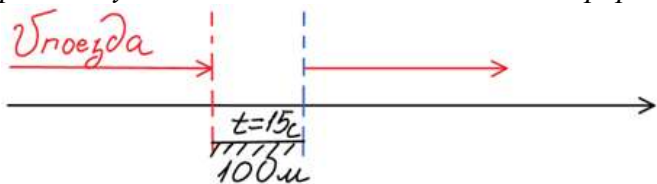
$$L_{\text{поезда}} = 70 * \frac{3}{400} = \frac{21}{40} \text{ км}$$

$$L_{\text{поезда}} = \frac{21}{40} * 1000 = 21 * 25 = 525 \text{ метров}$$

Задача №2 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 72 км/ч, проезжает мимо платформы за 15с. Длина платформы 100м. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

Если поезд движется мимо протяжённой лесополосы или платформы, то он проходит расстояние равное сумме длины самого поезда и платформы (лесополосы).



$$S = v * t$$

$$S = L_{\text{поезда}} + L_{\text{платформы}}$$

$$v = 72 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ (скорость поезда)}$$

$$t = 15 \text{ с}; t = \frac{15}{3600} = \frac{1}{240} \text{ часа (время в часах)}$$

$$S = 72 * \frac{1}{240} = \frac{3}{10} \text{ км}$$

$$S = \frac{3}{10} * 1000 = 3 * 100 = 300 \text{ метров}$$

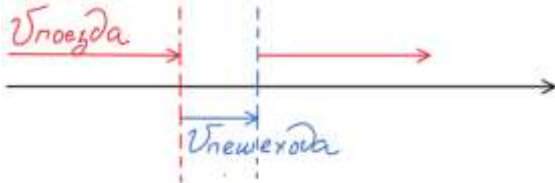
$$L_{\text{поезда}} = S - L_{\text{платформы}} = 300 - 100 = 200 \text{ метров.}$$

Задача №3

а) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч, за 39 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение

Если поезд движется мимо движущего человека, то учитываем направление движение человека. Если он движется в одну сторону с поездом, то находим разность скоростей.



Когда движения в одну сторону, то получается, что человек мешает преодолеть его поездом. Находим разность скоростей.

$$S = v * t$$

$$L_{\text{поезда}} = (v_{\text{поезда}} - v_{\text{пешехода}}) * t$$

$$v_{\text{поезда}} - v_{\text{пешехода}} = 63 - 3 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$t = 39 \text{ с}; t = \frac{39}{3600} = \frac{13}{1200} \text{ часа}$$

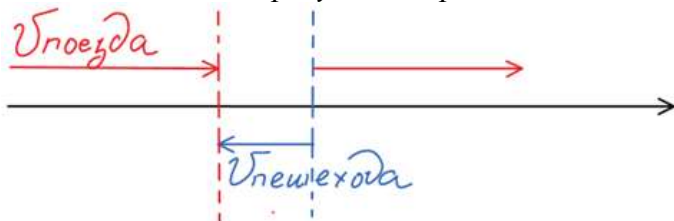
$$L_{\text{поезда}} = 60 * \frac{13}{1200} = \frac{13}{20} \text{ км}$$

$$L_{\text{поезда}} = \frac{13}{20} * 1000 = 13 * 50 = 650 \text{ метров.}$$

б) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 36 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 4 км/ч навстречу поезду, за 54 секунды. Найдите длину поезда в метрах

Решение

Если поезд движется мимо движущего человека, то учитываем направление движение человека. Если он движется навстречу, то скорости складываются.



Когда движения в разные стороны, то получается, что человек помогает преодолеть его поездом. Находим сумму скоростей

$$S = v * t$$

$$L_{\text{поезда}} = (v_{\text{поезда}} + v_{\text{пешехода}}) * t.$$

$$v_{\text{поезда}} + v_{\text{пешехода}} = 36 + 4 = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$t = 54 \text{с}; t = \frac{54}{3600} = \frac{3}{200} \text{ часа}$$

$$L_{\text{поезда}} = 40 * \frac{3}{200} = \frac{3}{5} \text{ км}$$

$$L_{\text{поезда}} = \frac{3}{5} * 1000 = 3 * 200 = 600 \text{ метров}$$

Задача №4 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 40км/ч и 60км/ч. Длина товарного поезда равна 700 м. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равна 3 мин. Ответ дайте в метрах.

Решение

В этой задаче объединены несколько типов.

- 1) Нужно учесть, что поезда движутся в одном направлении, значит скорости будем вычитать.
- 2) Известна длина одного поезда, значит будем решать так же, как и с платформой.

$$S = v * t$$

$$1) v = v_{\text{товар.поезда}} - v_{\text{пас.поезда}}$$

$$2) S = L_{\text{пас.поезда}} + L_{\text{товар.поезда}}$$

Подставим в нашу формулу, получаем:

$$L_{\text{пас.поезда}} + L_{\text{товар.поезда}} = (v_{\text{товар.поезда}} - v_{\text{пас.поезда}}) * t$$

$$v_{\text{товар.поезда}} - v_{\text{пас.поезда}} = 60 - 40 = 20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

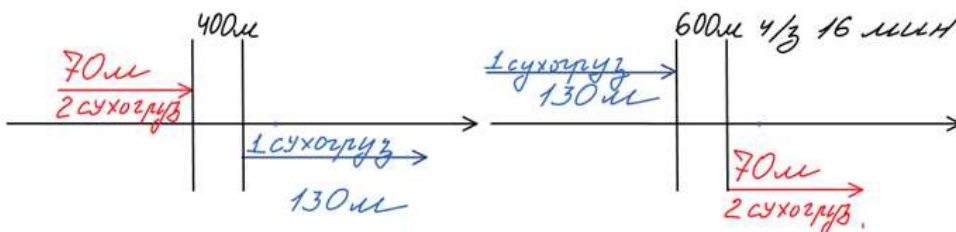
$$t = 3 \text{ мин}; t = \frac{3}{60} = \frac{1}{20} \text{ часа}$$

$$L_{\text{пас.поезда}} + L_{\text{товар.поезда}} = 20 * \frac{1}{20} = 1 \text{ км} = 1000 \text{ метров}$$

$$L_{\text{пас.поезда}} = 1000 - L_{\text{товар.поезда}} = 1000 - 700 = 300 \text{ метров}$$

Задача №5 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют две сухогруза: первый длиной 130 м, второй длиной 70м. Сначала второй сухогруз отстаёт от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 16 мин после этого уже первый сухогруз отстаёт от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равна 600 метров. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго.

Решение



Посмотрим, что произошло за 16 минут:

- 1) Второй сухогруз преодолел расстояние в 400 метров, догнав первый сухогруз;
- 2) Первый и второй поравнялись носами, второй преодолел расстояние в 130 метров;
- 3) Обогнал 1 сухогруз, где корма второго и нос первого поравнялись, преодолев расстояние в 70 м;
- 4) Второй отплыл от первого еще на 600 метров.

$$S = v \cdot t$$

$$S_{\text{сухогруза}} = 400 + 130 + 70 + 600 = 1200 \text{ м (за 16 мин.)}$$

$$t = \frac{16}{60} = \frac{4}{15} \text{ часа}$$

$$v = 1200 : \frac{4}{15} = 1200 \cdot \frac{15}{4} = 4,5 \text{ км/ч}$$

Продолжаем разбор текстовых задач из ОГЭ 2022 года, входящие в 21 задание. Рассмотрим решение задач **на движение по воде**. В задачах за неизвестное (X) будем брать то, что нужно найти.

Задача №1

Баржа прошла по течению реки 56 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 5 часов. **Найдите собственную скорость баржи**, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Пусть X - собственная скорость баржи. Если баржа плывет по течению реки, то ее собственная скорость увеличивается на скорость реки, и наоборот. Все данные из задачи перенесем в таблицу.

	Скорость v, км/ч	Время t, часы	Расстояние S, км
По течению реки	$x + 5$	$\frac{56}{x + 5}$	56
Против течения реки	$x - 5$	$\frac{54}{x - 5}$	54

Так как весь путь по течению реки и против течения составил 5 часов, то составим уравнение:

$$\frac{56}{x + 5} + \frac{54}{x - 5} = 5$$

Решим уравнение:

$$\frac{56}{x + 5} + \frac{54}{x - 5} = 5 \quad | \cdot (x + 5)(x - 5) \neq 0; x \neq \mp 5$$

$$56(x - 5) + 54(x + 5) = 5(x - 5)(x + 5)$$

$$56x - 280 + 54x + 270 = 5(x^2 - 25)$$

$$110x - 10 = 5x^2 - 125$$

$$5x^2 - 110x - 115 = 0 \quad | : 5$$

$$x^2 - 22x - 23 = 0$$

$$x_1 = 23$$

$$x_2 = -1 \text{ (Не подходит по условию)}$$

Ответ $23 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ собственная скорость баржи

Задача №2

Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 33 км. **Найдите скорость лодки в неподвижной воде**, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Пусть X - скорость лодки в неподвижной воде. Тогда по течению реки будет X+5, против течения реки X-5.

Важно! Скорость течения реки равна 3 км/ч, с этой же скоростью плывет плот, так как у плота нет своей скорости. Зная скорость плота и расстояние, которое плыл плот. Время, которое плыл плот равно: $33:3=11$ часов.

	Скорость v , км/ч	Время t , часы	Расстояние S , км
Плот	3	11	33
Моторная лодка по течению	$x + 3$	$\frac{72}{x + 3}$	72
Моторная лодка против течения	$x - 3$	$\frac{72}{x - 3}$	72

Моторная лодка вышла вслед за плотом через один час, значит она плыла 10 часов. Составим уравнение:

$$\frac{72}{x + 3} + \frac{72}{x - 3} = 10$$

Решим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{72}{x + 3} + \frac{72}{x - 3} &= 10 \mid (x + 3)(x - 3) \neq 0; x \neq -3, x \neq 3 \\ 72(x - 3) + 72(x + 3) &= 10(x^2 - 9) \\ 72x - 216 + 72x + 216 &= 10x^2 - 90 \\ 10x^2 - 144x - 90 &= 0 \\ 5x^2 - 72x - 45 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac &= 72^2 - 4 * 5 * (-45) = 6084 = 78^2 \\ x_1 = \frac{72 + 78}{10} &= \frac{150}{10} = 15 \\ x_2 = \frac{72 - 78}{10} &= -\frac{6}{10} = -0.6 \text{ (не подходит по условию)} \end{aligned}$$

Ответ $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ скорость лодки в неподвижной воде.

Задача №3

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. **Найдите скорость лодки в неподвижной воде**, если скорость течения реки равна 4 км/ч

Пусть X - скорость лодки в неподвижной воде. Тогда скорость лодки по течению будет равна $X+4$, против течения $X-4$. Внесем все данные в таблицу и найдем время движения лодки по течению и против течения реки.

	Скорость v , км/ч	Время t , часы	Расстояние S , км
По течению реки	$x + 4$	$\frac{77}{x + 4}$	77
Против течения реки	$x - 4$	$\frac{77}{x - 4}$	77

Время движения против течения реки больше чем время движения по течению на 2 часа. Составим уравнение:

$$\frac{77}{x - 4} - \frac{77}{x + 4} = 2$$

Решим уравнение, найдем скорость лодки в неподвижной воде:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2 \quad |(x-4)(x+4) \neq 0; x \neq 4, x \neq -4$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x-4)(x+4)$$

$$77x + 308 - 77x + 308 = 2(x^2 - 16)$$

$$2x^2 - 32 - 616 = 0$$

$$2x^2 = 648$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18 \text{ (не подходит по условию задачи)}$$

Ответ $18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ скорость лодки в неподвижной воде

Задача №4

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 132 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. **Найдите скорость течения**, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 25 км/ч, стоянка длится 21 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 32 часа после отплытия из него

Пусть X - скорость течения реки. Тогда скорость теплохода по течению реки будет $25+x$, против течения - $25-x$.

	Скорость v , км/ч	Время t , часы	Расстояние S , км
По течению реки	$25 + x$	$\frac{132}{25 + x}$	132
Против течения реки	$25 - x$	$\frac{132}{25 - x}$	132

Найдем, сколько времени был теплоход в пути. Теплоход вернулся в пункт отправления через 32 часа, а стоял в пункте назначения 21 час, значит в пути по воде в обе стороны теплоход плыл $32-21=11$ часов. Составим уравнение:

$$\frac{132}{25+x} + \frac{132}{25-x} = 11$$

Решим уравнение и найдем скорость течения реки:

$$\frac{132}{25+x} + \frac{132}{25-x} = 11 \quad |(25+x)(25-x) \neq 0; x \neq -25, x \neq 25$$

$$132(25-x) + 132(25+x) = 11(25+x)(25-x)$$

$$3300 - 132x + 3300 + 132x = 11 \cdot 625 - 11x^2$$

$$11x^2 = 6875 - 6600$$

$$11x^2 = 275$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5 \text{ (не подходит по условию)}$$

Ответ $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ скорость реки

Задачи на проценты.

Продолжаем разбор текстовых задач из ОГЭ 2022 года, входящие в 21 задание. В этом выпуске рассмотрим решение задач на проценты.

Задача №1

Смешали 4 л 35% - ного водного раствора кислоты с 6 л 80%-ного водного раствора этой же кислоты. Какова концентрация получившегося раствора.

Оформим задачи в виде таблицы.

	Всего раствора (m, кг)	Концентрация раствора (c) $\frac{\%}{100}$	Чистого вещества (кг)
Первый раствор	4	0,35	$4 \cdot 0,35 = 1,4$
Второй раствор	6	0,80	$6 \cdot 0,8 = 4,8$
Третий раствор	$4+6=10$	$C=?$	$1,4+4,8=6,2$

Чтобы найти, сколько чистого вещества находится в растворе, нужно массу всего раствора умножить на его концентрацию. В четвертом столбце приведены расчеты, для вычисления чистого вещества (кислоты) в каждом растворе. Третий раствор получили смешиванием первого и второго раствора. В результате этого получили третий раствор массой 10 кг в котором содержится 6,2 кг кислоты.

Найдем концентрацию получившегося раствора:

$$C = \frac{6,2}{10} = 0,62$$

Ответ: концентрация раствора равна 0,62.

Задача №2

Имеется три одинаковых по массе сплава. Известно, что процентное содержание никеля в первом сплаве 26%, во втором – 15%, в третьем – 34%. Из этих трех сплавов получили четвертый сплав. Сколько процентов никеля содержит четвертый сплав.

Когда в задаче сказано, что массы сплавов или веществ одинаковы, то лучше всего брать их равными 1 кг.

	Всего раствора (m, кг)	Концентрация раствора $\frac{\%}{100}$	Чистого вещества (кг)
Первый сплав	1	0,26	$1 \cdot 0,26 = 0,26$
Второй сплав	1	0,15	$1 \cdot 0,15 = 0,15$
Третий сплав	1	0,34	$1 \cdot 0,34 = 0,34$
Четвертый сплав	$1+1+1=3$	$C - ?$	$0,26+0,15+0,34=0,75$

Масса четвертого сплава равна сумме трех сплавов, взятых каждого по 1 кг, т.е. 3 кг. В четвертом столбце найдена масса никеля в каждом сплаве на 1 кг. Значит в четвертом сплаве на 1 кг сплава, содержится 0,75 кг никеля.

Найдем концентрацию никеля в четвертом сплаве и его процентное содержание:

$$C = \frac{0,75}{3} = 0,25$$

$0,25 \cdot 100 = 25\%$ никеля содержит четвертый сплав

Ответ 25%.

Следующие две задачи будут немного сложнее. Каждая задача будет состоять из двух частей.

Задача №3

Смешав 30% - ный и 60% - ный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36% - ный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50% - ного раствора той же кислоты, то получили бы 41 % - ный раствор кислоты. Сколько килограммов 30%- ного раствора использовали для получения смеси.

Первая часть задачи, выделена зеленым цветом, первое предложение. Составим таблицу по первому предложению. За массу первого вещества возьмем X , масса второго вещества - Y .

	Всего раствора (м, кг)	Концентрация раствора $\frac{\%}{100}$	Чистого вещества (кг)
Первый раствор	X	0,30	$0,3X$
Второй раствор	Y	0,60	$0,6Y$
Вода	10		
Третий раствор	$X + Y + 10$	0,36	$0,3X+0,6Y$

Вода добавляется в раствор, поэтому масса чистого вещества не изменится.

Составим уравнение:

$$0,36 * (X + Y + 10) = 0,3X + 0,6Y$$

$$0,36X + 0,36Y + 3,6 = 0,3X + 0,6Y$$

$$0,06X - 0,24Y = -3,6$$

Рассмотрим вторую часть задачи, в которой добавляется в раствор не вода, а водный раствор кислоты. Выделен красным цветом.

	Всего раствора (м, кг)	Концентрация раствора $\frac{\%}{100}$	Чистого вещества (кг)
Первый раствор	X	0,30	$0,3X$
Второй раствор	Y	0,60	$0,6Y$
Третий раствор	10	0,5	$10*0,5=5$
Четвертый раствор	$X + Y + 10$	0,41	$0,3X+0,6Y+5$

В данном случае в раствор добавляем 10 кг кислоты, чистое вещество увеличится на 5 кг.

Составим уравнение:

$$0,41(X + Y + 10) = 0,3X + 0,6Y + 5$$

$$0,41X + 0,41Y + 4,1 = 0,3X + 0,6Y + 5$$

$$0,11X - 0,19Y = 0,9$$

У нас получилось два уравнения. Составим систему уравнений, и найдем массу 30% - ного раствора кислоты, которую брали в начале задачи за X .

$$\begin{cases} 0,06X - 0,24Y = -3,6 & | * 100 \\ 0,11X - 0,19Y = 0,9 & | * 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6X - 24Y = -360 & | * 11 \\ 11X - 19Y = 90 & | * 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 66X - 264Y = -3960 \\ 66X - 114Y = 540 \end{cases}$$

$$-264Y + 114Y = -3960 - 540$$

$$-150Y = -4500$$

$$Y = 30$$

$$11X - 19 * 30 = 90$$

$X = 60$ кг 30% - ного раствора использовали для получения смеси

Ответ 60 кг .

Задача №4 Несколько раз встречалась на экзамене.

Имеются два сосуда, содержащие 22 кг и 18 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 32% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 30% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Первая часть задачи выделена синим цветом. В тексте написано "растворы различной концентрации", значит на X и Y возьмем концентрации раствором. Оформим все в таблицу:

	Всего раствора (m, кг)	Концентрация раствора $\frac{\%}{100}$	Чистого вещества (кг)
Первый раствор	22	x	$22 * x$
Второй раствор	18	y	$18 * y$
Третий раствор	40	0,32	$22x+18y=40*0,32$

Третий раствор, получаем сливанием вместе первого и второго вещества. В четвертом столбце найдем массу чистого вещества в первом и втором растворе. Составим уравнение по чистому веществу:

$$22x + 18y = 12,8$$

Составим таблицу по второй части задачи, которая выделена красным цветом. Во второй части сказано, что массы растворов взяты одинаковы. Возьмем массу первого и второго вещества равным 1 кг.

	Всего раствора (m, кг)	Концентрация раствора $\frac{\%}{100}$	Чистого вещества (кг)
Первый раствор	1	x	$1 * x$
Второй раствор	1	y	$1 * y$
Третий раствор	2	0,30	$x+y=2*0,30$

Второе уравнение составим также по чистому веществу:

$$x + y = 0,6$$

У нас получилось два уравнения. Составим систему уравнений, и найдем массу кислоты во втором растворе.

$$\begin{cases} 22x + 18y = 12,8 \\ x + y = 0,6 \quad | * 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22x + 18y = 12,8 \\ 22x + 22y = 22 * 0,6 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 22x + 18y = 12,8 \\ 22x + 22y = 13,2 \end{cases}$$

$$-4y = -0,4$$

$$y = 0,1$$

$18 * 0,1 = 1,8$ кг кислоты во втором растворе.

Ответ 1,8 кг.

18 кг - это масса второго раствора.

Задачи на фрукты.

Рассмотрим решение - вот такой задачи:

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограмм винограда потребуется для получения 82 килограмм изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды? Решим эту задачу двумя способами. Многие задачи легко решаются с помощью таблицы. Наглядно и информативно. Составим таблицу:

	Масса (кг)	Вода в %	Мякоть в %
Свежие (виноград)	x	90	10
Сушеные (изюм)	82	5	95

Мякоти в винограде $100\% - 90\% = 10\%$; мякоти в изюме $100\% - 5\% = 95\%$

Способ №1. Воспользуемся темой из 6 класса: задачи на обратную пропорциональную зависимость.

$$\begin{array}{c} \uparrow x - 10 \\ 82 - 95 \downarrow \end{array}$$

Стрелочки направлены на увеличение. Составим пропорцию по стрелочкам.

$$\frac{82}{x} = \frac{10}{95}$$

$$x = \frac{82 \cdot 95}{10} = 779 \text{ кг}$$

Способ №2

Поскольку масса изюма 82 кг, то найдем, сколько в изюме мякоти без воды. Составим пропорцию:

$$\begin{array}{l} 82 \text{ кг} - 100\% \\ x, \text{ кг} - 95\% \end{array}$$

$$x = \frac{82 \cdot 95}{100} = 77,9 \text{ кг мякоти в изюме.}$$

При сушке, испаряется вода, мякоть остается без изменения. Значит, в винограде столько же мякоти, сколько в изюме, но в процентном отношении к общей массе меньше. Составим вторую пропорцию, найдем массу винограда:

$$\begin{array}{l} 77,9 \text{ кг мякоти составляет} - 10\% \text{ винограда} \\ x - 100\% \text{ масса винограда} \\ 77,9 \text{ кг} - 10\% \\ x, \text{ кг} - 100\% \end{array}$$

$$x = \frac{77,9 \cdot 100}{10} = 779 \text{ кг винограда}$$

Какой из способов решения Вам понятней?

Текстовые задачи на работу и совместную работу.

Рассмотрим последний тип текстовых задач. Задачи на работу и совместную работу.

Задача №1

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. **Сколько деталей в час делает первый рабочий?**

В этой задаче за X возьмем то, что стоит в вопросе задачи. По тексту задачи заполним таблицу:

	Производительность в час	Время	Вся работа
Первый рабочий	x	$\frac{60}{x}$	60
Второй рабочий	$x - 10$	$\frac{60}{x - 10}$	60

Задачи такого типа решаются аналогично задачам на скорость, время, расстояние.

Обобщенная таблица для решения текстовых задач.

	1	2	3
Задачи на движение	Скорость	Время	Расстояние
Задачи на работу	Производительность в час (пропускная способность)	Время	Весь заказ (весь объем)
Задачи на % (сплавы, смеси)	Масса вещества	Концентрация 100%	Чистое вещество

Взяв за X производительность первого рабочего за час, и записав в четвертый столбец сколько всего нужно сделать деталей каждому рабочему, заполним столбец времени, за которое каждый рабочий выполнит всю работу. Теперь составим уравнение относительно времени:

$$\frac{60}{x} + 3 = \frac{60}{x - 10}$$

Ко времени первого рабочего прибавляем 3 часа, чтобы уравнивать их время работы. Решим уравнение:

$$\frac{60}{x} + 3 = \frac{60}{x - 10} \quad | * x(x - 10) \neq 0, x \neq 0, x \neq 10$$

$$60(x - 10) + 3x(x - 10) = 60x$$

$$60x - 600 + 3x^2 - 30x = 60x$$

$$3x^2 - 30x - 600 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 - 10x - 200 = 0$$

$$D = 100 + 800 = 900 = 30^2$$

$$x_1 = \frac{10 + 30}{2} = 20$$

$$x_2 = -10 \text{ (не подходит по условию задачи).}$$

Ответ 20 деталей в час делает первый рабочий.

Задача №2

Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. **Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба**, если резервуар объемом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

При решении этой задачи, за X возьмем то, что указано красным. Составим таблицу:

	Пропускная способность в минуту (Скорость)	Время	Объем
Первая труба	x	$\frac{140}{x}$	140
Вторая труба	$x + 6$	$\frac{140}{x + 6}$	140

Заполнив по тексту задачи колонку производительности и объема, найдем время в течении которого заполнит резервуар каждая труба.

Составим уравнение по времени. Уравняем время заполнения резервуары первой и второй трубой.

$$\frac{140}{x} - 3 = \frac{140}{x + 6}$$

Первая заполняет резервуар дольше чем вторая на 3 минуты

Решим уравнение:

$$\frac{140}{x} - 3 = \frac{140}{x+6} \quad | *x(x+6) \neq 0, x \neq 0, x \neq -6$$

$$140(x+6) - 3x(x+6) = 140x$$

$$140x + 840 - 3x^2 - 18x - 140x = 0 \quad | :(-3)$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$D = 36 + 1120 = 1156 = 34^2$$

$$x_1 = \frac{-6 + 34}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-40}{2} = -20 \text{ (не подходит по условию)}$$

Ответ 14 литров в минуту пропускает первая труба.

Задача №3 Совместная работа.

Три бригады изготовили вместе 266 деталей.

Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая и на 5 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.

Решать эту задачу будем без таблицы.

Пусть X - количество деталей, изготавливает первая бригада, тогда $4X$ - изготовила вторая бригада.

Третья бригада изготовила на 5 деталей больше чем вторая т.е. $4X+5$. Все бригады вместе изготовили 266 деталей. Составим уравнение:

$$x + 4x + 4x + 5 = 266$$

$$9x = 261$$

$$x = 29 \text{ изготовила первая бригада}$$

$$4 * 29 + 5 = 121 \text{ изготовила третья бригада}$$

$$121 - 29 = 92 \text{ детали}$$

Ответ на 92 детали больше изготовила третья бригада чем первая.

Конечно, подготовка к экзаменам занимает много времени и сил, но если правильно организовать свою деятельность, то вся проведённая работа принесёт результат.